PSI* 2015 – 2016

TD Physique N°12 – Ferromagnétisme

E3A 2013 – Deuxième partie

DEUXIEME PARTIE

CAPTEUR DE PROXIMITE A RELUCTANCE VARIABLE

D / ETUDE DU CAPTEUR INDUCTIF

Un capteur inductif permet de mesurer la distance qui le sépare d'un ruban magnétique défilant. Il est assimilable à un circuit magnétique (Figure 4) constitué d'un matériau doux feuilleté en forme de U dont la section est un carré d'aire $S_1 = a^2$. Autour du circuit sont bobinés N enroulements (b) d'un conducteur parcouru par un courant d'intensité I.

La ligne moyenne du circuit magnétique est représentée en pointillés sur le schéma, elle est de longueur ℓ_1 dans le feuilletage ; la perméabilité magnétique du matériau doux vaut $\mu_1 = 500\mu_0$, μ_0 étant la perméabilité magnétique du vide.

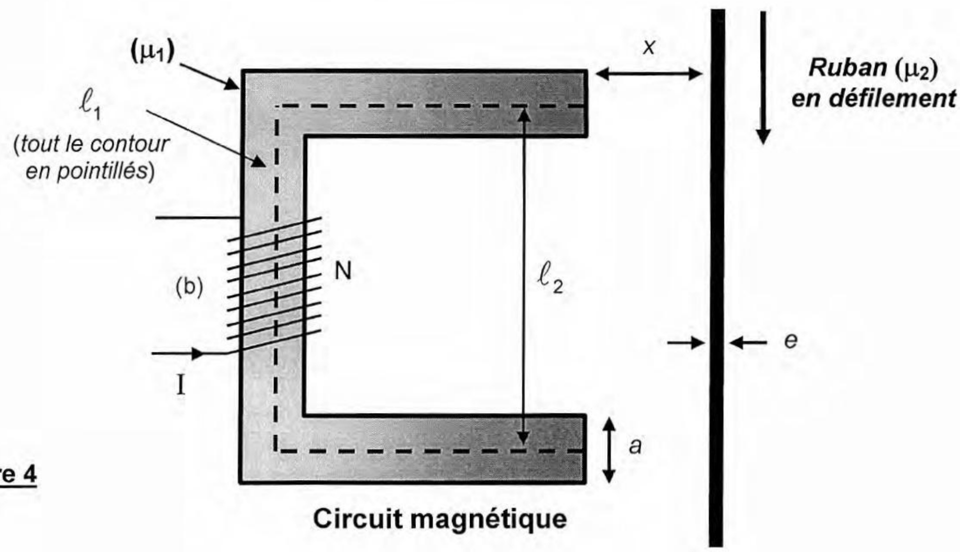

Figure 4

Ce capteur est placé en regard d'un ruban métallique ferromagnétique de largeur supérieure à a. Il est en défilement continu à une distance x devant le capteur ; son épaisseur est notée e et la perméabilité magnétique du matériau constitutif vaut $\mu_2 = 700\mu_0$.

Les lignes de champ sont parfaitement guidées par le circuit magnétique. L'entrefer entre le circuit magnétique et le ruban est suffisamment petit pour pouvoir négliger les fuites de flux magnétique. Les courants induits qui peuvent circuler dans le ruban sont négligés.

La longueur du contour d'Ampère moyen Γ adopté se décompose ainsi : ℓ_1 dans le capteur, 2x dans l'air et ℓ_2 dans le ruban. Les valeurs de l'excitation magnétique (respectivement du champ magnétique) seront notées H_1 (respectivement B_1) dans le capteur, H_0 (respectivement B_0) dans l'air et H_2 (respectivement B_2) dans le ruban.

D1. Enoncer le théorème d'AMPERE relatif au vecteur excitation magnétique $\vec{H}$.

D2. Appliquer ce théorème le long du contour moyen Γ orienté.

D3. Ecrire, en justifiant votre raisonnement, le flux Φ du champ magnétique successivement à travers les sections du capteur, du ruban et de l'air. Le champ magnétique est noté respectivement $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ et $\vec{B}_0$ pour chacune de ces régions ; a et e sont les longueurs permettant de préciser les surfaces des sections qu'ils traversent.

D4. Exprimer les relations liant les excitations magnétiques aux champs magnétiques dans les trois parties du dispositif. Déduire du théorème d'AMPERE l'expression de l'intensité I en fonction du seul champ B_1, de N, ℓ_1, ℓ_2, a, e, x, μ_0, μ_1 et μ_2.

D5. Définir un matériau ferromagnétique ; préciser le phénomène qui le caractérise et citer des exemples.
Quelles sont les spécificités d'un matériau ferromagnétique doux feuilleté ?

D6. Déterminer le flux magnétique Φ_b dans la bobine (b). En déduire l'expression de l'inductance L de cette bobine en fonction du champ magnétique B_1, de N, a et I.

Exprimer l'inductance L(x) de la bobine pour une distance x entre le capteur et le ruban, en fonction de N, ℓ_1, ℓ_2, a, e, x, μ_0, μ_1 et μ_2.

La valeur de consigne pour la distance capteur-ruban est fixée égale à x_0 ; toute distance quelconque pourra s'écrire $x = x_0 + \Delta x$.

D7. Montrer que l'inductance L(x) de la bobine peut s'écrire, en fonction de l'inductance associée à la distance de consigne $L(x_0) = L_0$ et de l'écart Δx, sous la forme : $L(x) = L_0\left(\dfrac{1}{1 + A\,\Delta x}\right)$.

Identifier L_0, puis écrire A sous la forme : $A = \Psi\left(\dfrac{\ell_1}{\mu_1} + \dfrac{2x_0}{\mu_0} + \dfrac{a\,\ell_2}{e\,\mu_2}\right)^{-1}$. Déterminer Ψ.

Les données relatives au capteur : $N = 100$, $\ell_1 = 12\ cm$, $\ell_2 = 5\ cm$, $a = 3\ cm$, $x_0 = 10\ mm$, $e = 0{,}1\ mm$ et $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ H.m^{-1}$, permettent de calculer les grandeurs $L_0 = 0{,}3\ mH$ et $A = 50\ m^{-1}$.

La grandeur définie comme le rapport $\Re$ de la somme des courants enlacés NI sur le flux du champ magnétique au travers de la section S d'un tube de champ, porte le nom de réluctance :

$$\Re = \frac{N\,I}{\Phi}.$$

D8. Exprimer cette grandeur $\Re$ en fonction de ℓ_1, ℓ_2, a, e, x, μ_0, μ_1 et μ_2, puis en fonction de N et de L(x). Analyser son sens physique par analogie électrique.
Justifier le titre de cette deuxième partie : capteur de proximité à reluctance variable.

E / CONDITIONNEMENT DU CAPTEUR

Le circuit de conditionnement du capteur (représenté sur la figure 5) comporte l'inductance variable L(x), un condensateur à capacité variable C et deux résistances fixes $R = 1\ k\Omega$. Il est alimenté par un générateur de tension d'impédance interne négligeable, délivrant un signal sinusoïdal : $v_G(t) = V_G \cos(\omega_G t)$, de fréquence 1 kHz et d'amplitude $V_G = 5\ V$.

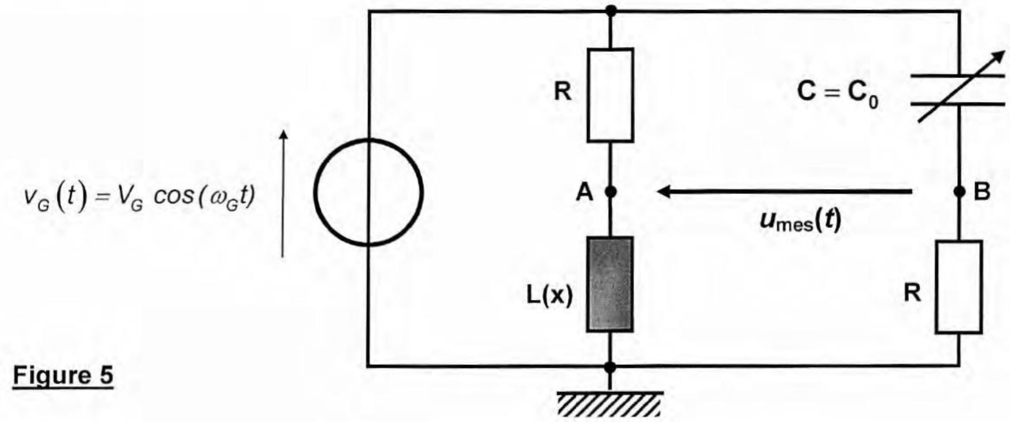

Figure 5

E1. Ecrire les impédances complexes $\underline{Z}_C$ du condensateur de capacité C, l'impédance complexe $\underline{Z}_{L_0}$ de la bobine pour une inductance L_0 et $\underline{Z}_{L(x)}$ pour une inductance L(x).

A partir de la relation donnée en D7, exprimer l'écart des impédances $\Delta\underline{Z} = \underline{Z}_{L(x)} - \underline{Z}_{L_0}$ en fonction de A, Δx, L_0 et ω_G.

Considérons dans un premier temps que l'inductance est celle associée à la distance de consigne x_0 : $L_0 = L(x_0)$; il convient alors de régler la valeur de la capacité du condensateur à C_0 afin que la différence de potentiel entre les points A et B du circuit soit nulle.

E2. Etablir une relation entre $\underline{Z}_{C_0}$, $\underline{Z}_{L_0}$ et R pour que la différence de potentiel entre A et B soit nulle ; en déduire l'expression C_0 de la capacité C associée à la distance de consigne x_0 en fonction de L_0 et R. Effectuer l'application numérique.

Pour une distance capteur-ruban x quelconque, l'inductance du circuit vaut L(x). La capacité du condensateur reste fixée à C_0.

E3. Exprimer, en notation complexe, la différence de potentiel de mesure $\underline{u}_{mes} = \underline{v}_A - \underline{v}_B$ en fonction de $\underline{Z}_{L_0}$, $\underline{Z}_{L(x)}$, R et $\underline{v}_G$. En déduire $\underline{u}_{mes}$ en fonction de R, L_0, ω_G, A, Δx et $\underline{v}_G$.

Dans toute la suite du problème, adoptons l'approximation : $L_0\omega_G \ll R$, et pour les valeurs numériques : $L_0\omega_G = 1{,}7\ \Omega$ et $R = 1\ k\Omega$.

La différence de potentiel de mesure s'écrit : $u_{mes}(t) = U_{mes} \cos\left(\omega_G t - \dfrac{\pi}{2}\right) = U_{mes} \sin(\omega_G t)$.

E4. Pour toute valeur du produit $A\,\Delta x$, exprimer l'amplitude U_{mes} de $u_{mes}(t)$ en fonction de L_0, ω_G, R, A, Δx et V_G. Justifier le retard de phase de $u_{mes}(t)$ par rapport à la tension d'alimentation $v_G(t)$.

E5. Montrer que, dans le cas particulier où $A\,\Delta x \ll 1$, l'expression approximée $u_{mes,lin}(t)$ de $u_{mes}(t)$ est linéaire par rapport à Δx *(il s'agit d'une limitation au 1^er^ ordre).*

En déduire l'erreur relative ε engendrée par l'utilisation de $u_{mes,lin}(t)$ au lieu de $u_{mes}(t)$:

$$\varepsilon = \frac{u_{mes,\,lin}(t) - u_{mes}(t)}{u_{mes}(t)}.$$

Commenter l'application numérique effectuée pour $\Delta x = 1{,}0$ mm.

F / CONDITIONNEMENT DU SIGNAL

La partie précédente a montré que la tension de mesure ne pouvait donner de réponse linéaire par rapport à Δx que si $A\,\Delta x \ll 1$. Pour que le dispositif puisse être utilisé avec des valeurs de Δx plus élevées, il est nécessaire de conditionner le signal à l'aide du montage représenté sur la figure 6. R et C_0 sont les mêmes que pour la figure 5 avec $L_0\omega_G \ll R$, l'AO est supposé idéal. Les tensions qui entrent dans ce dispositif sont : $u_{mes}(t) = U_{mes}\sin(\omega_G t)$ et $v_G(t) = V_G\cos(\omega_G t)$.

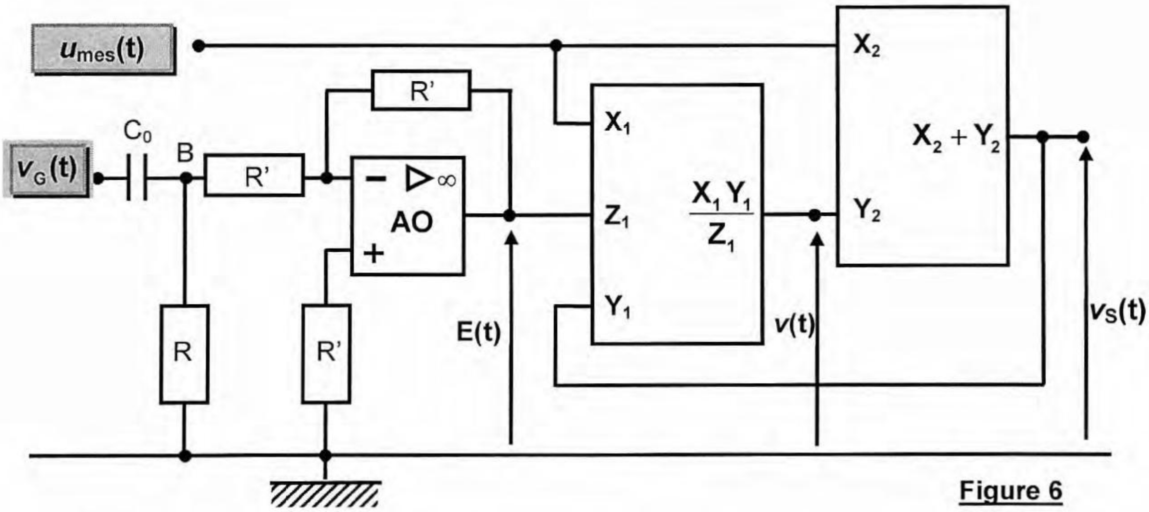

Figure 6

Le circuit de traitement du signal ne devant pas perturber la mesure, les résistances adoptées sont telles que $R' \gg R$.

F1. Relier E(t) à $v_B(t)$. Quelle est la fonction réalisée par l'AO ? Déterminer, en la justifiant, la tension sinusoïdale E(t) en fonction de R, L_0, V_G, ω_G et du temps t.

F2. Exprimer la tension de sortie $v_S(t)$ en fonction de E(t) et $u_{mes}(t)$; développer son expression en fonction de L_0, ω_G, R, A, Δx, V_G et du temps t.
Cette tension a-t-elle un comportement linéaire par rapport à Δx ?
Comparer l'expression de $v_S(t)$ à la tension linéarisée $u_{mes,lin}(t)$ obtenue en E5.

F3. Proposer une définition de la sensibilité S de ce capteur ; l'exprimer en fonction de A, L_0, V_G, R et ω_G. En donner l'ordre de grandeur.