PSI* 2021 – 2022

TD Physique N°13 - Coaxial

Prise en compte des pertes (CCP 2018 – extrait)

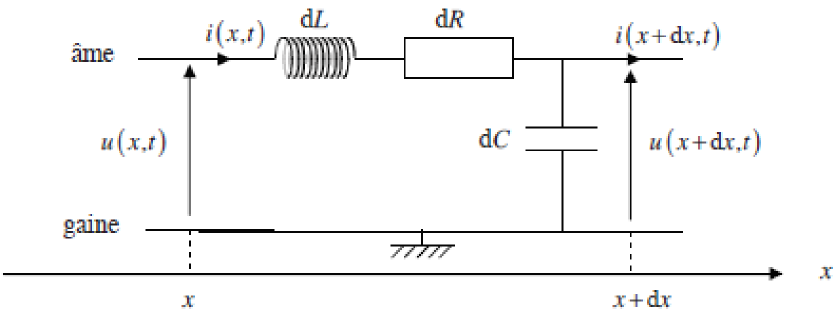

Figure 3 – Schéma électrique d'un tronçon de ligne imparfait de longueur dx

Montrer que l'équation de propagation de l'onde de tension $u(x,t)$ est :

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \Lambda \cdot \Gamma \cdot \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + r \cdot \Gamma \cdot \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}.$$

En considérant une solution de la forme $\underline{u}(x,t) = u_0 \cdot \exp\left(j\left(\omega \cdot t - \underline{k} \cdot x\right)\right)$ à l'équation de propagation précédente, dans laquelle $\underline{k}$ est une pulsation spatiale complexe, trouver l'équation de dispersion associée à la ligne.

On écrit $\underline{k}$ sous la forme : $\underline{k} = \alpha - j \cdot \beta$. Que représentent physiquement α et β ? Justifier, par un raisonnement physique, le signe de β lorsque $\alpha > 0$.

On définit l'atténuation linéique de puissance du signal entre le point d'entrée du câble coaxial en x = 0 et un point d'abscisse x par la grandeur A, exprimée en décibel par unité de longueur, $A = \dfrac{10 \cdot \log\left(\dfrac{P_0}{P(x)}\right)}{x} = \dfrac{\dfrac{10}{\ln 10} \cdot \ln\left(\dfrac{P_0}{P(x)}\right)}{x}$, avec $P(x) = \dfrac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\underline{u}(x,t) \cdot \underline{i}^*(x,t)\right)$ la puissance moyenne de l'onde à l'abscisse x et $P_0 = P(x=0) = \dfrac{1}{2} u_0 \cdot i_0$ la puissance moyenne de l'onde en entrée du câble.

En considérant que $\underline{i}(x,t) = i_0 \cdot \exp\left(j\left(\omega \cdot t - \underline{k} \cdot x\right)\right)$, exprimer A en fonction de β.

À l'aide d'un développement limité à l'ordre 1, montrer que si $r \ll \Lambda \cdot \omega$, alors $A = \dfrac{10}{\ln 10} \cdot r \cdot \sqrt{\dfrac{\Gamma}{\Lambda}}$.