

Plaque oscillante - propagation d'une onde de vitesse

On considère une plaque plane infinie formant le plan $z = 0$; au-dessus de cette plaque se trouve un fluide newtonien incompressible, de masse volumique μ , de viscosité η ; il occupe donc tout le demi-espace $z > 0$.

La plaque est mise en vibration sinusoïdale à la fréquence f , l'amplitude de sa vitesse étant V_{\max} . On étudie le régime sinusoïdal forcé.

La pesanteur est négligée et l'on suppose l'écoulement laminaire.

Proposer une forme du champ de vitesse dans le fluide ; en appliquant la RFD à une particule de fluide (Navier-Stokes), montrer que l'on aboutit à une équation de diffusion.

On se propose de « tester » une solution sous forme complexe $\underline{v}(z, t) = V_0 \exp(j(2\pi f t - \underline{k}z))$, où \underline{k} est un nombre complexe que l'on mettra sous la forme $k' - jk''$.

Déterminer k' et k'' et donner l'expression de la vitesse $v(z, t) = \text{Re}(\underline{v}(z, t))$.

Commenter cette forme ; on mettra notamment en évidence une profondeur de pénétration de l'onde de vitesse, que l'on notera δ et que l'on exprimera en fonction des données.

Faire l'application numérique pour l'eau, puis pour un fluide de masse volumique identique à celle de l'eau mais de viscosité 1000 fois supérieure. On prendra $f = 1$ Hz.