

PSI* 2022 - 2023
TD PHYSIQUE N°18
OEM

EXERCICE 1 : Superposition de deux OPPM dans le vide

Une OPPM électromagnétique de pulsation ω se propage dans le vide. Son vecteur d'onde est : $\vec{k}_1 = k_1(\cos \alpha \vec{e}_x + \sin \alpha \vec{e}_z)$.

Elle est polarisée rectilignement dans la direction parallèlement à Oy : $\vec{E}_1 = E_0 \cdot \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) \vec{e}_y$

1. Que vaut k_1 ? Quel est le champ magnétique associé à cette onde ?

Une deuxième onde, de même fréquence, amplitude et polarisation, de vecteur d'onde $\vec{k}_2 = k_2(\cos \alpha \vec{e}_x - \sin \alpha \vec{e}_z)$, est superposée à la première. Ces deux ondes sont en phase à l'origine du système de coordonnées cartésiennes utilisé.

2. Montrer que les champs électrique et magnétique de l'onde globale valent :

$$\vec{E} = 2E_0 \cdot \cos\left(\frac{\omega \cdot z \cdot \sin \alpha}{c}\right) \cos\left(\omega \left(t - \frac{x \cdot \cos \alpha}{c}\right)\right) \vec{e}_y$$

$$\vec{B} = \frac{2E_0}{c} \left[-\sin\left(\omega \left(t - \frac{x \cdot \cos \alpha}{c}\right)\right) \sin\left(\frac{\omega \cdot z \cdot \sin \alpha}{c}\right) \sin \alpha \cdot \vec{e}_x \right. \\ \left. + \cos\left(\omega \left(t - \frac{x \cdot \cos \alpha}{c}\right)\right) \cos\left(\frac{\omega \cdot z \cdot \sin \alpha}{c}\right) \cos \alpha \cdot \vec{e}_z \right]$$

3. Quelle est la direction de propagation de cette onde globale ? Est-elle plane ? stationnaire ? Quelle vitesse de phase pouvons-nous associer à cette onde ? Quelle est la particularité de cette vitesse ?
4. Quelle est la valeur moyenne temporelle $\langle \vec{\Pi} \rangle$ du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ de l'onde. A-t-on $\vec{\Pi} = \vec{\Pi}_1 + \vec{\Pi}_2$? $\langle \vec{\Pi} \rangle = \langle \vec{\Pi}_1 \rangle + \langle \vec{\Pi}_2 \rangle$? Commenter.
5. Quelle est l'énergie moyenne transportée par unité de temps et de surface à travers un plan perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde résultante ?
6. Quelle vitesse d'énergie peut-on associer à cette onde ? Commenter ce résultat.

EXERCICE 2 : Réflexion et transmission à l'interface atmosphère/ionosphère

D'après ea3 PSI

Les 8 premières questions de ce problème, non traitées ici, correspondaient au cours. Il faut donc se munir des résultats suivants pour faire les questions ci-dessous.

- Expressions de \underline{k} , nombre d'onde complexe lié à la propagation d'une OPPM transverse dans le plasma ionosphérique et de l'indice complexe associé, \underline{n} .
- Expression de la pulsation de plasma, notée ω_{pe} dans la suite.
- Comportement de l'onde lorsque sa pulsation est inférieure ou supérieure à la pulsation de plasma.

On rappelle les relations de passage à l'interface de deux milieux 1 et 2 :

$$\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \mathbf{N}_{1 \rightarrow 2}$$

$$\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1 = \mu_0 \mathbf{j}_s \wedge \mathbf{N}_{1 \rightarrow 2}$$

Champ E :

- Continuité de la composante tangentielle
- Discontinuité éventuelle de la composante normale

Champ B :

- Continuité de la composante normale
- Discontinuité éventuelle de la composante tangentielle

Dans la situation étudiée, on indique qu'il n'y a pas de courant surfacique.

Une onde électromagnétique plane harmonique polarisée rectilignement est émise depuis le sol verticalement suivant la direction Oz normale à la surface de séparation atmosphère-ionosphère (figure 3).

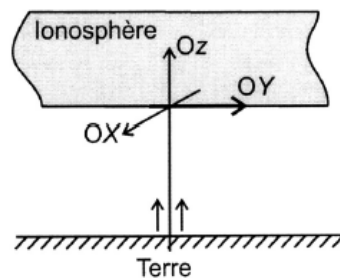


Figure 3

Les champs associés aux ondes électromagnétiques incidente, réfléchi et transmise sont les suivants :

	Champs électriques	Champs magnétiques
Onde incidente	$\vec{E}_i = \vec{E}_{oi} \exp j(\omega t - k_0 z) \vec{e}_x$	$\vec{B}_i = \frac{\vec{E}_{oi}}{c} \exp j(\omega t - k_0 z) \vec{e}_y$
Onde réfléchi	$\vec{E}_r = \vec{E}_{or} \exp j(\omega t + k_0 z) \vec{e}_x$	$\vec{B}_r = -\frac{\vec{E}_{or}}{c} \exp j(\omega t + k_0 z) \vec{e}_y$
Onde transmise	$\vec{E}_t = \vec{E}_{ot} \exp j(\omega t - kz) \vec{e}_x$	$\vec{B}_t = \eta \frac{\vec{E}_{ot}}{c} \exp j(\omega t - kz) \vec{e}_y$

A9. A partir des conditions aux limites en $z = 0$ à l'interface atmosphère-ionosphère, écrire deux relations qui lient les amplitudes E_{oi} , E_{or} , E_{ot} et η .

Exprimer le coefficient de réflexion en amplitude défini par $r = \frac{E_{or}}{E_{oi}}$.

A10. Déterminer, en $z = 0$, les expressions de la valeur moyenne temporelle de la norme du vecteur de Poynting incident $\langle \|\vec{\Pi}_{oi}\| \rangle$ et réfléchi $\langle \|\vec{\Pi}_{or}\| \rangle$.

En déduire l'expression du facteur de réflexion en puissance \mathcal{R} , défini par

$$\mathcal{R} = \frac{\langle \|\vec{\Pi}_{or}\| \rangle}{\langle \|\vec{\Pi}_{oi}\| \rangle}, \text{ en fonction de } \eta.$$

A11. Préciser, dans les deux cas $\omega < \omega_{pe}$ et $\omega > \omega_{pe}$, l'expression de \mathcal{R} . Tracer l'allure de \mathcal{R} en fonction de $\frac{\omega}{\omega_{pe}}$, puis commenter cette courbe. Citer des applications.

A12. Déduire de la courbe précédente l'allure de \mathcal{T} , coefficient de transmission en puissance. Proposer une méthode de mesure de la valeur de la pulsation ω_{pe} .