EXERCICE 1 : Etude d'un Onduleur (Mines-Ponts PSI – extrait)

L'onduleur est constitué d'une source de tension continue parfaite de force électromotrice E positive et de quatre interrupteurs K_n, avec $n \in \{1,2,3,4\}$, commandés électroniquement à partir d'une tension de commande U_{cm} non représentée sur le schéma. La sortie de l'onduleur est connectée à une charge se comportant comme une source parfaite de courant i_s (voir figure 6), ce courant étant une fonction continue du temps.

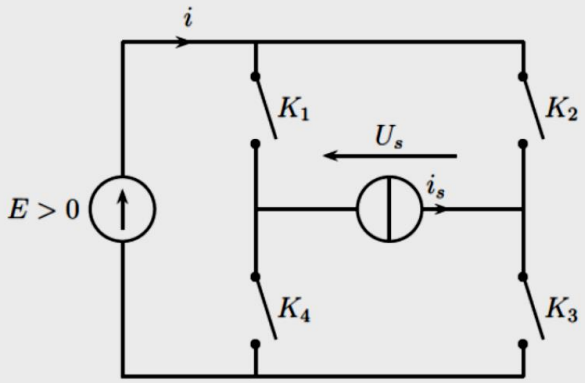

FIGURE 6 – Onduleur de tension à deux niveaux.

❑ **22** — Rappeler les définitions d'une source de tension parfaite et d'une source de courant parfaite.

❑ **23** — Compte-tenu de la nature de la source de tension E et de la nature de la charge, quelles sont les contraintes d'ouverture et de fermeture des interrupteurs K_n (on attend une justification) ? Compléter le tableau suivant avec les mots « ouvert » ou « fermé ».

	K_1	K_2	K_3	K_4
$U_{cm} > 0$	fermé	ouvert		
$U_{cm} < 0$	ouvert	fermé		

❑ **24** — La tension de commande U_{cm} est générée par le montage de la figure 7, dans lequel l'amplificateur opérationnel est idéal. La tension U_0 est constante telle que $U_0 \in [-U_h; U_h]$, où $U_h > 0$. La tension $U_p(t)$, appelée porteuse, est T_p−périodique et en dents de scie (suite de rampes montantes). Justifier que l'amplificateur fonctionne en régime de saturation en tension (on note V_{sat} l'amplitude de la tension de sortie dans ce cas).

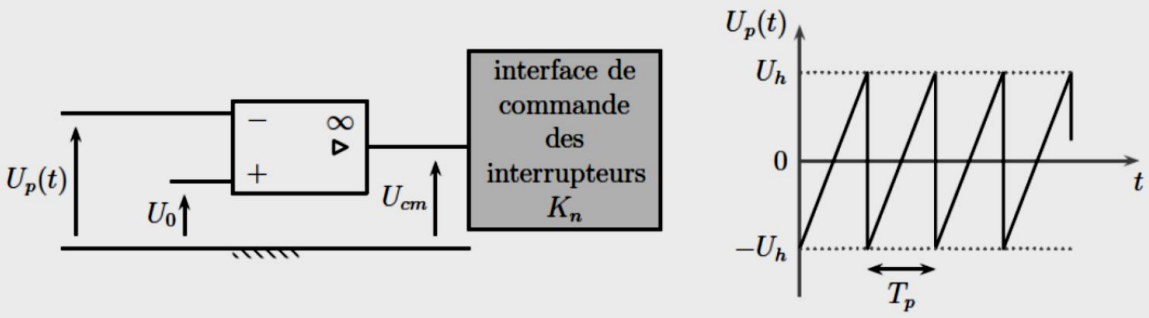

FIGURE 7 – Circuit générant la tension $U_{cm}(t)$.

❑ **25** — On choisit $U_0 \geqslant 0$. Tracer la courbe représentant la tension $U_s(t)$ aux bornes de la charge en fonction du temps et préciser la valeur de sa période T_s.

❑ **26** — Sur une période T_s de U_s, on note t_1 la durée où $U_s > 0$. Le rapport cyclique est défini par $\alpha = \dfrac{t_1}{T_s}$. Exprimer la valeur moyenne $\langle U_s \rangle$ de U_s en fonction de α et E, puis en fonction de U_0, E et U_h. Quelles doivent être les valeurs de α et U_0 si on veut que U_s ait une moyenne nulle ? On se placera dans ce cas dans la suite.

❑ **27** — Le développement en série de Fourier de la tension $U_s(t)$ ainsi générée s'écrit :

$$U_s(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2E}{n\pi} \left[1 - (-1)^n\right] \sin(n\omega t) \quad \text{avec} \quad \omega = \frac{2\pi}{T_s}.$$

Représenter graphiquement le spectre en amplitude de cette tension. Ce spectre est-il satisfaisant en vue d'un raccordement de U_s au réseau de distribution électrique ? Si ce n'est pas le cas, quels en sont les défauts et quelles conséquences néfastes peut-il y avoir ?

❑ **28** — La charge est constituée d'une bobine d'inductance L en série avec une résistance R. On pose $\tau = \frac{L}{R}$. On étudie le régime T_p-périodique établi du montage. On note $-I$ la valeur de i_s à $t = 0$ et $+I$ sa valeur à $t = \frac{T_p}{2}$. Exprimer $i_s(t)$ pour $t \in [0; T_p/2]$ et pour $t \in [T_p/2; T_p]$ en fonction de t, E, R, I, T_p et τ. En déduire l'expression de I en fonction de E, R, T_p et τ.

❑ **29** — Représenter les chronogrammes de i_s et i.

❑ **30** — Dans la pratique, l'onduleur qui alimente la charge {résistance + bobine} est réalisé avec le montage de la figure 8. Les interrupteurs commandés K_n sont des transistors idéaux unidirectionnels et le circuit contient également quatre diodes idéales D_n. Expliquer le rôle des diodes dans ce circuit.

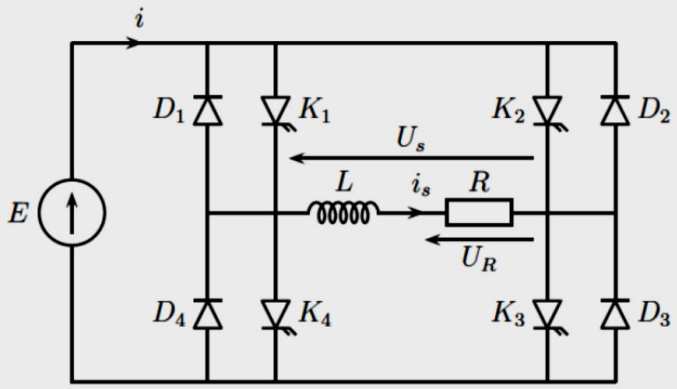

FIGURE 8 – Réalisation pratique d'un onduleur de tension à deux niveaux.

❑ **31** — Le rôle de la bobine est d'effectuer un filtrage. Les grandeurs soulignées désignent les grandeurs complexes associées aux grandeurs réelles sinusoïdales de pulsation temporelle notée ω. Déterminer la fonction de transfert complexe $\underline{H} = \dfrac{\underline{U_R}}{\underline{U_s}}$ de la branche {bobine + résistance} et faire apparaître dans son expression une pulsation caractéristique, notée ω_c, à exprimer en fonction de τ. Donner l'expression du gain $G(\omega)$ et du déphasage $\phi(\omega)$ associés à $\underline{H}$.

Expliquer en quoi la tension aux bornes de R est plus appropriée au raccordement au réseau que la tension U_S

EXERCICE 2 : Etude d'un Hacheur (Mines-Ponts PSI – extrait)

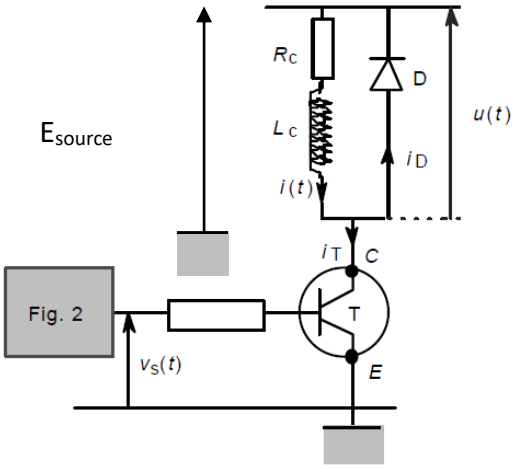

Fig. 2

E_{source} = 15 V ; R_C = 10 Ω ; L_C = 1 H.

Le transistor de la figure 3 se comporte comme un interrupteur K :

si $v_s = +V_{sat}$, $V_C - V_E = 0$ K fermé

si $v_s = -V_{sat}$, $i_T = 0$ K ouvert

Le signal v_s est fourni par la tension de sortie du montage étudié à la première partie. Le système hacheur, constitué par le transistor, la diode D et l'alimentation continue E_{source} alimente une charge équivalente à une résistance R_c en série avec une inductance L_c.

❑ **6** – Représenter $u(t)$ et exprimer sa valeur moyenne $\langle u(t) \rangle$ en fonction de α.

❑ **7** – À partir de l'équation différentielle reliant $u(t)$ à $i(t)$, exprimer $\langle i(t) \rangle$, en supposant que le régime permanent a été établi.

❑ **8** – Admettant que, après un bref régime transitoire, un régime périodique s'établit, déterminer les valeurs extrémales, I_{min} et I_{max} entre lesquelles le courant $i(t)$ varie.

❑ **9** – Établir l'expression simplifiée de respectivement I_{min} et I_{max} lorsque la constante de temps du circuit de charge est très supérieur à la période T. En déduire l'expression de *l'ondulation* $\Delta I = I_{max} - I_{min}$.

❑ **10** – Représenter l'allure des grandeurs $i(t)$, $i_D(t)$ $i_T(t)$. Calculer numériquement $\langle i(t) \rangle$, I_{min} et I_{max} pour $\alpha = 0{,}5$.

Le hacheur alimente un moteur à courant continu, convenablement représenté par le circuit de charge de la deuxième partie. Ce moteur fonctionne d'autant mieux, pour l'application considérée, que l'ondulation est petite. La tension $u(t)$ est représentée, pour $\alpha = 0{,}5$ par son développement de Fourier :

$$u(t) = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\,dt + \frac{2E}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2n+1}\sin\left[(2n+1)\omega t\right]$$

❑ **11** – Commenter la forme de ce développement.

❑ **12** – Établir, pour $\alpha = 0{,}5$, l'expression générale des composantes de Fourier du courant qui alimente le moteur. Commenter le résultat (on pourra poser $\omega_0 = R_c / L_c$).

❑ **13** – Calculer, pour $f = 1$ kHz , l'amplitude de la composante continue du courant, ainsi que celle des deux composantes suivantes du développement de Fourier.

❑ **14** – Établir que l'ondulation du courant est essentiellement proportionnelle à la période du signal de commande. Vérifier éventuellement le résultat donné à la question 9.

❑ **15** – On néglige l'ondulation ; exprimer alors la puissance moyenne reçue par le moteur et la puissance moyenne délivrée par l'alimentation.