

PSI 2021 - 2022*
TD N° 19 - Ferromagnétisme

EXERCICE 1 : Capteur à Reluctance variable (e3a PSI extrait)

Un capteur inductif permet de mesurer la distance qui le sépare d'un ruban magnétique défilant. Il est assimilable à un circuit magnétique (Figure 4) constitué d'un matériau doux feuilleté en forme de U dont la section est un carré d'aire $S_1 = a^2$. Autour du circuit sont bobinés N enroulements (b) d'un conducteur parcouru par un courant d'intensité I .

La ligne moyenne du circuit magnétique est représentée en pointillés sur le schéma, elle est de longueur ℓ_1 dans le feuilletage ; la perméabilité magnétique du matériau doux vaut $\mu_1 = 500\mu_0$, μ_0 étant la perméabilité magnétique du vide.

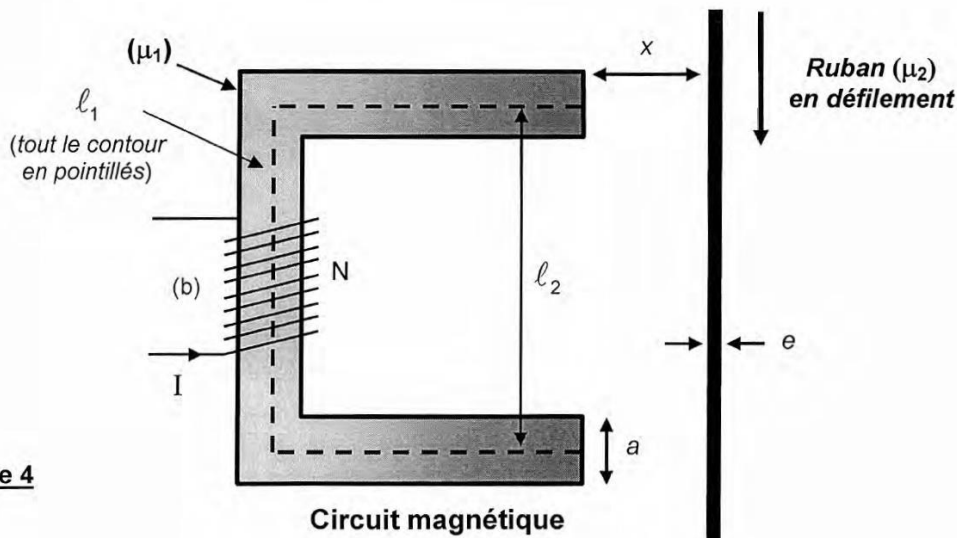


Figure 4

Ce capteur est placé en regard d'un ruban métallique ferromagnétique de largeur supérieure à a . Il est en défilement continu à une distance x devant le capteur ; son épaisseur est notée e et la perméabilité magnétique du matériau constitutif vaut $\mu_2 = 700\mu_0$.

Les lignes de champ sont parfaitement guidées par le circuit magnétique. L'entrefer entre le circuit magnétique et le ruban est suffisamment petit pour pouvoir négliger les fuites de flux magnétique. Les courants induits qui peuvent circuler dans le ruban sont négligés.

La longueur du contour d'Ampère moyen Γ adopté se décompose ainsi : ℓ_1 dans le capteur, $2x$ dans l'air et ℓ_2 dans le ruban. Les valeurs de l'excitation magnétique (respectivement du champ magnétique) seront notées H_1 (respectivement B_1) dans le capteur, H_0 (respectivement B_0) dans l'air et H_2 (respectivement B_2) dans le ruban.

- D1.** Énoncer le théorème d'AMPERE relatif au vecteur excitation magnétique \vec{H} .
- D2.** Appliquer ce théorème le long du contour moyen Γ orienté.
- D3.** Écrire, en justifiant votre raisonnement, le flux Φ du champ magnétique successivement à travers les sections du capteur, du ruban et de l'air. Le champ magnétique est noté respectivement \vec{B}_1 , \vec{B}_2 et \vec{B}_0 pour chacune de ces régions ; a et e sont les longueurs permettant de préciser les surfaces des sections qu'ils traversent.
- D4.** Exprimer les relations liant les excitations magnétiques aux champs magnétiques dans les trois parties du dispositif. Dédurre du théorème d'AMPERE l'expression de l'intensité I en fonction du seul champ B_1 , de N , ℓ_1 , ℓ_2 , a , e , x , μ_0 , μ_1 et μ_2 .

- D6.** Déterminer le flux magnétique Φ_b dans la bobine (b). En déduire l'expression de l'inductance L de cette bobine en fonction du champ magnétique B_1 , de N , a et I .
Exprimer l'inductance $L(x)$ de la bobine pour une distance x entre le capteur et le ruban, en fonction de N , ℓ_1 , ℓ_2 , a , e , x , μ_0 , μ_1 et μ_2 .

La valeur de consigne pour la distance capteur-ruban est fixée égale à x_0 ; toute distance quelconque pourra s'écrire $x = x_0 + \Delta x$.

- D7.** Montrer que l'inductance $L(x)$ de la bobine peut s'écrire, en fonction de l'inductance associée à la distance de consigne $L(x_0) = L_0$ et de l'écart Δx , sous la forme :

$$L(x) = L_0 \left(\frac{1}{1 + A \Delta x} \right).$$

Identifier L_0 , puis écrire A sous la forme : $A = \Psi \left(\frac{\ell_1}{\mu_1} + \frac{2x_0}{\mu_0} + \frac{a \ell_2}{e \mu_2} \right)^{-1}$. Déterminer Ψ .

Les données relatives au capteur : $N = 100$, $\ell_1 = 12 \text{ cm}$, $\ell_2 = 5 \text{ cm}$, $a = 3 \text{ cm}$, $x_0 = 10 \text{ mm}$, $e = 0,1 \text{ mm}$ et $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$, permettent de calculer les grandeurs $L_0 = 0,3 \text{ mH}$ et $A = 50 \text{ m}^{-1}$.

La grandeur définie comme le rapport \mathfrak{R} de la somme des courants enlacés NI sur le flux du champ magnétique au travers de la section S d'un tube de champ, porte le nom de réluctance :

$$\mathfrak{R} = \frac{N I}{\Phi}.$$

- D8.** Exprimer cette grandeur \mathfrak{R} en fonction de ℓ_1 , ℓ_2 , a , e , x , μ_0 , μ_1 et μ_2 , puis en fonction de N et de $L(x)$. Analyser son sens physique par analogie électrique.
Justifier le titre de cette deuxième partie : capteur de proximité à réluctance variable.

EXERCICE 2 : Transformateur et adaptation d'impédance

On souhaite alimenter un dipôle ohmique de résistance R par un générateur sinusoïdal de f.e.m $E_0 \cos \omega t$ par l'intermédiaire d'un transformateur supposé parfait de rapport de transformation m .

Les câbles électriques reliant le générateur au transformateur ont un coefficient d'auto-inductance L et l'ensemble [générateur, fils] une résistance r .

- 1) Déterminer le rapport de transformation pour avoir la puissance maximale dissipée dans R .
- 2) Calculer le rendement de l'installation électrique en fonction de m .
- 3) Tracer les courbes de la puissance dissipée dans R et du rendement pour $E_0 = 48 \text{ V}$, $R = 12 \Omega$, $L = 1 \text{ mH}$, $r = 6 \Omega$ et $\omega = 100\pi \text{ rad.s}^{-1}$.