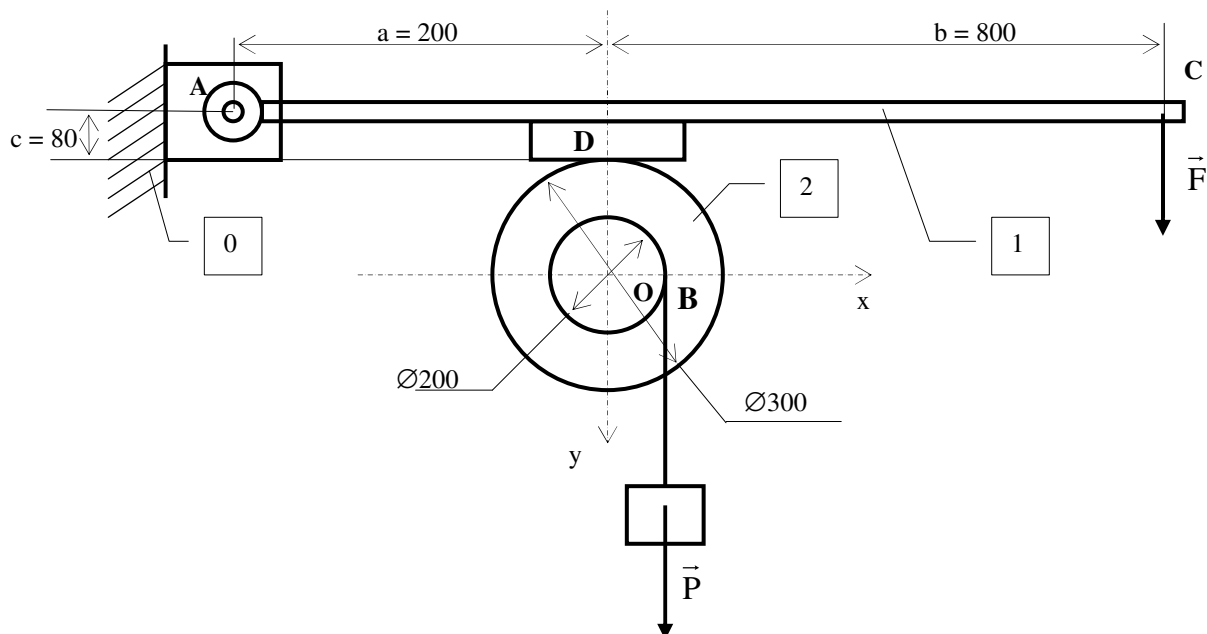


Exercice : treuil

Un treuil chargé d'un poids $P = 500 \text{ N}$ et son système de freinage sont représentés ci dessous.

On donne $f = 0.35$ le facteur de frottement entre (1) et (2).

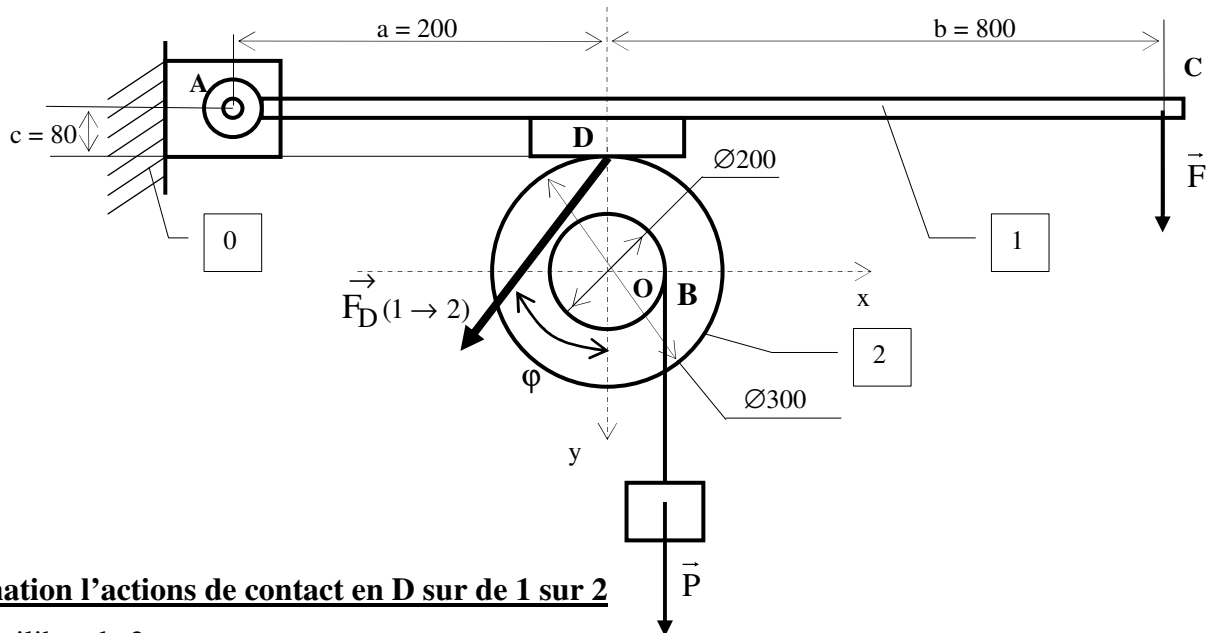
Le tambour 2 est en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}) avec le bâti.



Questions :

- 1- Sur le dessin mettre en place l'action de contact de 1 sur 2
- 2- En étudiant l'équilibre de 2, déterminer, à la limite de glissement, les actions de contact en D de 1 sur 2 en fonction de P
- 3- En étudiant l'équilibre de 1, déterminer, F et l'action de la liaison en A de 0 sur 1 dans les conditions de la question précédente.
- 4- Le câble étant enroulé en sens inverse, déterminer la valeur de F pour être dans les mêmes conditions.
- 5- Comment modifier la position de l'articulation A pour que la valeur de l'effort exercé en C soit indépendante du sens d'enroulement du câble.

Corrigé



-1- Détermination l'actions de contact en D sur de 1 sur 2

Etude de l'équilibre de 2 :

Actions Extérieures :

- poids P en B

- Action de la liaison L₀₂ en O $\begin{bmatrix} X_{02} & 0 \\ Y_{02} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}}$ liaison pivot sans frottement d'axe (O, \vec{z})

- Action de 1→2 en D $\begin{bmatrix} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{D, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}}$

TMS à 2 en O sur \vec{z} : $0,1P + 0,15X_{12} = 0$

A la limite du glissement (loi de Coulomb) : $X_{12} = -f Y_{12}$

D'où un système de 4 équations à 4 inconnues qui donne :

$$X_{12} = -\frac{P}{1,5} = -333N \Rightarrow Y_{12} = \frac{P}{1,5f} = \frac{P}{0,525} \cong 1,9P = 950N$$

Etude de l'équilibre de 1 :

Actions Extérieures :

- Force F en C

- Action de la liaison L₀₁ en O $\begin{bmatrix} X_{01} & 0 \\ Y_{01} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}}$ liaison pivot sans frottement d'axe (O, \vec{z})

- Action de 2→1 en D $\begin{bmatrix} X_{21} & 0 \\ Y_{21} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{D, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}} = \begin{bmatrix} P/1,5 & 0 \\ -P/0,525 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{D, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}}$

TRS à 1 : - sur \vec{x} : $X_{01} + X_{21} = 0 \Rightarrow X_{01} = \frac{P}{1,5} = -333N$

- sur \vec{y} : $Y_{01} + Y_{21} + F = 0$

TMS à 2 en A sur \vec{z} : $(a+b)F - cX_{21} + a Y_{21} = 0 \Rightarrow F = \frac{P}{a+b} \left(\frac{c}{1,5} + \frac{a}{0,525} \right) = P \left(\frac{0,08}{1,5} + \frac{0,2}{0,525} \right) \cong 217N$

$$\Rightarrow Y_{01} = -(Y_{21} + F) = -P\left(\frac{0,08}{1,5} + \frac{0,2}{0,525} - \frac{1}{0,525}\right) = -P\left(\frac{0,08}{1,5} + \frac{0,8}{0,525}\right) = 789\text{N}$$

-4- Le câble étant enroulé en sens inverse, déterminer la valeur de F pour être dans les mêmes conditions.

Étude de l'équilibre de 1 :

Actions Extérieures :

- poids F en C

- Action de la liaison L₀₁ en O $\begin{bmatrix} X_{01} & 0 \\ Y_{01} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{A,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}$ liaison pivot sans frottement d'axe (O, \vec{z})

- Action de 2→1 en D' $\begin{bmatrix} X_{21} & 0 \\ Y_{21} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{D,\vec{x},\vec{y},\vec{z}} = \begin{bmatrix} -P/1,5 & 0 \\ -P/0,525 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{D,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}$

TRS à 1 : - sur \vec{x} : $X_{01} + X_{21} = 0 \Rightarrow X_{01} = \frac{P}{1,5}$

- sur \vec{y} : $Y_{01} + Y_{21} + F =$

$$0 \Rightarrow Y_{01} = -(Y_{21} + F) = -P\left(-\frac{0,08}{1,5} + \frac{0,8}{0,525} - \frac{1}{0,525}\right) \cong 0,328P = 164\text{N}$$

TMS à 2 en A sur \vec{z} : $(a+b)F + cX_{12} + a Y_{12} = 0 \Rightarrow F = \frac{P}{a+b} \left(-\frac{c}{1,5} + \frac{a}{0,525}\right) = P\left(-\frac{0,08}{1,5} + \frac{0,8}{0,525}\right) \cong 1,47P = 735\text{N}$

-5- Il faut prendre $c = 0$