

## TP 8 : Focométrie des lentilles

### Objectifs :

- Savoir déterminer simplement et précisément la distance focale d'une lentille convergente ou divergente
- Se familiariser avec la précision des mesures et l'incertitude de mesure.

### Analyse de documents : Précision des mesures sur un banc d'optique

Considérons un banc optique sur lequel sont installés un objet lumineux, un écran, et une lentille convergente. La position de chaque élément est repérée par un index sur un réglet.

#### Erreur aléatoire de lecture :

Les relevés se font sur une règle graduée en mm. La précision est de  $p=1/2\text{mm}$ .

Calcul classique de l'incertitude élargie de lecture . Si double lecture :  $U_{\text{lect}}(x)=2u_{\text{lect}}(x)=2\sqrt{2}p$

#### Erreur aléatoire expérimentale :

Les positions de l'objet et de l'écran sont fixées et l'on recherche la position  $x$  de la lentille qui donne une image nette de l'objet sur l'écran. On constate qu'il y a toute une classe de positions qui correspondent à cette condition et que  $x_{\min} < x < x_{\max}$ . La valeur vraie  $x_{\text{vrai}}$  appartient à cet intervalle et elle est inconnue.

Si l'on fait une mise au point « au hasard » toutes ces positions ont la même probabilité. La loi de probabilité a donc un profil rectangulaire et son écart-type associé à la largeur de la plage de valeurs possibles pour  $x$  est :

$$u_{\text{exp}}(x) = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2}.$$

On associe ensuite à cette mesure une incertitude élargie  $U_{\text{exp}}(x)=2u_{\text{exp}}(x)$ .

#### Erreur systématique :

Regarder comment le support porte-objet ou porte-lentille est disposé sur le pied .

En fonction de ce que vous observez ,y a-t-il un problème particulier ? Peut-on corriger cette erreur systématique ?Quelle serait l'incertitude élargie associée  $U_{\text{sys}}(x)$  ?

Ces trois erreurs étant indépendantes , l'erreur totale est caractérisée par l'incertitude élargie :

$$U(x) = \sqrt{U_{\text{lect}}^2 + U_{\text{exp}}^2 + U_{\text{sys}}^2}$$

La démarche à retenir est de noter que le plus souvent une incertitude est numériquement plus grande que les autres . On ne retiendra donc que celle là dans les calculs .

#### Résultat final :

Pour la valeur de  $x$  , on retient la **valeur médiane de l'intervalle** précédent,  $x = (x_{\max} + x_{\min})/2$  comme mesure de  $x$ .

Il y a une probabilité de 95 % pour que le résultat de la vraie valeur  $x_{\text{vrai}}$  soit compris entre  $x - U(x)$  et  $x + U(x)$ .

Le résultat de la mesure s'écrit sous la forme  $x \pm U(x)$ .

## A / Focométrie des lentilles convergentes

### Activité 1 : Evaluation de la focale ou de la vergence d'une lentille convergente

Cas d'une lentille convergente : prendre un objet lumineux très éloigné de la lentille ( par exemple , un plafonnier de la pièce ); où se forme son image ?

Peut-on en déduire une évaluation approximative de  $f'$  ?

### Activité 2: Autocollimation

#### *Détermination précise de la distance focale d'une lentille convergente*

Placer un miroir plan derrière la lentille convergente L .La lentille sera fixée sur un support porte-lentille et le miroir sera tenu à la main .

Déplacer l'ensemble lentille-miroir par rapport à l'objet .

- placer l'objet devant le plan focal objet : déplacer l'écran et vérifier que l'image se forme [derrière/devant]le plan focal objet . L'image est plus[petite/grande] que l'objet ? [droite/retournée] ?
- placer l'objet derrière le plan focal objet : déplacer l'écran et vérifier que l'image se forme [derrière/devant]le plan focal objet . L'image est plus[petite/grande] que l'objet ? [droite/retournée] ?
- lorsque l'objet est dans le plan focal objet de la lentille , son image se forme aussi dans ce même plan .L'image est retournée et de même taille que l'objet .

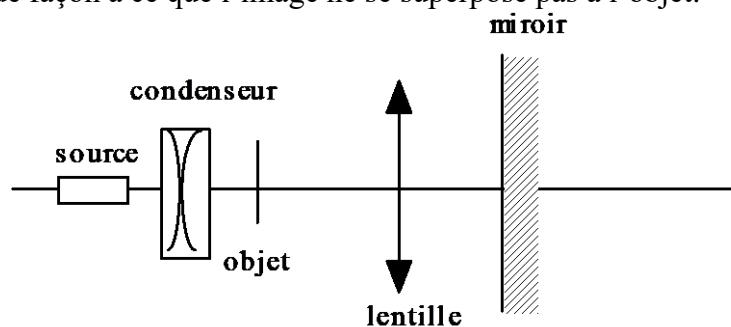
Vous devez donc voir nets l'objet et l'image (qui doit avoir la même taille que l'objet :le vérifier pour optimiser la mesure ).

En pratique , incliner légèrement le miroir de façon à ce que l'image ne se superpose pas à l'objet.

L'image sera projetée sur la monture de l'objet .

Déterminer  $f'$ .

Evaluer la précision de la mesure .



### Illustrer le principe de l'auto collimation à l'aide des documents de l'annexe 1 .

### Activité 3: Méthode de Bessel

#### *Détermination précise de la distance focale d'une lentille convergente*

#### La méthode présentée ici ne s'applique qu'au cas d'images réelles.

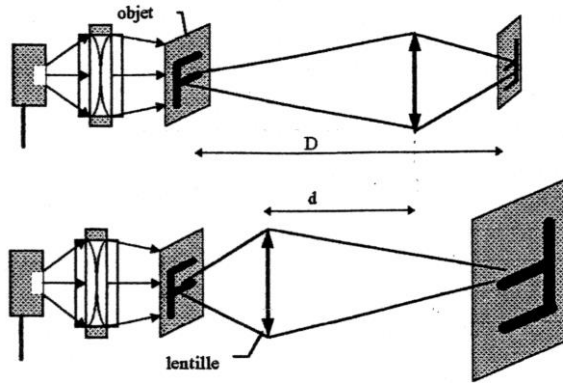
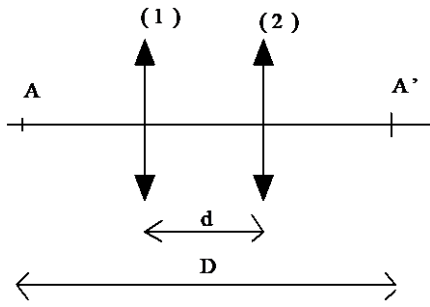
Grâce à une lentille convergente  $\mathcal{L}$ , on projette, sur un écran, l'image nette A'B' d'un objet réel lumineux AB. L'objet et l'écran sont fixes et distants de D (constante positive) et orthogonaux à l'axe optique.

On prendra D de l'ordre d'un mètre.

Pour  $D \geq D_{\min} = 4 f'$  ( $f'$  évaluée en ordre de grandeur précédemment), il existe deux positions  $O_1$  et  $O_2$  de la lentille  $\mathcal{L}$  distantes de d pour lesquelles on observe une image nette de l'objet sur l'écran.

Ces deux positions sont symétriques par rapport au milieu de AA' .

Soit d la distance entre les deux positions de  $\mathcal{L}$ , on a la relation :  $f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$  .



**Réaliser :**

Déterminer la taille de l'objet .

Scotcher une feuille de papier millimétrée de l'écran .( cette feuille doit pouvoir se soulever au besoin)

Placer l'écran tel que  $D \geq 4 f'$  (si on connaît déjà l'ordre de grandeur de  $f'$ ).

Quelles sont les sources d'erreurs sur la mesure de  $D$  ? et sur  $d$  ? Quelles sont les sources d'erreurs dominantes d'après vous ?

Déterminer les deux positions de la lentille (déterminer à chaque fois la plage de positionnement de la lentille qui permet d'avoir une image nette (projeter sur la face blanche de l'écran) et en déduire l'incertitude sur la position de l'image puis sur  $d$ ) et dans chaque cas , mesurer la taille de l'image ( avec papier millimétré ).

Déterminer  $D$  et  $d$ . Déterminer les incertitudes associées.

Calculer  $f'$  et évaluer l'incertitude sur  $f'$  en utilisant la formule :

$$U(f') = \frac{D^2 + d^2}{4.D^2} [U(D)]^2 + \frac{d^2}{4.D^2} [U(d)]^2$$

Soit  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  les grandissements pour les deux positions de la lentille .Vérifier que  $\gamma_1 \gamma_2 = 1$  .

Application à la mise au point d'un appareil photo : quelle position de la lentille correspond à ce cas ?

**Valider :**

L'accord avec la théorie est-il conforme à vos attentes ?

Commenter la précision des mesures effectuées avec les deux méthodes focométriques .

**Illustrer la méthode de Bessel à l'aide des documents de l'annexe 2 .**

**B / Focométrie des lentilles divergentes**

**Activité 1 :**

**Association de lentilles**

Montrer que l'association de deux lentilles accolées (centres optiques confondus) est équivalente à une lentille unique dont la vergence est égale à la somme des vergences des deux lentilles ( « formule des opticiens » ) ..

On peut donc utiliser cette propriété pour former un doublet (association de deux lentilles) convergent, à partir d'une lentille convergente de vergence connue ( cf méthode focométrique du A ) et d'une lentille divergente de vergence inconnue et réutiliser une des méthodes focométriques vues sur les lentilles convergentes.

Comment doit-on choisir la lentille convergente pour que l'ensemble soit convergent ?

Que pensez-vous de la « qualité » du dispositif constitué et des images que l'on obtiendra ?

## Activité 2 :

## Méthode de Badal .

Ce montage nécessite trois lentilles ( deux convergentes et une divergente )

Réaliser le montage optique suivant :

- Placer sur le banc d'optique , devant la lettre-objet , une première lentille convergente  $L_1$  , de centre optique  $O_1$  , de façon à obtenir en sortie une image à l'infini : soit objet (lettre) dans le plan focal de  $L_1$ . Quelle méthode permet de réaliser facilement cette première opération ?
- Placer une deuxième lentille convergente  $L_2$  , de centre optique  $O_2$  , (il faut connaître précisément la vergence de la lentille  $L_2$ : utiliser une des méthodes du A) , avec la condition  $O_1O_2 > f_2$ .

L'image définitive se forme alors dans le plan focal image de  $L_2$  . Déterminer sa position .

- Placer une lentille divergente inconnue  $L_3$  dans le plan focal objet de  $L_2$  ( d'où  $O_3 = F_2$ ).
- Déterminer la nouvelle position de l'image ( écran )

En notant  $x$  le déplacement de l'écran, la valeur de  $f_3$  se déduit de celles de  $x$  et de  $f_2$  par une relation à définir .  
( voir fiche de TD n° 5 )

### Aide :

On note  $A_1B_1$  l'image de l'objet  $AB$  ( placé dans le plan focal objet de  $L_1$ ) par la lentille  $L_1$  et  $A_2B_2$  l'image définitive .

$AB \xrightarrow{L_1} A_1 \infty B_1 \infty \xrightarrow{L_2} A_2 B_2$  dans le plan focal image de  $L_2$  .  $A_2 = F'_2$  .

$AB \xrightarrow{L_1} A_1 \infty B_1 \infty \xrightarrow{L_3} A_3 B_3 \xrightarrow{L_2} A' B'$  avec  $O_3 = F_2$  .  
 $A_3 = F'_3$

On note  $x = \overline{A_2 A'} = \overline{F'_2 A'}$  .  $x$  correspond au déplacement de l'écran .

Formule de Newton pour la lentille  $L_2$ :  $\overline{F'_2 A'} \cdot \overline{F_2 A_3} = -f_2^2 = \overline{F'_2 A'} \cdot \overline{F_2 F'_3} = x \cdot \overline{O_3 F'_3} = x \cdot f_3$

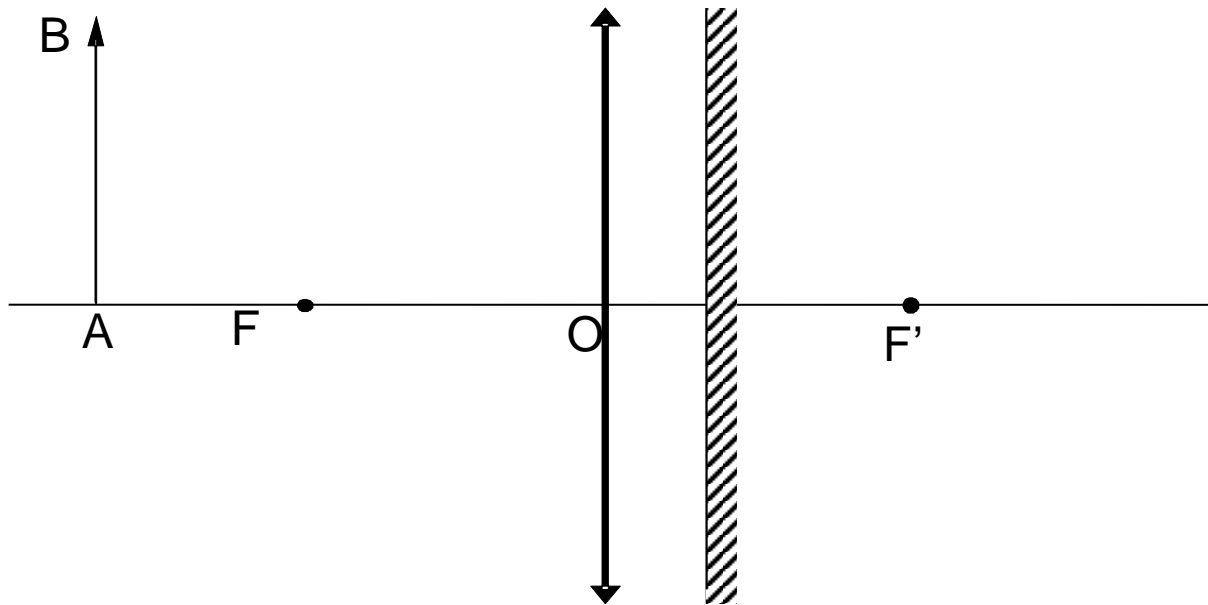
Faire des schémas pour bien comprendre la méthode .

$$f_3 = -\frac{f_2^2}{x}$$

**Annexe 1**

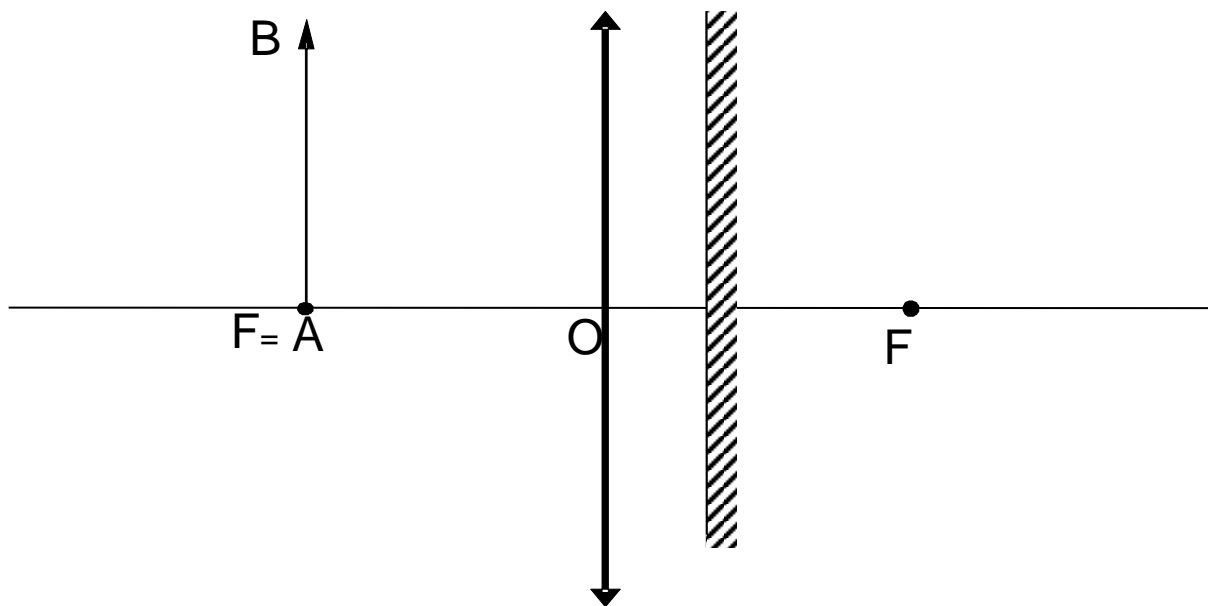
**Autocollimation**

L'objet plan AB est devant le plan focal objet . Déterminer par construction son image définitive A'B' et sa taille.



Comment déduire de ce tracé ce qui se passe lorsque l'objet réel AB est derrière le plan focal objet ?

L'objet plan AB est maintenant dans le plan focal objet . Déterminer par construction son image définitive A'B' et sa taille.



**Conclusion :**

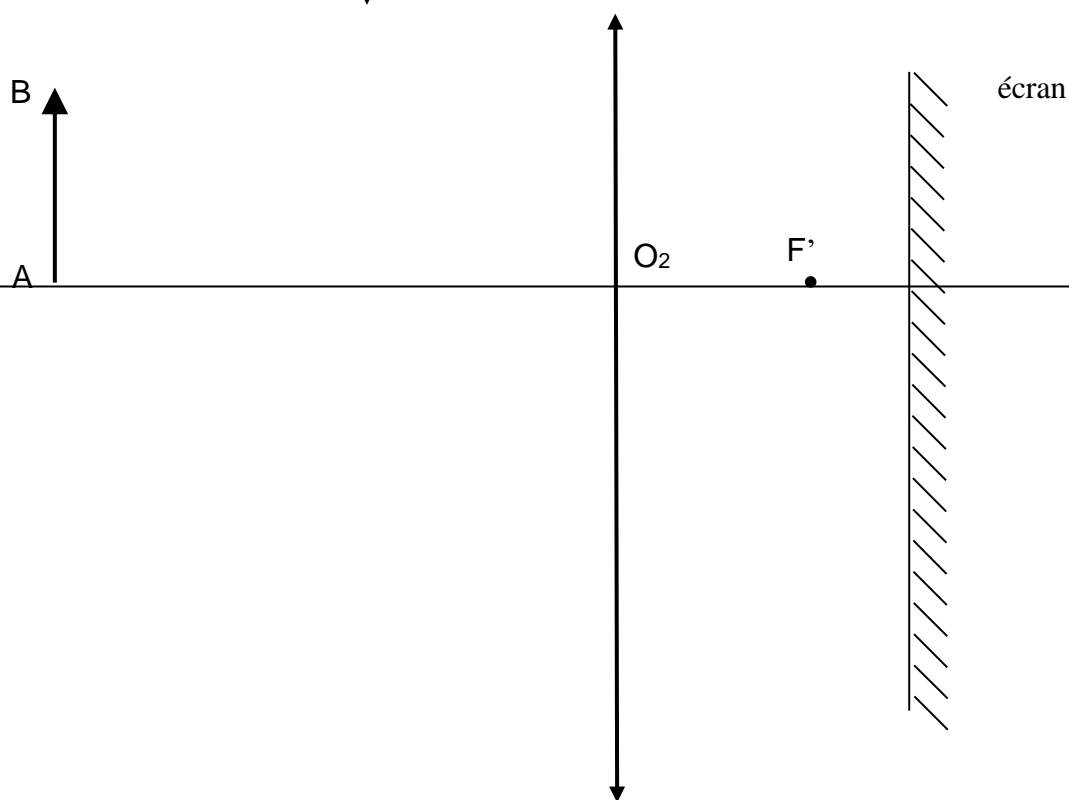
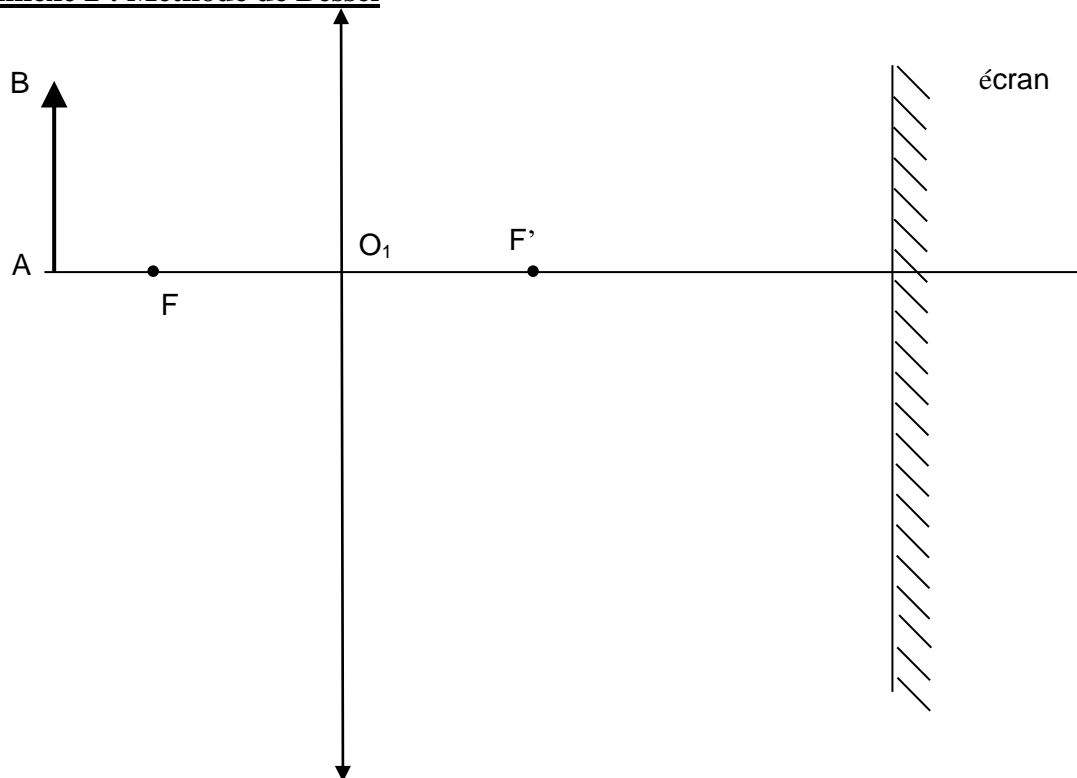
Objet AB réel devant le plan focal objet : image A'B' \_ \_ \_ \_ \_

Objet AB réel derrière le plan focal objet : image A'B' \_ \_ \_ \_ \_

Objet AB dans le plan focal objet : image A'B' \_ \_ \_ \_ \_

Que se passe t-il lorsqu'on change l'inclinaison du miroir et la distance lentille-miroir ?

## Annexe 2 : Méthode de Bessel



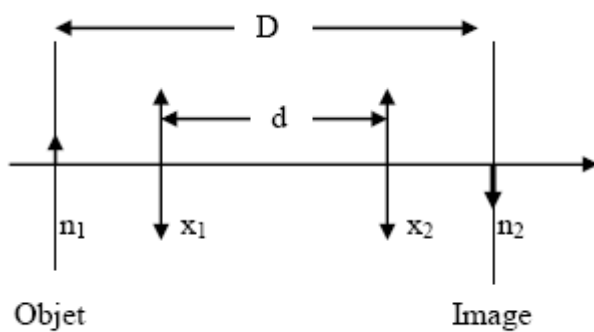
A partir de vos deux constructions de l'image  $A'B'$  de AB pour les deux positions de la lentille :

- vérifier que les deux positions sont symétriques par rapport au milieu du segment  $AA'$ .
- déterminer les tailles des deux images et les grandissements correspondants. Effectuer le produit de deux grandissements .
- déterminer les deux distances objet-lentille et image-lentille. Retrouver les deux valeurs du grandissement
- à partir des distances objet-lentille, effectuer la différence pour obtenir  $d$ .
- Mesurer  $D$  à partir des schémas et vérifier la relation liant  $f'$  ,  $D$  et  $d$  à partir de vos relevés graphiques .

**doc prof pour correction :**

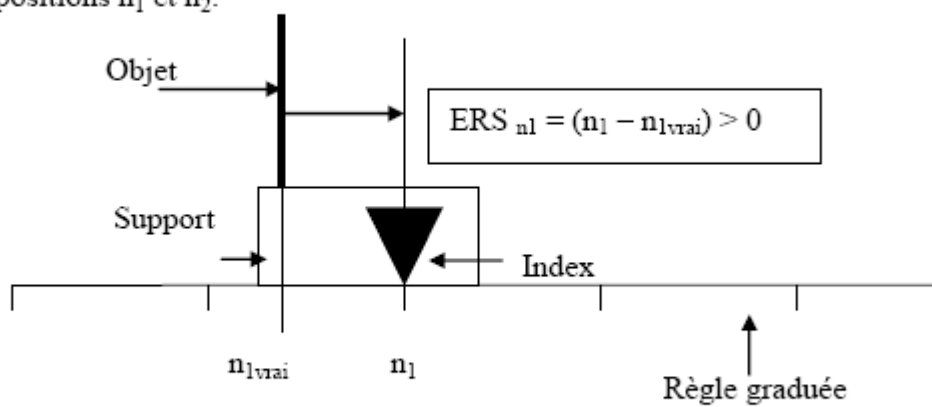
**Bessel :**

Pour les évaluations d'incertitude :



**I- Evaluation de  $U(D)$ .**

$D = n_2 - n_1$  : pour évaluer l'incertitude élargie  $U(D)$  il faut analyser les erreurs qui affectent les valeurs des positions  $n_1$  et  $n_2$ .



L'objet est monté sur un support. La position  $n_1$  du support est repérée sur le reglet et elle est censée repérer la position  $n_{1\text{vrai}}$  de l'objet : il y a toujours une erreur systématique

$ERS_{n1} = n_1 - n_{1\text{vrai}}$ . Il y a aussi une erreur de lecture  $ER_{lect1}$ . Ainsi  $n_1 = n_{1\text{vrai}} + ERS_{n1} + ER_{lect1}$ .  
 De la même façon  $n_2 = n_{2\text{vrai}} + ERS_{n2} + ER_{lect2}$ .

Les erreurs systématiques  $ERS_{n1}$  et  $ERS_{n2}$  concernent deux situations différentes et n'ont pas la même valeur. Il en est de même des erreurs de lecture.

Donc  $D = n_2 - n_1 = (n_{2\text{vrai}} + ERS_{n2} + ER_{lect2}) - (n_{1\text{vrai}} + ERS_{n1} + ER_{lect1})$ .

Soit  $D = D_{\text{vrai}} + ERS_{n2} + ER_{lect2} - ERS_{n1} - ER_{lect1}$ .

Il n'est pas question de corriger les erreurs systématiques. Nous allons associer des variables aléatoires à chaque erreur. Si elles sont indépendantes, alors nous pourrions évaluer  $U(D)$  en utilisant le théorème des variances.

On associe à chaque erreur systématique une variable aléatoire de distribution rectangulaire dont nous évaluons la demi largeur à  $1 \text{ mm} = d$ , la résolution du régllet.

## II- Evaluation de $U(d)$ .

$$d = x_2 - x_1.$$

Il y a une erreur systématique de position  $ERS_x$  entre la position  $x$  du support et la position du centre optique de la lentille. Mais cette erreur est la même pour les positions  $x_1$  et  $x_2$  donc  $ERS_{x1} = ERS_{x2} = ERS_x$ .

Il y a aussi une erreur de lecture  $ER_{lect}$  chaque fois que l'on repère une position sur le régllet.

On constate que plusieurs positions  $x_1$  ou  $x_2$  donnent une image nette (le critère de netteté n'est pas objectif : il est défini par l'expérimentateur). Il y a donc une troisième source d'erreur  $ER_{\text{map}}$ . Pour évaluer cette erreur on recherche les positions extrêmes  $x_{\text{min}}$  et  $x_{\text{max}}$  qui donnent une image nette. On retient, comme valeur mesurée  $x$ , la valeur médiane de cet intervalle et le demi intervalle  $ER_{\text{max}} = (x_{\text{max}} - x_{\text{min}})/2$ .

### Badal :

