

EXERCICE 1 : Machine à réluctance variable (X – ENS 2010 extrait)

Les machines électriques sont de type très divers et leur constante évolution ne permet pas d'en faire un classement exhaustif. Parmi les machines électriques classiques, il est possible de citer les machines à courant continu, synchrones et asynchrones. Ces trois types de machines ont plusieurs points communs comme par exemple celui de présenter un couple sans ondulation.

Il existe un autre type de machine, dite à *réluctance variable* (MRV) dont le couple est dû à l'interaction mutuelle entre une partie fixe (bobines) et une partie ferromagnétique mobile. Ces dernières possèdent des caractéristiques très intéressantes : simplicité de fabrication, possibilité de géométries exotiques, robustesse, faible coût et permettent d'atteindre des vitesses très élevées, tout en ayant la possibilité de développer un fort couple à basse vitesse.

Une machine à réluctance variable présente l'avantage d'avoir la structure la plus simple des machines tournantes. Elle est constituée d'un stator en matériau ferromagnétique comportant plusieurs bobinages répartis sur des dents. Le rotor, également en matériau ferromagnétique, guidé en rotation, possède plusieurs dents (Figure 2). Lorsqu'une bobine est alimentée, elle crée un champ magnétique qui a pour conséquence d'entraîner en rotation le rotor afin de l'orienter selon ce champ magnétique, grâce à l'interaction mutuelle entre la partie fixe (bobines) et la partie mobile (rotor). En alimentant successivement les différentes bobines, on peut ainsi générer un mouvement de rotation précis. La conception de la commande de l'alimentation électrique des bobines est la partie la plus délicate à mettre en œuvre. La plupart des moteurs pas-à-pas, par exemple, fonctionne sur le principe d'une machine à réluctance variable.

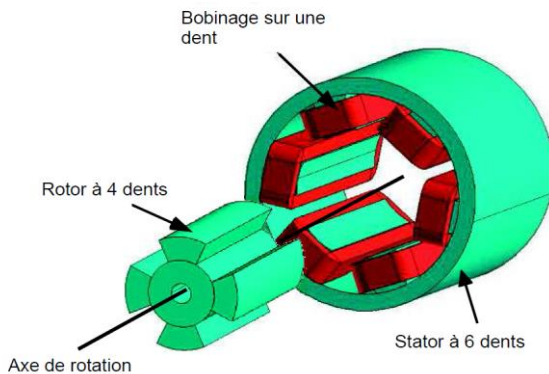


Figure 2

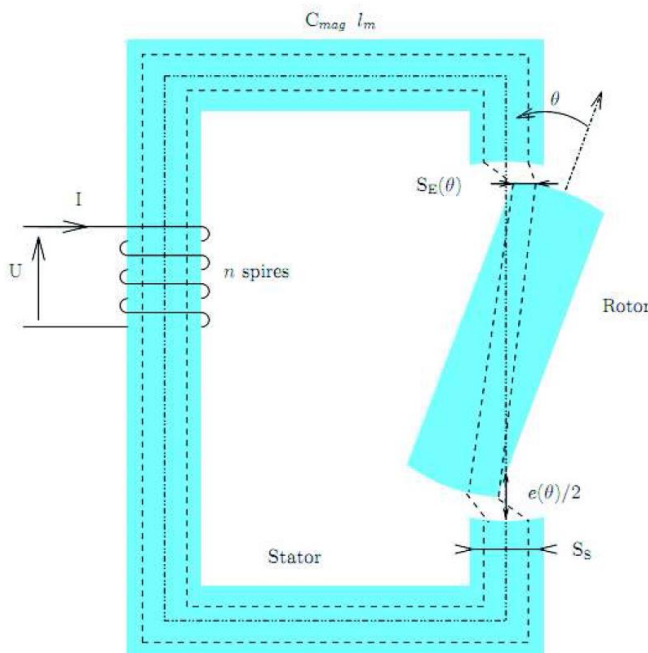


Figure 4

Afin de comprendre le principe de fonctionnement de la machine à réluctance variable (MRV), seule la machine de type monophasée représentée sur la Figure 4 sera considérée dans cette partie. On notera C_{mag} le chemin magnétique moyen associé au circuit magnétique. Ce chemin est composé d'une longueur moyenne l_m de matériau ferromagnétique et d'une longueur totale d'entrefer, dépendant de l'angle θ , notée $e(\theta) \in [e_{min}; e_{max}]$. La longueur totale du chemin magnétique fermé est donc $l_m + e(\theta)$. Le matériau ferromagnétique est de perméabilité relative μ_r (on note μ_0 la perméabilité du vide assimilée à celle de l'air) et sera supposé non saturé dans l'ensemble du sujet. On appelle \vec{H} l'excitation magnétique et \vec{B} le champ magnétique associé. On supposera que ces deux vecteurs sont constants le long du chemin magnétique (\vec{H}_{mat} , \vec{B}_{mat} dans le matériau ferromagnétique et \vec{H}_{air} , \vec{B}_{air} dans l'entrefer).

La section moyenne du stator est notée S_s et la section d'entrefer, notée $S_E(\theta)$ et dépendante de l'angle θ , correspond quant à elle à la section équivalente en regard entre le stator et le rotor. Pour simplifier l'étude, on négligera les flux de fuite, ainsi que les effets de bord, mais en revanche, on supposera que cette section d'entrefer varie en fonction de θ , d'un minimum $S_{E,min}$ à un maximum $S_{E,max}$. Le bobinage comportant n spires est alimenté par une tension U et un courant I et possède une résistance globale R_L .

Q2 : Donner le théorème d'Ampère. En déduire la valeur de $\oint_{C_{mag}} \vec{H} \cdot d\vec{l}$. On rappelle que le matériau magnétique est non-saturé. Le chemin magnétique s'appuyant sur un tube de champ magnétique, montrer que le flux ϕ traversant une spire de la bobine s'écrit

$$\phi = \frac{\mu_0 S_s}{\frac{l_m}{\mu_r} + \frac{S_s}{S_E(\theta)}} n I.$$

Q3 : La réluctance magnétique R du montage est définie par la relation $R \phi = n I$. Justifier alors le nom de machine à réluctance variable. Donner la relation entre la réluctance magnétique et l'inductance magnétique L définie par $L I = n \phi$. En fonction de l'angle θ variant de 0 à 2π , donner le tableau de variation des fonctions $e(\theta)$ et $S_E(\theta)$ (l'expression de ces deux fonctions n'est pas demandée). En déduire l'intervalle $[L_{min}; L_{max}]$ dans lequel varie l'inductance au cours du mouvement du rotor.

Q4 : Expliciter la loi de Faraday et donner la loi des mailles pour le circuit électrique.

Un bilan de puissance va être réalisé sur l'ensemble du circuit afin de déterminer le couple électromagnétique appliqué au rotor.

Q5 : On définit l'énergie du champ magnétique par $W_m = \int_{\varphi=0}^{\varphi=\phi} n I(\varphi) d\varphi$, où $I(\varphi) = \frac{n}{L} \varphi$

est le courant traversant la bobine, et φ le flux associé traversant une spire de la bobine. La puissance électrique P_{elec} fournie au système est répartie en pertes par effet Joule P_{Joule} , en puissance mécanique P_{mecc} et en puissance transmise en champ magnétique P_{mag} . On note C le couple électromagnétique appliqué sur le rotor. Écrire le bilan de puissance en explicitant chaque terme.

Q6 : L'énergie magnétique $W_m = \int_{\varphi=0}^{\varphi=\phi} n I(\varphi) d\varphi$ est une fonction d'état dépendant uniquement de la position angulaire θ et du flux magnétique ϕ : $W_m(\phi, \theta)$. A partir du bilan de puissance de la question précédente et de la loi des mailles, montrer que le courant et le couple sont donnés par les relations, pour tout angle θ et tout flux magnétique ϕ :

$$nI = \left(\frac{\partial W_m(\phi, \theta)}{\partial \phi} \right)_\theta \quad \text{et} \quad C = - \left(\frac{\partial W_m(\phi, \theta)}{\partial \theta} \right)_\phi.$$

Dans le cadre des matériaux non-saturés, l'égalité suivante est vérifiée :

$$W_m = \int_{\varphi=0}^{\varphi=\phi} n I(\varphi) d\varphi = \frac{1}{2} L^2(\Phi, \theta)$$

Q7 : Déduire l'expression du couple électromagnétique instantané C appliqué sur le rotor

en fonction de la dérivée $\frac{dL(\theta)}{d\theta}$. Montrer alors que le couple électromagnétique moyen sur un tour du rotor est nul à courant constant.

Dans le cas où le courant est constant, le couple moyen est nul sur un tour et le moteur ne peut pas fonctionner. Le principe d'alimentation d'une machine à réluctance variable est donc d'injecter un courant quand la dérivée $\frac{dL(\theta)}{d\theta}$ est positive, de façon à avoir un couple instantané positif, et de ne pas injecter de courant quand cette dérivée est négative, afin d'annuler le couple instantané. Ainsi le couple instantané étant positif ou nul, selon les positions angulaires du rotor, le couple moyen est strictement positif. Cette alimentation est possible par l'utilisation d'un onduleur (ensemble adéquat d'interrupteurs commandés électriquement) qui permet d'obtenir un créneau d'intensité: $I = I_{max}$ ou $I = 0$.

Q8 : Déterminer les angles pour lesquels un courant doit être injecté. En déduire la valeur du couple moyen appliqué au rotor de la machine à réluctance variable monophasée en fonction de I_{max} , L_{min} et L_{max} .

Le couple ainsi obtenu est strictement positif et permet au moteur de fonctionner. De façon à lisser le couple et à éviter l'annulation du couple pour certains angles, plusieurs pôles sont utilisés et sont régulièrement répartis (voir Figure 2).

EXERCICE 2 : CCINP PSI 2018

La suspension sur un véhicule est le terme donné au système composé des ressorts, des amortisseurs et des liaisons mécaniques qui connectent le châssis du véhicule aux roues.

Dans une suspension, l'amortisseur joue un rôle central en répondant à un double objectif : il contraint l'élasticité du ressort de suspension et limite ainsi les mouvements oscillatoires du véhicule ; il freine le rebond des roues sur les obstacles et maintient celles-ci en contact avec le sol.

La modification continue de l'état de la route et des exigences sur la tenue en virage oblige à modifier les caractéristiques de réponses des suspensions. C'est le cas de cette suspension qui est capable de faire varier la raideur de l'asservissement roue par roue. Pour contenir les mouvements de caisse et préserver le confort sur chaussée dégradée, la vitesse de déplacement de la suspension devra être très précise.

Ce sujet concerne donc la caractérisation d'un nouveau type de suspension utilisant un fluide magnéto-rhéologique et son asservissement.

Les exigences désirées par les constructeurs l'utilisant (Audi, Ferrari,...) sont fournies et représentées dans le **tableau 1**.

Exigences	Critères	Valeur
1.1 La suspension doit être rapide pour s'adapter à la route	Temps de réponse à un échelon ($Tr_{5\%}$)	< 35 ms
1.2 Le système doit résister au poids de la voiture	Charge maximale sur l'amortisseur	< 800 kg
1.3 L'asservissement du système doit être stable	Marge de phase	> 45°

Tableau 1

Objectif

Modéliser l'écoulement du fluide dans l'amortisseur et montrer que l'amortisseur exerce sur la roue une force d'amortissement de la forme $\vec{F} = -\alpha\vec{V}$ où \vec{V} est la vitesse de la roue perpendiculairement à la route.

L'amortisseur est constitué d'un fluide enfermé dans un cylindre de révolution d'axe ($O\vec{z}$). À l'intérieur de ce cylindre se trouve un piston, de même diamètre que le cylindre, percé d'une valve. On suppose que le piston coulisse sans frottements à l'intérieur du cylindre.

Le fluide enfermé dans le cylindre est ici une huile, que l'on supposera newtonienne (en absence de champ magnétique) et incompressible. Lorsque le véhicule roule sur une anfractuosités de la route, le piston se déplace dans le cylindre et le fluide passe d'un côté à l'autre du piston en s'écoulant par la valve.

Le corps du piston est constitué d'un matériau ferromagnétique doux (acier) et d'une bobine parcourue par un courant électrique d'intensité i . Le tout forme un circuit magnétique dont la valve est l'entrefer.

Données et notations utilisées

Les données ci-dessous sont celles de l'amortisseur de taille réduite utilisé pour réaliser les expériences :

- coefficient de viscosité dynamique de l'huile MR : $\eta = 1,0 \text{ Pa}\cdot\text{s}$;
- masse volumique de l'huile MR : $\rho = 3,0 \text{ kg}\cdot\text{L}^{-1}$;
- perméabilité magnétique relative de l'acier : $\mu_1 \approx 5\,000$;
- perméabilité magnétique relative de l'huile MR : $\mu_2 \approx 2,5$;

- rayon du piston (S_p sa surface) : $r_p = 10$ mm ;
- rayon interne de la valve : $r_1 = 7,0$ mm ;
- rayon externe de la valve : $r_2 = 8,0$ mm ;
- rayon moyen de la valve : r_m ;
- circonférence moyenne de la valve : $w = 2\pi r_m$;
- épaisseur de la valve : $e = 1,0$ mm ;
- longueur du piston : $L = 20$ mm ;
- vitesse caractéristique de déplacement du piston : $0 < V_0 < 100$ mm.s⁻¹ ;
- intensité du courant électrique circulant dans la bobine : i ;
- nombre de spires (jointives) de la bobine : N ;
- rayon interne de la bobine : $r_0 = 3,0$ mm ;
- hauteur de l'entrefer : $h = 1,0$ mm ;
- développements limités en 0 :
 - $(1+x)^\alpha \underset{x \rightarrow 0}{=} 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2 + o(x^2)$;
 - $\ln(1+x) \underset{x \rightarrow 0}{=} x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$;
- lors des applications numériques, on utilisera les données suivantes :
 - $16\pi \approx 50$;
 - $\frac{\pi}{16} \approx 0,1963$.

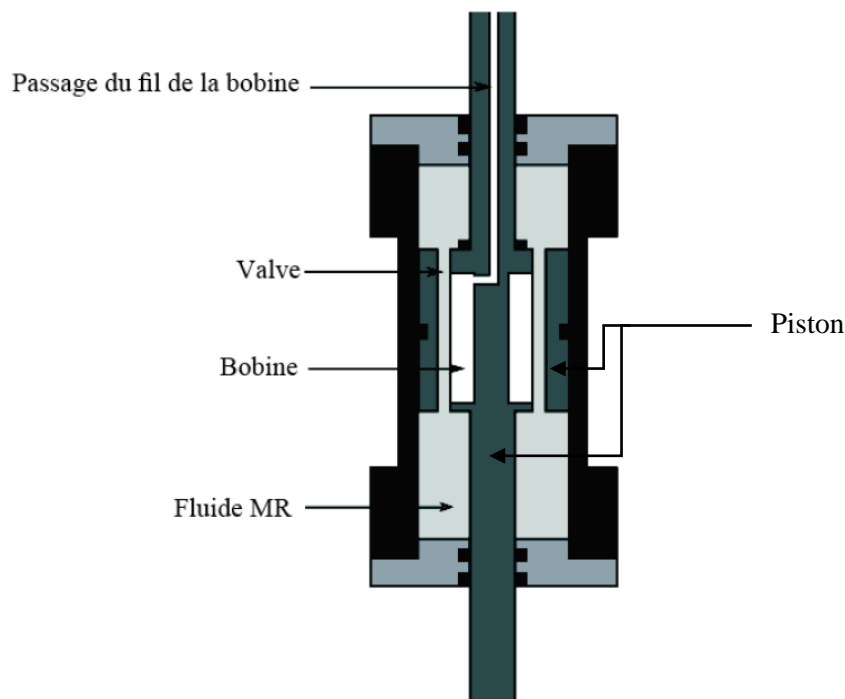


Figure 4 – Amortisseur à fluide magnéto-rhéologique

Sur les **figure 5.(b)** et **figure 5.(c)** et dans toutes les suivantes, le fluide circule dans la partie annulaire en gris foncé.

III.2 Influence du caractère ferromagnétique du fluide

Objectif

Caractériser le facteur d'amortissement α de l'amortisseur.

Le fluide magnétorhéologique est une suspension colloïdale de particules ferromagnétiques (typiquement du fer) d'un diamètre compris entre $0,1 \mu\text{m}$ et $10 \mu\text{m}$. Les particules ferromagnétiques s'organisent sous forme d'agrégats sous l'action d'un champ magnétique et altèrent les propriétés du fluide qui semble changer de viscosité d'un point de vue macroscopique. Sous l'action d'un champ magnétique, les particules ferromagnétiques s'organisent sous forme de chaînes selon la direction du champ magnétique \vec{B} (figure 7). Le mécanisme de formation des agrégats lors de l'application d'un champ magnétique est représenté figure 8.

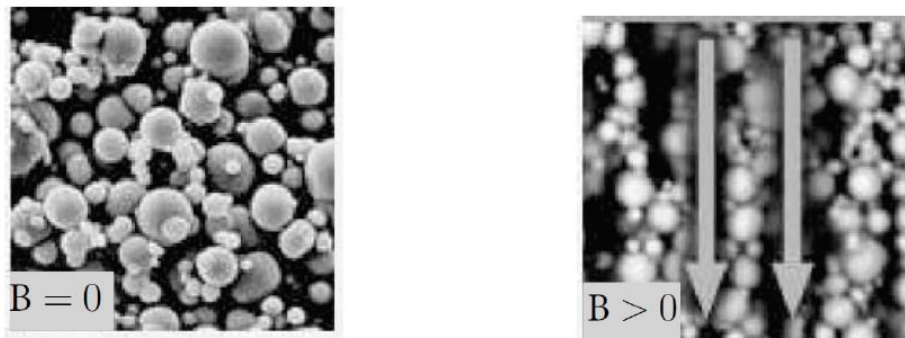


Figure 7 – Image au microscope électronique des particules ferromagnétiques du fluide MR sans champ magnétique (à gauche) et en présence d'un champ magnétique (à droite)

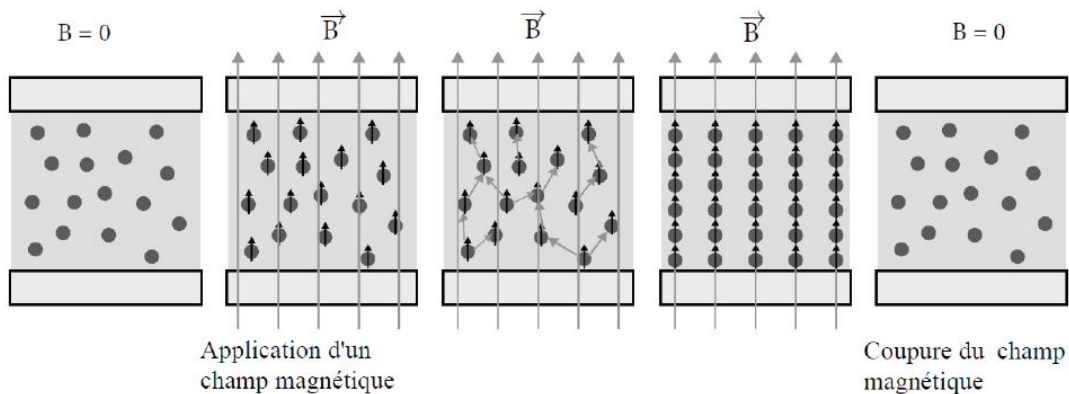


Figure 8 – Schématisation de la formation des agrégats de particules de fer lors de l'application d'un champ magnétique

- Q16. En présence d'un champ magnétique, expliquer qualitativement la formation des agrégats de particules ferromagnétiques (figure 8).
- Q17. En considérant la figure 9, sur quelle plage de vitesse peut-on considérer que l'amortisseur exerce sur la roue une force d'amortissement de la forme $\vec{F} = -\alpha(H)\vec{V}$? Est-ce acceptable?
- Q18. Le temps de formation caractéristique des agrégats est de 3 ms. Ce temps de réponse est-il acceptable?

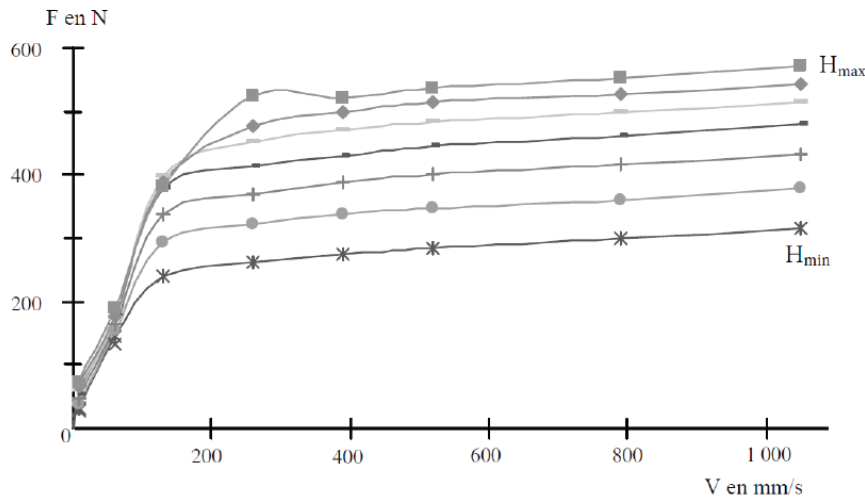


Figure 9 – Évolution de la norme de la force d’amortissement F en fonction de celle de la vitesse du piston V pour différentes valeurs de l’excitation magnétique H dans la valve

III.3 Modélisation du circuit magnétique et du circuit électrique de la bobine

Objectif

Modéliser le circuit magnétique et le circuit électrique permettant de contrôler α . Vérifier que le temps de réponse du système est en accord avec le cahier des charges.

Le circuit magnétique du piston est représenté **figure 10**. On supposera que l’acier et le fluide MR sont des milieux ferromagnétiques doux. Le vecteur excitation magnétique est noté \vec{H} et on suppose que le circuit magnétique canalise la totalité des lignes de champ magnétique. On négligera les pertes fer dans l’acier.

Les matériaux doux seront supposés linéaires de perméabilité magnétique $\mu = \mu_0 \mu_r$, où μ_r est la perméabilité magnétique relative.

Q19. Rappeler la relation liant le champ magnétique et l’excitation magnétique dans ces milieux. Donner les équations de Maxwell-Ampère et Maxwell-Thomson correspondant à ces deux champs.

Q20. Définir ce qu’est l’approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS) et simplifier l’équation de Maxwell-Ampère dans ce cadre.

On se place maintenant et pour toute la suite dans le cadre de l’ARQS.

Q21. Démontrer le théorème d’Ampère à partir de l’équation de Maxwell-Ampère ci-dessus.

On considère un solénoïde infiniment long de section circulaire de rayon δ , comportant n spires jointives par unité de longueur régulièrement réparties et parcourues par un courant d’intensité i . Ce solénoïde est rempli d’un noyau de matériau ferromagnétique doux.

Q22. Que pouvez-vous dire des lignes de champ des vecteurs excitation magnétique et champ magnétique dans ce solénoïde infini ?

- Q23.** Déterminer l'expression du champ magnétique à l'intérieur de ce solénoïde en supposant le champ nul à l'extérieur.
- Q24.** Dessiner l'allure des lignes de champ magnétique dans le cas d'un solénoïde de longueur finie. Rappeler le lien entre l'équation de Maxwell-Thomson et l'allure des lignes de champ que vous venez de tracer.
- Q25.** Dans le cas du solénoïde infini, exprimer le flux magnétique φ à travers une spire.

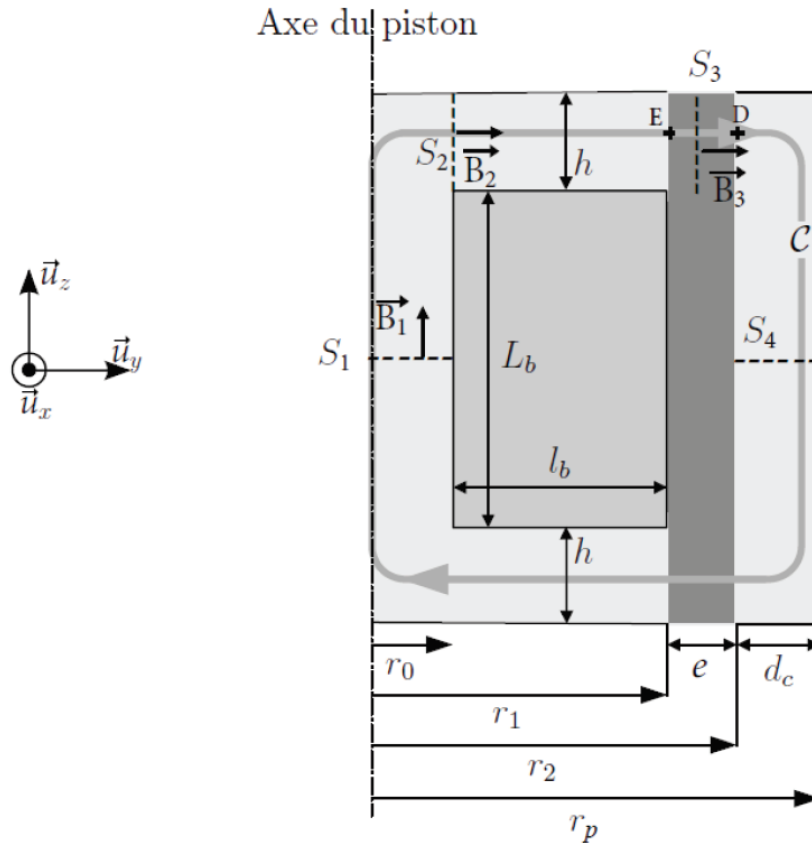


Figure 10 – Schématisation du circuit magnétique du piston

- Q26.** On note N_t le nombre total de spires et l la longueur du solénoïde. Exprimer, toujours en considérant le solénoïde comme infini, le flux propre Φ_p à travers les N_t spires. En déduire l'expression de l'inductance propre L_p de ce solénoïde.

On considère que le vecteur excitation magnétique et le champ magnétique sont uniformes au niveau de la bobine et dans l'entrefer.

On note :

$$\vec{H}_1 = H_1 \vec{u}_z \text{ et } \vec{B}_1 = B_1 \vec{u}_z \text{ au niveau de la bobine ;}$$

$$\vec{H}_3 = H_3 \vec{u}_r \text{ et } \vec{B}_3 = B_3 \vec{u}_r \text{ entre E et D (entrefer).}$$

- Q27.** Au vu de ce qui précède, justifier cette modélisation.

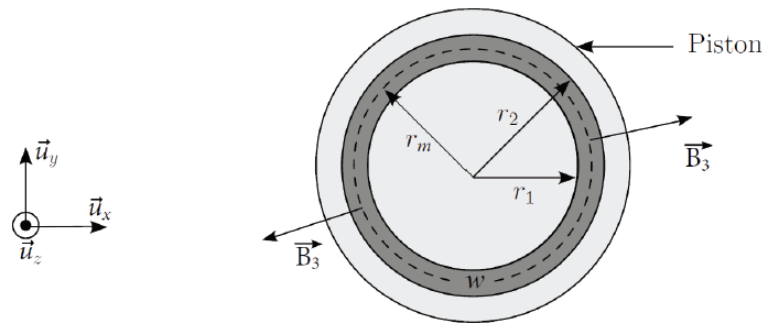


Figure 11 – Vue en coupe transversale du piston

Q29. Donner la relation liant B_3 , B_1 , la section $S_1 = \pi r_0^2$ de la partie interne du piston, le rayon moyen r_m de l'entrefer et la hauteur h de l'entrefer. Une vue en coupe transversale du piston est représentée **figure 11**.

Q30. Évaluer la norme du champ magnétique le long du contour C , représenté sur la **figure 10**. En déduire que la circulation de \vec{H} sur le contour C , vérifie :

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} \approx 2eH_3. \quad (8)$$

Q31. Appliquer le théorème d'Ampère au contour C . En déduire qu'une modification de l'intensité du courant circulant dans la bobine permet de modifier le facteur d'amortissement α de l'amortisseur.

Q32. Montrer que l'inductance propre L' de la bobine vérifie, en présence du fluide, $L' = \mu_2 L_0$ où L_0 est l'inductance propre de la bobine en absence de fluide ($\mu_2 = 1$).

Q33. Proposer une modélisation pour la bobine réelle en justifiant l'origine physique des composants idéaux qui la composent, à savoir une inductance L' et une résistance R_b . Faire un schéma électrique équivalent de la bobine réelle.