

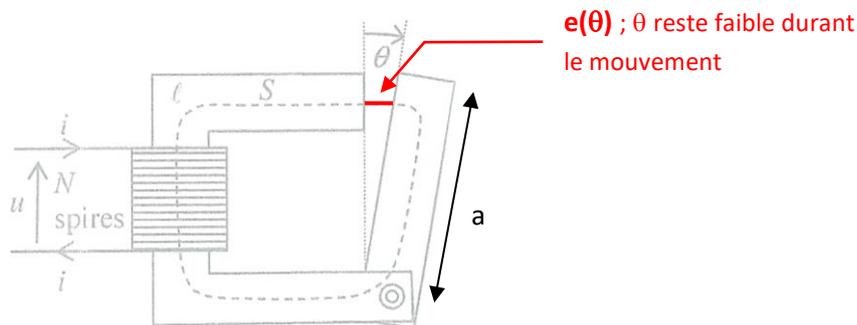
*PSI\* 2021 - 2022*  
*TD Physique N°21*  
*Machines électriques*

**Exercice 1 : Contacteur en rotation**

On considère le système ci-dessous, constitué d'un matériau ferromagnétique linéaire doux de perméabilité relative  $\mu_r$ .

La ligne de champ moyenne est représentée en pointillé et la partie mobile en rotation est de longueur  $a$ .

Calculer le champ magnétique qui règne dans l'entrefer, l'énergie magnétique,  $E_m$ , du système et le couple qui s'exerce sur la partie mobile ; on montrera (ou à défaut on admettra) que  $\Gamma = \left(\frac{\partial E_m}{\partial \theta}\right)_i$ .



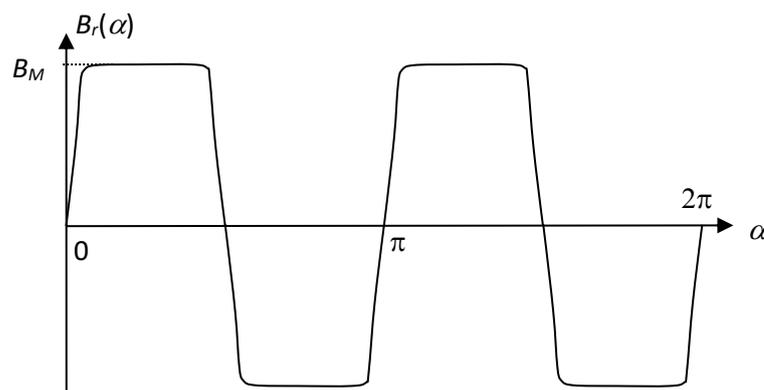
**Exercice 2 : Moteur synchrone à aimants permanents**

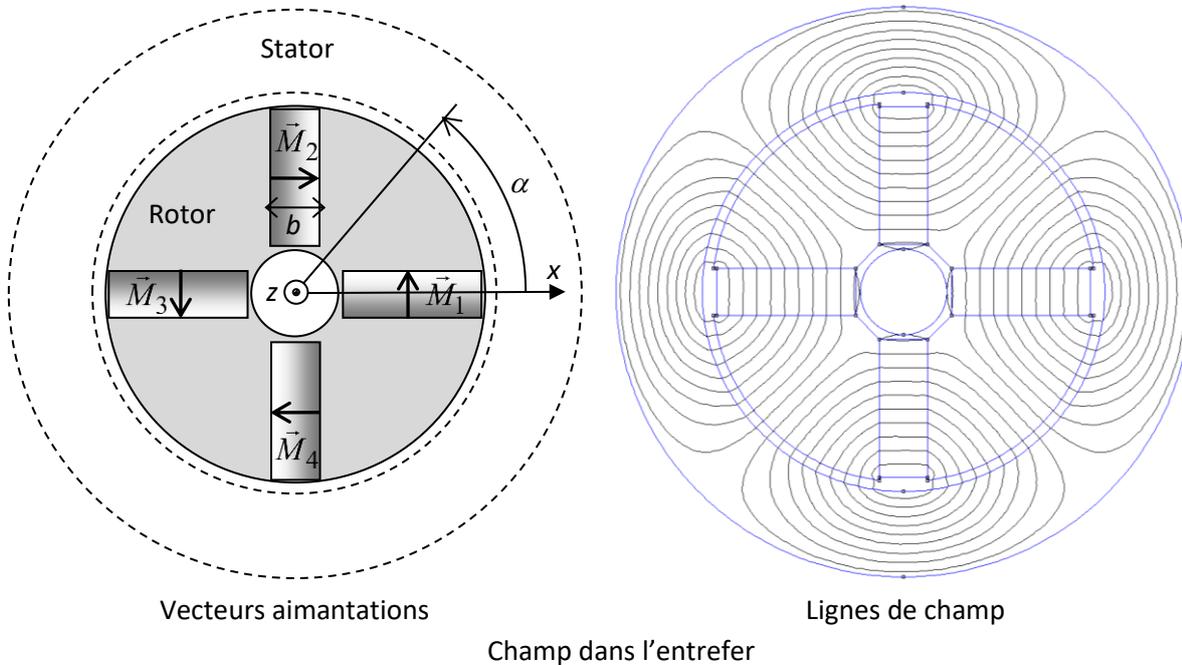
Le rotor, d'axe Oz, d'une machine synchrone « à concentration de flux » comporte quatre aimants permanents d'épaisseur  $b = 1,0 \text{ cm}$ . On donne son rayon  $a = 39 \text{ mm}$  et sa hauteur. Les vecteurs aimantations  $\vec{M}_i$  de ces quatre aimants sont uniformes, ont la même norme  $M_0$  et leurs directions sont données dans le schéma de gauche ci-dessous.

En dehors des zones aimantées, le rotor et le stator sont réalisés dans un matériau ferromagnétique doux, supposé linéaire et de perméabilité magnétique  $\mu_r \gg 1$ . Ils sont séparés par un entrefer d'épaisseur  $e = 0,7 \text{ mm}$  constante et de perméabilité magnétique relative égale à un.

On considère tout d'abord que le rotor est fixe.

Un logiciel de simulation fournit le tracé des lignes de champ du champ magnétique créé par le rotor (schéma de droite) et la valeur de la composante radiale  $B_r(\alpha)$  de ce champ dans l'entrefer, en fonction de l'angle  $\alpha$ .





- 1) Préciser sur un schéma l'orientation des lignes de champ. Donner la relation entre  $\vec{B}$  et  $\vec{H}$  dans chacun des trois milieux (matériau ferromagnétique, aimant et entrefer).
- 2) En appliquant le théorème d'Ampère au vecteur excitation magnétique et la conservation du flux du champ magnétique, montrer que  $M_0 = (1 + \frac{2e}{b} \frac{B_M}{\mu_0})$ , où  $B_M$  est le champ dans les aimants.

Quelle doit être la valeur de  $M_0$  pour que  $B_M = 1,0 T$  ? Faire l'application numérique.

- 3) Quelle est la période de  $B_r(\alpha)$  ? Quelle est sa parité ? Donner la forme du terme fondamental du développement en série de Fourier de  $B_r(\alpha)$ , supposé d'amplitude égale à  $B_1 = \frac{4}{\pi} B_M$ .

Par la suite, on supposera que l'on peut confondre  $B_r(\alpha)$  avec ce terme fondamental.

On suppose maintenant que le rotor tourne autour de l'axe  $Oz$ , sa rotation étant repérée par la donnée de l'angle  $\theta(t)$  que fait l'aimant (1) avec l'axe  $Ox$ .

- 4) Montrer que la valeur du champ rotorique  $\vec{B}_R$  en un point fixe de l'entrefer repéré par l'angle  $\alpha$ , en fonction de  $B_1$ ,  $\theta(t)$  et  $\alpha$  est donnée par :  $\vec{B}_R(\alpha, t) = B_1 \sin[2(\alpha - \theta(t))] \vec{e}_r$  où  $\vec{e}_r$  est le vecteur unitaire radial des coordonnées cylindriques.

- 5) Les enroulements statoriques comportent  $p$  paires de bobines alimentées par des courants sinusoïdaux de pulsation  $\omega$  et créent dans l'entrefer un champ tournant de la forme

$$\vec{B}_S(\alpha, t) = B_0 [\cos(p\alpha) \cos(\omega t) + \sin(p\alpha) \sin(\omega t)] \vec{e}_r = B_0 \cos(\omega t - p\alpha) \vec{e}_r,$$

où  $\vec{e}_r$  est le vecteur unitaire radial des coordonnées cylindriques et  $B_0 = 0,60 T$ .

- 5.i) Calculer l'énergie magnétique  $W_m$  contenue dans l'entrefer. Pour quelle valeur de  $p$  cette énergie est-elle fonction de l'angle  $\theta$  ?

On suppose que  $p$  garde cette valeur dans toute la suite.

- 5.ii) Que peut-on dire de l'énergie magnétique contenue dans le matériau ferromagnétique ?

- 5.iii) L'énergie magnétique contenue dans les aimants est-elle fonction de l'angle  $\theta$  ?

- 6) Calculer le moment du couple électromagnétique subi par le rotor :  $\Gamma_e = \left( \frac{\partial W_m}{\partial \theta} \right)_i$

7) On suppose que le rotor tourne à la vitesse angulaire  $\Omega$ , c'est-à-dire que  $\theta(t) = \Omega t + \theta_0$ . Pour quelle valeur de  $\Omega$  la valeur moyenne du moment du couple est-elle non nulle ? Donner la valeur de  $\Omega$  en tours par minute si  $\frac{\omega}{2\pi} = 50$  Hz.

8) Comment faut-il choisir  $\theta_0$  pour que le couple moyen ait sa valeur maximale  $\Gamma_M$  ? Quelle est la valeur numérique de  $\Gamma_M$  ?

9) Tracer les variations du couple moyen en fonction de  $\theta_0$ . Pour quelles valeurs de  $\theta_0$  ce couple est-il moteur ? Comparer les rôles des aimants 1 et 3 puis des aimants 2 et 4. Montrer qu'on peut alors se contenter d'une étude du système pour  $\theta_0$  appartenant à  $[0, \pi]$ .

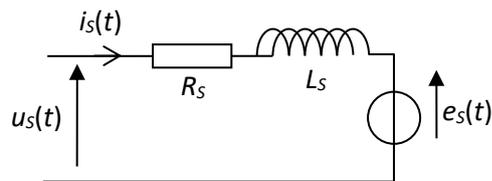
10) Le moteur entraîne une charge de moment  $\Gamma_r = -\frac{\Gamma_M}{2}$ . Quelles sont les valeurs possibles pour  $\theta_0$  ? Quelle est celle qui correspond à un fonctionnement stable ?

On note  $\phi(t)$  le flux du champ magnétique produit par le rotor du moteur synchrone dans l'un des  $p$  enroulements statoriques. Ce flux, dépendant de la position du rotor par l'intermédiaire de l'angle  $\theta(t)$ , est décrit par le premier harmonique de son développement en série de Fourier

$$\Phi(t) = \Phi_0 \cos(2\theta(t) + \beta)$$

avec  $\Phi_0 > 0$  et  $\beta$  constante qui dépend de l'enroulement considéré.

11) Donner la valeur efficace  $E_S$  de la force contre électromotrice induite dans l'enroulement par le rotor tournant à la vitesse  $\Omega$ .



12) On représente un enroulement statorique par le schéma électrique ci-contre.

On étudie le régime permanent sinusoïdal de pulsation  $\omega$ . On note  $\varphi$  le déphasage de la tension  $u_S(t)$  par rapport au courant  $i_S(t)$  et  $\psi$  le déphasage de la fcem  $e_S(t)$  par rapport au

courant  $i_S(t)$ , supposé compris entre  $0$  et  $\frac{\pi}{2}$ . Après avoir précisé la relation entre  $\Omega$  et  $\omega$ , donner l'allure du diagramme de Fresnel qui traduit la loi des mailles.

13) On suppose que l'on peut négliger le terme résistif. Donner la relation entre  $\psi$ ,  $\varphi$ ,  $E_S$  et  $U_S$ , valeur efficace de  $u_S(t)$ .

Chaque enroulement statorique du moteur est alimenté par un convertisseur continu alternatif. Ce convertisseur est relié à une source de tension constante de valeur  $U_C$  telle que  $U_C = U_S \cos \varphi$  et qui absorbe le courant constant d'intensité  $I_0$ .

Afin d'assurer en permanence le synchronisme entre le rotor et le champ glissant créé par le stator, ce qui évite tout risque de décrochage, les signaux de commande des interrupteurs des convertisseurs sont élaborés à partir d'impulsions issues d'un capteur qui détecte très précisément la position du rotor. Ainsi, il est possible :

- d'asservir la fréquence des courants statoriques à la vitesse angulaire du rotor ;
- de fixer le déphasage  $\psi$  entre le fondamental du courant  $i(t)$  et la fcem  $e(t)$  pour chaque enroulement du stator. Le moteur ainsi alimenté et contrôlé est dit **autopiloté**.

14) Montrer que la vitesse de rotation de l'arbre du moteur est proportionnelle à  $U_C$ .

15) En supposant que les convertisseurs ont un rendement unitaire et en négligeant les pertes dans le moteur, montrer que le couple exercé par le moteur est proportionnel à  $I_0$ .

### Exercice 3 : Association de deux machines à courant continu (Centrale PSI)

Deux machines à courant continu  $M_1$  et  $M_2$ , à aimants permanents, considérées comme identiques, sont associées sur le même arbre mécanique, selon le schéma de la figure 1.

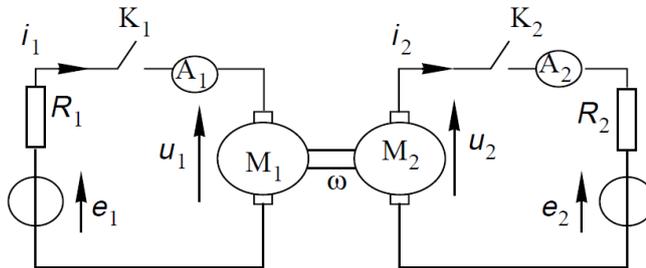


Figure 1 : association de deux machines à courant continu

Chaque machine est en relation électrique avec une source de tension, réversible en courant, modélisée par sa force électromotrice et une résistance ( $e_1$  et  $R_1$  pour le circuit 1 ;  $e_2$  et  $R_2$  pour le circuit 2). La vitesse de rotation angulaire est notée  $\omega(t)$  ; elle est considérée comme positive lorsque la machine  $M_1$  fonctionne en moteur avec  $e_1 > 0$ , et  $M_2$  en génératrice. Chaque machine, dont on néglige l'inductance d'induit et dont la résistance d'induit est notée  $R$ , développe, lorsqu'elle tourne, une force électromotrice  $e_m = \Phi_0 \omega$ , comme le montre le schéma équivalent de la figure 2.

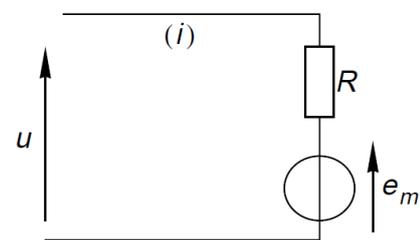


Figure 2 : schéma électrique

Dans la partie traitée ici, la machine  $M_1$  fonctionne en moteur, donc  $i_1 > 0$ , et la machine  $M_2$  fonctionne en génératrice avec  $e_2 = 0$ , donc  $i_2 > 0$ . Les pertes autres que celles dues à l'effet Joule sont modélisées, pour l'ensemble des deux machines, par un couple de frottement visqueux de la forme  $-\dot{f}\omega$ .

**II.B** -  $K_2$  est fermé,  $e_2 = 0$ ,  $R_1 = 0$ ,  $R_2 = 100\Omega$ . Le moment d'inertie de l'ensemble des parties tournantes des deux machines vaut  $J = 1,0 \times 10^{-5} \text{kg} \cdot \text{m}^2$ . On considère un régime transitoire correspondant à  $K_1$  fermé et  $e_1 > 0$ .

**II.B.1)** Exprimer l'équation différentielle liant  $\omega$  et  $i_1$  ; montrer que pour le moteur  $M_1$ , la génératrice  $M_2$  débitant sur la résistance  $R_2$  présente un couple de même nature qu'un frottement visqueux. On notera  $f_T$  la valeur absolue du coefficient global de frottement visqueux.

**II.B.2)** Écrire l'équation liant  $e_1$ ,  $i_1$  et  $\omega$ .

**II.B.3)** On note  $\Omega(p)$ ,  $I_1(p)$  et  $E_1(p)$  les représentations symboliques respectives des grandeurs  $\omega(t)$ ,  $i_1(t)$  et  $e_1(t)$ . Déduire des résultats des deux questions précédentes les fonctions de transfert :

$$H_i(p) = \frac{I_1(p)}{E_1(p)} ; H_\Omega(p) = \frac{\Omega(p)}{E_1(p)}.$$

Les essais suivants ont été effectués :

Essai 1 : Rotor bloqué (machines maintenues à l'arrêt)

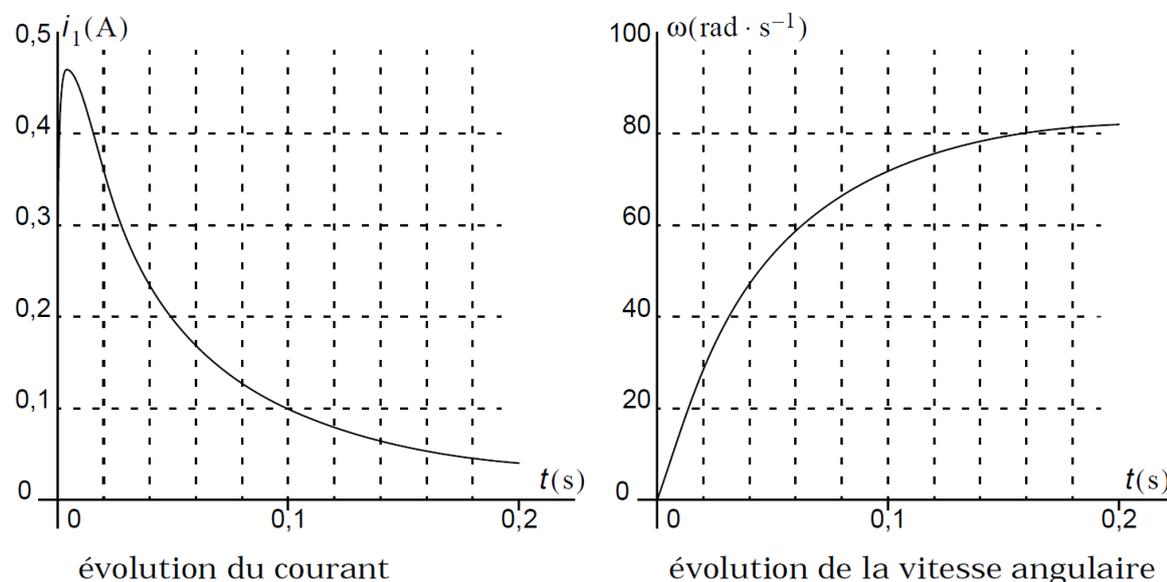
$e_1 = E_1(\text{V})$	1,00	3,00	6,00
$i_1 = I_1(\text{A})$	0,167	0,50	1,01

Essai 2 :  $K_2$  ouvert

$e_1 = E_1(\text{V})$	2,00	4,00	6,00
vitesse angulaire ( $\text{tr} \cdot \text{min}^{-1}$ )	584	1169	1753

Essai 3 :  $K_1$  et  $K_2$  ouverts. À l'instant initial, la vitesse angulaire est 1700 tours par minute et on observe une décroissance qui amène la vitesse angulaire à 850 tours par minute au bout de 6,9 s.

Essai 4 :  $K_1$  et  $K_2$  sont fermés mais le groupe est au repos car  $e_1 = 0$ . On applique alors au système une tension  $e_1(t)$  ayant la forme d'un échelon d'amplitude  $E_1 = 3,0 \text{ V}$ . Les évolutions au cours du temps de l'intensité du courant  $i_1$  et de la vitesse angulaire  $\omega$  sont données ci-dessous.



## II.C -

**II.C.1)** L'allure de  $i_1(t)$  proposée est-elle compatible avec la modélisation précédente ? Dans le cas contraire, préciser comment diffère l'évolution au cours du temps et proposer une interprétation.

**II.C.2)** L'évolution de  $\omega(t)$  proposée est-elle compatible avec la modélisation précédente ? Dans le cas contraire, préciser comment diffère l'évolution au cours du temps et proposer une interprétation.

**II.D** - À partir des essais précédents, en détaillant la démarche suivie et en faisant figurer, si nécessaire, les constructions graphiques utilisées, évaluer numériquement les paramètres  $R$ ,  $f$ ,  $\Phi_0$  et  $f_T$ . On rappelle que le moment d'inertie de l'ensemble des parties tournantes des deux machines vaut  $J = 1,0 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .