

**EXERCICE 1 : GSM 4G****Données :**

- permittivité diélectrique du vide ou de l'air :  $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \text{ F.m}^{-1}$

- perméabilité magnétique du vide ou de l'air :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$

On s'intéresse à l'un des deux standards de télécommunication pour la 4<sup>e</sup> génération de la téléphonie mobile, « Long Term Evolution – Advanced ». Il est constitué, en France, de deux bandes de fréquences dites 800 MHz et 2 600 MHz. Par le déploiement de technologies particulières, des débits supérieurs à 30 Mbits / seconde pour des mobiles en mouvement sont obtenus.

L'espace est défini par un repère orthonormé direct  $R = (O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  et on considère un point  $M$  de l'espace repéré par ses coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$ . On pose  $\vec{OM} = \vec{r}$ .

**TECHNOLOGIE MIMO**

L'une des clés pour l'élévation du débit de la 4G réside dans la capacité des antennes à différencier les signaux en fonction de leur direction d'arrivée (ou d'envoi). Pour illustrer cette fonction, considérons le cas de deux OPPS de même amplitude  $E_m$ , mais de phases à l'origine différentes.

En associant cette origine à la première onde, on a  $\underline{E}_{m1} = E_m \neq E_m e^{j\varphi} = \underline{E}_{m2}$ .

Elles utilisent le même canal et donc la même pulsation  $\omega$ . Elles ont la même polarisation rectiligne  $\vec{e}_x$ .

Les directions d'arrivée en un point quelconque de l'espace sont :

$$\vec{k}_1 = k(\sin\theta \vec{e}_y + \cos\theta \vec{e}_z) ; \vec{k}_2 = k(-\sin\theta \vec{e}_y + \cos\theta \vec{e}_z).$$

**A/ Champs électriques**

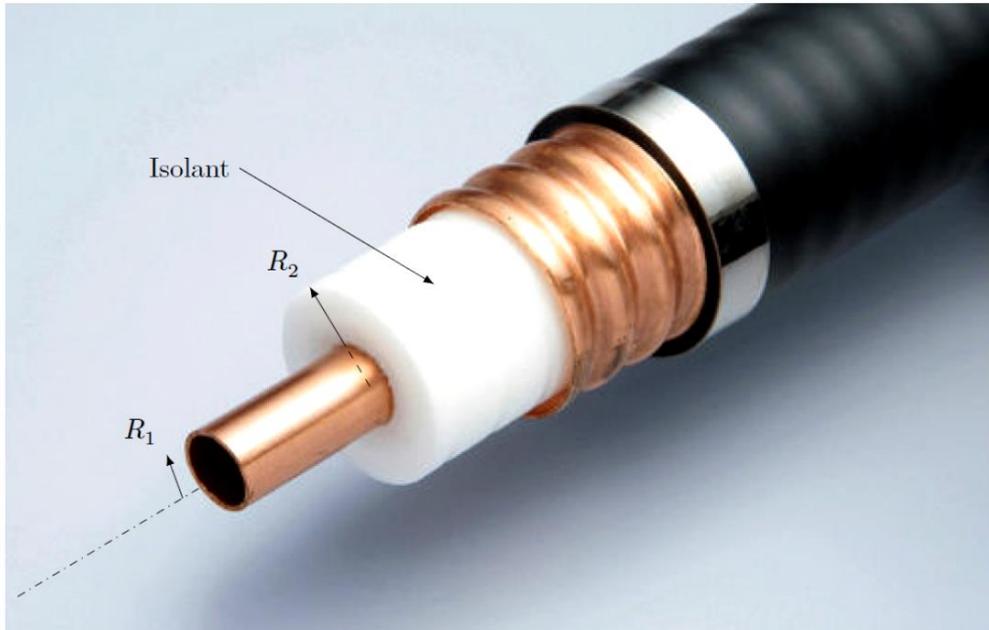
- 1) En vous appuyant sur un schéma clair, représentez dans le repère cartésien les vecteurs  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$ , ainsi que les champs associés  $\vec{E}_1, \vec{B}_1$  et  $\vec{E}_2, \vec{B}_2$  en respectant la vraisemblance liée à la structure des OPPS.
- 2) Exprimer les composantes  $E_1(M, t)$  et  $E_2(M, t)$  respectivement des champs  $\vec{E}_1(M, t)$  et  $\vec{E}_2(M, t)$  selon la direction  $\vec{e}_x$  en fonction de  $E_m, \varphi, \omega, t, k, z, y$  et  $\theta$ .

**B/ Détection MIMO**

- 1) On dispose deux antennes de réception en mesure de détecter le champ électrique aux points  $P(x_P = 0, y_P = -\frac{\lambda}{4}, z_P = 0)$  et  $Q(x_Q = 0, y_Q = +\frac{\lambda}{4}, z_Q = 0)$ . Exprimer les composantes  $E_{1x}(P, t)$ ,  $E_{1x}(Q, t)$ ,  $E_{2x}(P, t)$  et  $E_{2x}(Q, t)$  des champs en fonction de  $E_m, \varphi, \omega, t$  et  $\theta$ , puis exprimer les champs totaux  $\vec{E}_{total}(P, t)$  et  $\vec{E}_{total}(Q, t)$  en fonction de ces mêmes paramètres.
- 2) On introduit le paramètre réel et variable  $\phi$ . Grâce à un calculateur numérique, on peut estimer la quantité  $\vec{E}(t, \phi) = \vec{E}_{total}(P, t) + e^{j\phi} \vec{E}_{total}(Q, t)$  pour diverses valeurs de  $\phi$ .  
Montrer que les contributions issues des champs  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_2$  font apparaître respectivement les facteurs  $f_1(\phi) = 1 + e^{j(\phi - \pi \sin\theta)}$  et  $f_2(\phi) = 1 + e^{j(\phi + \pi \sin\theta)}$ .
- 3) Proposer deux valeurs particulières  $\phi_1$  et  $\phi_2$  respectivement telles qu'après calcul de  $\vec{E}$  :
  - on annule la contribution de  $\vec{E}_2$  dans  $\vec{E}(t, \phi)$ ,
  - on annule la contribution de  $\vec{E}_1$  dans  $\vec{E}(t, \phi)$ .

## EXERCICE 2 : COAXIAL

On s'intéresse à un signal transporté via un câble coaxial, de grande dimension selon son axe  $z'z$ , et constitué de deux surfaces cylindriques parfaitement conductrices, de rayons  $R_1$  et  $R_2$  avec  $R_1 < R_2$ . L'espace entre les conducteurs est un isolant de permittivité diélectrique absolue  $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$  et de perméabilité magnétique  $\mu_0$ . Dans ce milieu, on admet que l'on peut utiliser les résultats établis dans le vide en remplaçant la permittivité du vide  $\varepsilon_0$  par la permittivité absolue du milieu  $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ .



Le conducteur interne achemine dans le sens des  $z$  positifs un courant alternatif sinusoïdal d'intensité

$$\underline{I} = \underline{I}_m(z) e^{i\omega t}$$

et le conducteur externe un courant exactement opposé. Entre les conducteurs, le champ électrique s'écrit

$$\underline{\vec{E}}(M, t) = \underline{E}_0(r, z) e^{i\omega t} \underline{\vec{u}}_r$$

et le champ magnétique  $\underline{\vec{B}}(M, t) = \underline{B}_0(r, z) e^{i\omega t} \underline{\vec{u}}_\theta$ .

1. En appliquant la forme intégrale de l'équation de MA, déterminer le champ magnétique en fonction de  $\underline{I}$ .
2. En déduire, un lien entre la dérivée  $\underline{I}_m(z)$  et l'amplitude spatiale du champ électrique.
3. Enfin, grâce à MF, donner l'équation différentielle dont  $\underline{I}_m(z)$  est solution, la résoudre, et donner les expressions complètes des champs de l'onde électromagnétique qui se propage dans le câble (on l'écrira pour les  $z$  croissants et on la caractérisera).
4. Déterminer la valeur moyenne temporelle du vecteur de Poynting puis la puissance moyenne électromagnétique,  $P$ , transportée le long du câble dans l'isolant. On fera apparaître une grandeur  $Z_c$  homogène à une impédance.
5. A.N. Calculer la vitesse de phase de l'onde ci-dessus, l'impédance  $Z_c$  et  $P$ .

### Données

$f = 100$  MHz,  $\varepsilon_r = 3$ , longueur du câble = 200 m,  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H·m<sup>-1</sup>,  $\varepsilon_0 = 8,84 \times 10^{-12}$  F·m.

On donne en coordonnées cylindriques

On rappelle que  $\langle \underline{\vec{R}} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} \left( \frac{1}{\mu_0} \underline{\vec{E}} \wedge \overline{\underline{\vec{B}}}^* \right)$ .

$$\overline{\text{rot}} \underline{\vec{F}} \begin{vmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial(rF_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \end{vmatrix}$$