

*PSI\* 2015 - 2016*  
*TD N°9 - EFFET DE PEAU*

Le demi-espace  $z > 0$  est occupé par un milieu conducteur métallique de conductivité  $\gamma = 6 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ . Le demi-espace  $z < 0$  est assimilé au vide. Le milieu conducteur est excité par un champ électromagnétique extérieur.

1. Ecrire les équations de Maxwell vérifiées par les champs  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{j}$  dans le milieu.
2. En utilisant l'équation de conservation de la charge montrer que la densité de charges  $\rho$  peut être considérée comme nulle dans le conducteur.  
On donne  $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \text{ F/m}$ .
3. Le champ électromagnétique varie sinusoidalement dans le temps à la pulsation  $\omega$ . Montrer que, dans l'équation de Maxwell - Ampère, le courant de déplacement  $\mathbf{j}_D$  est négligeable devant le courant de conduction  $\mathbf{j}$  si la fréquence est « assez faible ».
4. Déterminer l'équation différentielle vectorielle vérifiée par  $\mathbf{j}$ .
5. On cherche la densité de courant sous la forme  $\underline{\mathbf{j}} = \underline{j}_0(z) \exp(i\omega t) \mathbf{e}_x$ . Déterminer  $\underline{j}_0(z)$ . On fera apparaître la quantité  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\gamma \mu_0 \omega}}$  dont on précisera l'unité et la signification physique.
6. Calculer  $\mathbf{j}(z, t)$  ; en déduire les expressions des champs  $\mathbf{E}(z, t)$  et  $\mathbf{B}(z, t)$ .
7. Déterminer la densité volumique d'énergie  $\varepsilon_{\text{vol}}(z, t)$  et sa valeur moyenne temporelle. Comparer les contributions magnétique et électrique.
8. Quelle est la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans le parallélépipède de longueur  $a$  selon  $Ox$ , de largeur  $b$  selon  $Oy$  et de profondeur infinie selon  $Oz$  ?