

PSI 2015 - 2016*
TD N°9 - EFFET DE PEAU

Le demi-espace $z > 0$ est occupé par un milieu conducteur métallique de conductivité $\gamma = 6 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$. Le demi-espace $z < 0$ est assimilé au vide. Le milieu conducteur est excité par un champ électromagnétique extérieur.

1. Ecrire les équations de Maxwell vérifiées par les champs \mathbf{B} et \mathbf{j} dans le milieu.
2. En utilisant l'équation de conservation de la charge montrer que la densité de charges ρ peut être considérée comme nulle dans le conducteur.
On donne $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \text{ F/m}$.
3. Le champ électromagnétique varie sinusoidalement dans le temps à la pulsation ω . Montrer que, dans l'équation de Maxwell - Ampère, le courant de déplacement \mathbf{j}_D est négligeable devant le courant de conduction \mathbf{j} si la fréquence est « assez faible ».
4. Déterminer l'équation différentielle vectorielle vérifiée par \mathbf{j} .
5. On cherche la densité de courant sous la forme $\underline{\mathbf{j}} = \underline{j}_0(z) \exp(i\omega t) \mathbf{e}_x$. Déterminer $\underline{j}_0(z)$. On fera apparaître la quantité $\delta = \sqrt{\frac{2}{\gamma \mu_0 \omega}}$ dont on précisera l'unité et la signification physique.
6. Calculer $\mathbf{j}(z, t)$; en déduire les expressions des champs $\mathbf{E}(z, t)$ et $\mathbf{B}(z, t)$.
7. Déterminer la densité volumique d'énergie $\epsilon_{\text{vol}}(z, t)$ et sa valeur moyenne temporelle. Comparer les contributions magnétique et électrique.
8. Quelle est la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans le parallélépipède de longueur a selon Ox , de largeur b selon Oy et de profondeur infinie selon Oz ?