

5

TITRE :

SYSTÈMES CHIMIQUES OSCILLANTS

10

Temps de préparation :2 h 15 minutes

Temps de présentation devant le jury :10 minutes

Entretien avec le jury :10 minutes

15

GUIDE POUR LE CANDIDAT :

Le dossier ci-joint comporte au total : 13 pages

Document principal (8 pages) :

20 Documents complémentaires (5 pages) :

Divers : néant

Travail **suggéré** au candidat :

Il est suggéré au candidat de focaliser son exposé sur les points suivants :

- 25
- le déroulement de la réaction BZ en faisant ressortir l'importance de l'auto-catalyse sur le caractère oscillant ou non d'une réaction chimique,
 - les éléments importants tant au plan théorique qu'expérimental qui permettent d'observer une organisation spatiale (ondes chimiques et structures de Turing),
 - l'intérêt de l'étude des réactions oscillantes et du couplage avec la diffusion dans la
- 30

CONSEILS GÉNÉRAUX POUR LA PRÉPARATION DE L'ÉPREUVE :

- 35
- * Lisez le dossier en entier dans un temps raisonnable.
 - * Réservez du temps pour préparer l'exposé devant le jury.

- Vous pouvez écrire sur le présent dossier, le surligner, le découper ... mais tout sera à remettre au jury en fin d'oral.
 - En fin de préparation, rassemblez et ordonnez soigneusement TOUS les documents (transparents, etc.) dont vous comptez vous servir pendant l'oral, ainsi que le dossier, les transparents et les brouillons utilisés pendant la
- 40
- préparation. En entrant dans la salle d'oral, vous devez être prêts à débiter votre exposé.
- 45
- À la fin de l'oral, vous devez remettre au jury le présent dossier, les transparents et les brouillons utilisés pour cette partie de l'oral, ainsi que TOUS les transparents et autres documents présentés pendant votre prestation.

Systèmes chimiques oscillants

1. Qu'est ce qu'une réaction chimique oscillante ?

La représentation d'une réaction chimique sous la forme d'une équation bilan ne permet pas de montrer les étapes élémentaires qui font intervenir des intermédiaires réactionnels, molécules, radicaux ou ions qui n'apparaissent pas dans ce bilan. Les variations temporelles de la concentration des réactants, des produits de la réaction et des espèces intermédiaires sont en général monotones. Il existe cependant des cas où les variations de concentration de certaines de ces espèces deviennent périodiques, pendant une certaine durée et entre deux limites, parfois de manière très stable. On se trouve alors en présence de réactions chimiques dites oscillantes. On rencontre ce type de réaction si le mécanisme présente une ou plusieurs boucles de rétroaction dont l'exemple le plus simple est l'auto-catalyse. La compétition entre les phénomènes activateurs (auto-catalytiques) et inhibiteurs est un facteur essentiel de création des oscillations.

Selon le type de réaction et le type d'espèces mises en jeu, l'oscillation pourra conduire à un changement de pH, de couleur, de potentiel d'oxydo-réduction, etc... et les oscillations deviendront observables.

Certaines réactions sont à l'origine de distributions spatiales stationnaires d'espèces chimiques, même en phase homogène. Les formes obtenues sont dues à des inhomogénéités de concentration des différentes espèces en solution, induites par des phénomènes de diffusion extrêmement lents. L'auto-organisation spatiale et temporelle apparaît si le système présente un mécanisme incluant au moins une boucle de rétroaction et s'il se trouve assez loin de l'équilibre, c'est-à-dire d'une composition stable.

2 – Un exemple de réaction chimique oscillante : la réaction de Belousov-Zhabotinsky (notée BZ dans la suite de ce document)

Alors qu'au début du 20^{ème} siècle le milieu scientifique pensait que des oscillations ne pouvaient intervenir que dans un milieu hétérogène, William Bray observa des oscillations du dégagement gazeux dans la réaction du couple diiode/iodate avec l'eau oxygénée et démontra que l'iodate était l'agent auto-catalytique de la réaction.

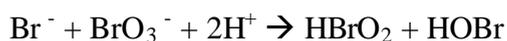
La réaction oscillante la plus connue est sans aucun doute celle découverte par Belousov en 1950 et plus particulièrement étudiée par Zhabotinsky au cours de son travail de thèse au début des années 60. Il s'agit d'une réaction chimique dont le mécanisme n'est pas linéaire et qui peut être décomposée en une vingtaine d'actes élémentaires environ.

Belousov cherchait à comprendre le rôle de l'acide citrique qui est oxydé dans le cycle de Krebs, un mécanisme biochimique complexe intervenant dans le métabolisme des sucres dont le glucose. En dosant l'acide citrique par le bromate de potassium KBrO_3 avec des ions Ce^{4+} pour catalyser la réaction, il constata que le milieu réactionnel changeait de couleur périodiquement. Il entreprit alors une étude en fonction du pH de la solution, en ajoutant de plus un indicateur d'oxydo-réduction à base d'ions Fe^{2+} : la ferroïne. Zhabotinsky réussit également à obtenir des oscillations avec l'acide malonique, la réaction bilan s'écrivant dans ce cas :

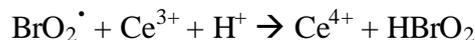


Le mécanisme complet de la réaction BZ a été établi par Field, Körös et Noyes. Ce mécanisme FKN comporte 18 réactions impliquant 21 espèces chimiques différentes. Un mécanisme simplifié a été proposé pour une réaction analogue par les mêmes auteurs. Il a été appelé Oregonateur, en référence à l'université d'Oregon à laquelle ils appartenaient à l'époque. Les différentes phases de ce mécanisme sont représentées ci-dessous :

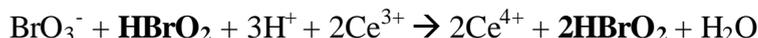
- Initiation



- Production auto-catalytique de HBrO_2



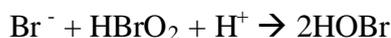
La réaction obtenue en combinant les deux précédentes, s'écrit :



Cette réaction est auto-catalytique. \mathbf{HBrO}_2 catalyse sa propre formation. La vitesse de la réaction est alors proportionnelle à la concentration en \mathbf{HBrO}_2 .

La théorie montre que la présence d'une telle boucle de rétroaction est nécessaire à l'apparition des oscillations.

- Consommation de HBrO_2

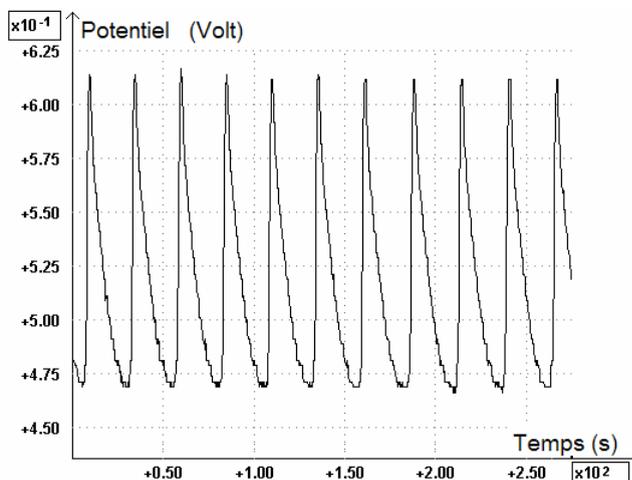


- Oxydation de l'acide malonique



L'observation de la réaction BZ peut être faite en mesurant les variations temporelles de la différence de potentiel entre une électrode de platine et une électrode de référence (au sulfate mercurieux par exemple) car le rapport des concentrations de Ce^{4+} et Ce^{3+} est tantôt supérieur,

tantôt inférieur à 1 . Parallèlement, il se produit des changements de couleur du jaune à l'incobre et vice-versa. Un changement de couleur plus prononcé est obtenu en ajoutant un indicateur coloré rédox : la ferroïne. Cet indicateur est un complexe du fer (II) et de l'orthophénantroline. La forme oxydée est bleue et la forme réduite est rouge. La figure ci-dessous illustre cette expérience.



125

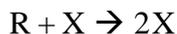
Observation des oscillations au cours de la réaction BZ

3 – Du modèle de Volterra au Bruxellateur et à l'Oregonateur

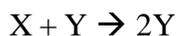
De nombreux chercheurs ont essayé de modéliser les réactions chimiques oscillantes. Une première tentative, due à Lotka, sur la base du modèle mathématique formel de Volterra concerne non pas directement les réactions chimiques mais un système biologique d'interaction entre deux espèces, l'une herbivore (Proie) et l'autre carnivore (Prédateur) (voir annexe 1). Ce modèle permet de prédire l'évolution des populations et éventuellement de contrôler le nombre d'individus des deux espèces.

• *Le modèle de Volterra*

Comme tous les modèles, celui-ci implique une réaction auto-catalytique : la consommation de X et de Y conduit respectivement à la production de 2X dans l'étape 1 et de 2Y dans l'étape 2.



$$v_1 = k_1 \cdot [R] \cdot [X] \quad (1)$$



$$v_2 = k_2 \cdot [X] \cdot [Y] \quad (2)$$



$$v_3 = k_3 \cdot [Y] \quad (3)$$

140

Où v_i représente la vitesse de l'étape i.

Les concentrations de ces deux espèces varient au cours du temps selon le principe simplifié suivant : la vitesse v_2 de la seconde étape, production de Y à partir de X, est fonction du produit $[X] \cdot [Y]$. Si $[X]$ augmente, v_2 augmente, donc $[Y]$ augmente (et v_2 augmente d'autant plus). L'étape 3 consomme alors plus Y. Mais, dès que l'on a $v_2 > v_1$, il y a re-diminution de $[X]$

145

et donc de v_2 ; à terme, v_2 produit moins de Y que v_3 n'en consomme et [Y] diminue. Donc v_2 diminue et, dès que l'on a $v_2 < v_1$, [X] ré-augmente et le cycle reprend : le système oscille.

Les équations qui régissent ces variations de concentration sont les suivantes :

150

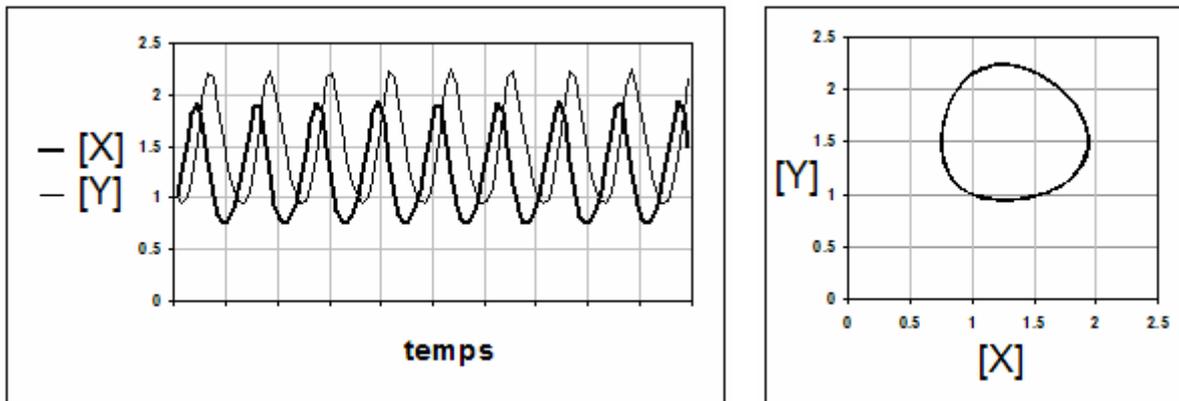
$$d[X]/dt = k_1 \cdot [R] \cdot [X] - k_2 \cdot [X] \cdot [Y]$$

$$d[Y]/dt = k_2 \cdot [X] \cdot [Y] - k_3 \cdot [Y]$$

avec, comme conditions initiales (R est supposé constant) : $[X] = [X]^\circ$ et $[Y] = [Y]^\circ$

Un exemple de résultat obtenu en résolvant ces équations est donné sur les figures ci-dessous :

155



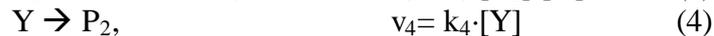
On observe bien des oscillations entretenues autour d'un point stationnaire avec un déphasage entre les concentrations de X et de Y.

- **Le bruxellateur**

160

Ce modèle a été mis au point par un groupe de recherches belge dirigé par Prigogine (Prix Nobel) qui introduisit ce mécanisme réactionnel pour l'étude des systèmes chimiques dont l'évolution converge vers un attracteur. En effet, si l'on introduit une étape auto-catalytique trimoléculaire, comme par exemple dans le mécanisme suivant, on observe des oscillations amorties et la courbe $[Y]=f([X])$ n'est plus une courbe fermée comme précédemment mais une spirale qui converge vers le point stationnaire.

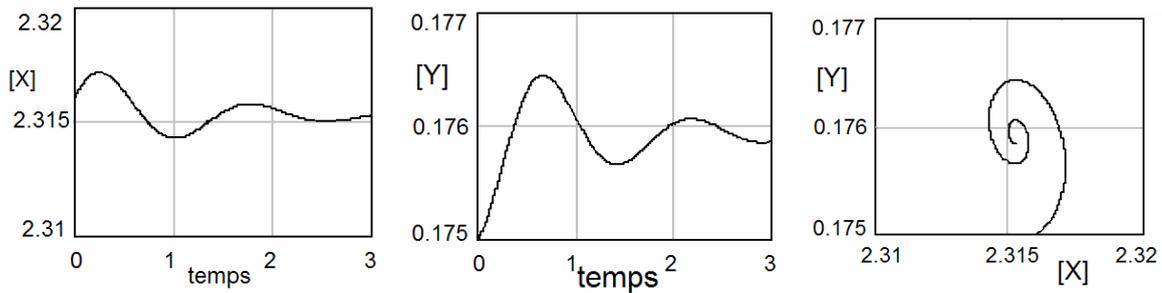
165



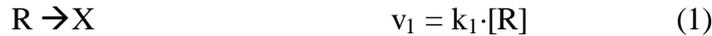
170

$$d[X]/dt = k_1 \cdot [R_1] - 2 \cdot k_2 \cdot [X]^2 \cdot [Y] - k_3 \cdot [R_2] \cdot [X]$$

$$d[Y]/dt = 2 \cdot k_2 \cdot [X]^2 \cdot [Y] + k_3 \cdot [R_2] \cdot [X] - k_4 \cdot [Y]$$



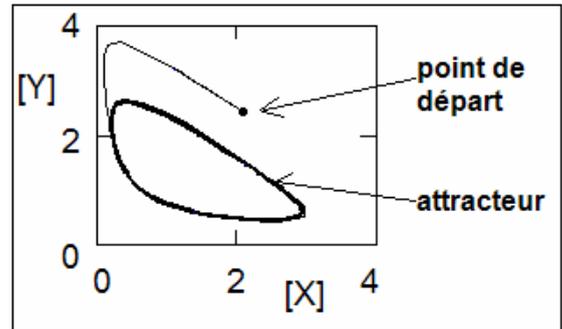
175 Plusieurs auteurs ont simplifié ce modèle. Parmi les modèles simplifiés, le modèle suivant est particulièrement intéressant :



180

$$\begin{aligned} d[X]/dt &= k_1 \cdot [R] - k_2 \cdot [X] \cdot [Y]^2 \\ d[Y]/dt &= k_2 \cdot [X] \cdot [Y]^2 - k_3 \cdot [Y] \end{aligned}$$

185 Ces équations différentielles non linéaires se résolvent un peu plus difficilement que celles du modèle de Lotka-Volterra. Le résultat de la résolution en fonction de $[R]$, $[Y]^0$ et $[X]^0$ est rempli de surprises : le système développe parfois des oscillations amorties qui convergent vers un système d'oscillations continues (attracteur).
195 Notons cependant que cet attracteur n'apparaît pas pour toutes les valeurs des conditions initiales. La figure ci-contre illustre le phénomène



200 Ce modèle est d'une importance considérable au plan biologique (Le comportement du cœur dans le retour au repos après un effort en est un exemple). C'est pour cette raison et pour ses théories sur les systèmes dissipatifs qu' Ilya Prigogine reçut le prix NOBEL de chimie en 1977.

- **Le mécanisme FKN ou orégonateur**

205 Comme il a été dit plus haut, le modèle FKN figure parmi les principaux modèles cinétiques qui ont été proposés pour décrire la dynamique de la réaction BZ. Les différentes étapes considérées, représentant les bilans de plusieurs des 18 étapes du mécanisme complet, s'écrivent :



210

Le coefficient f est traité comme un paramètre ajustable dépendant des étapes intervenant dans la réaction bilan de B avec Z.

215 Dans ce schéma réactionnel, A représente BrO_3^- , B : $\text{CH}_2(\text{COOH})_2$, P : HOBr , X : HBrO_2 , Y : Br^- et Z : Ce^{4+} (Ce^{3+} et H^+ sont omis).

Les variations temporelles des concentrations en HBrO , HBrO_2 et Br^- s'écrivent :

$$d[X]/dt = k_1 \cdot [A] \cdot [Y] + k_2 \cdot [A] \cdot [X] - k_3 \cdot [X] \cdot [Y] - 2 \cdot k_4 \cdot [X]^2$$

$$d[Y]/dt = -k_1 \cdot [A] \cdot [Y] - k_3 \cdot [X] \cdot [Y] + k_5 \cdot (f/2) \cdot [B] \cdot [Z]$$

220
$$d[Z]/dt = 2 \cdot k_2 \cdot [A] \cdot [X] - k_5 \cdot [B] \cdot [Z]$$

La résolution numérique de ce système d'équations montre que le système oscille pour des valeurs du coefficient f comprises entre 0,5 et 2,4. Il est possible de trouver des valeurs de f et des conditions initiales qui valident ce modèle par l'expérience.

225 **4 – Couplage diffusion/réaction : les structures de Turing**

Lorsqu'une solution est globalement au repos dans un environnement de température uniforme, les phénomènes de convection peuvent être négligés. Le transport de matière au sein de la solution n'est assuré que par la diffusion. Quand elle intervient seule, la diffusion a donc pour effet d'homogénéiser peu à peu la concentration de l'espèce qui diffuse dans toute la solution. La situation peut être complètement différente en présence d'une réaction chimique 230 présentant des étapes autocatalytiques comme la réaction BZ. Le couplage entre réaction chimique et diffusion peut en effet donner lieu à des phénomènes d'organisation dans l'espace comme celui observé par Winfree.

Dans le cas d'un couplage diffusion/réaction en phase homogène, la loi de conservation 235 de la matière comporte pour chaque espèce un terme dû à sa vitesse d'apparition ou de consommation par la réaction chimique comme ceux indiqués dans les différents modèles de la partie 3 de ce document (noté ici $d[X_i]/dt|_r$) :

$$d[X_i]/dt = -\text{div}(J) + d[X_i]/dt|_r$$

où J et $[X_i]$ sont le flux et la concentration de l'espèce X_i en un point de l'espace et au temps t..

240 Le signe et l'amplitude du terme réactionnel variant périodiquement, les flux peuvent également varier périodiquement. Selon l'ordre de grandeur des termes de l'expression de conservation de la matière, on observera une propagation de fronts de concentration ou un état stationnaire. Dans le premier cas, on parle d'ondes chimiques. Dans le second, on peut observer des structures présentant des profils de concentration périodiques dans l'espace. Ce sont les 245 structures de Turing.

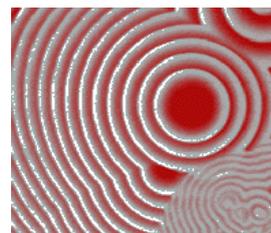
- *Ondes chimiques*

La découverte des ondes chimiques a été faite par Jabotinsky. Les premières études systématiques relatives à la réaction BZ ont été publiées par Winfree en 1972. La manipulation présentée consiste à mettre en évidence la propagation d'ondes chimiques lors du déroulement de la réaction BZ réalisée en couche mince dans un milieu non agité. Le mélange réactionnel est versé lentement dans une boîte de Pétri de façon à former une couche d'environ 1 mm d'épaisseur recouvrant le fond. Au bout de quelques minutes les premières structures cibles apparaissent en plusieurs points de la boîte.

Ondes dans la réaction BZ

260 Photographie du professeur A. M. Zhabotinsky

N.B. : Dans cette variante, l'acide malonique est remplacé par une cyclohexanedione (CHD). Le système est : $\text{CHD}/\text{BrO}_3^-/\text{Ce}^{4+}/\text{H}^+$.



Progressif d'ondes dans la réaction chimique oscillante de Belousov-Zhabotinsky

(photo extraite de "La théorie du chaos" de Gleick)

Les cercles concentriques matérialisent des fronts de concentrations. Ils se propagent radialement à partir du centre des structures formées. Des spirales peuvent apparaître. Au bout d'une quinzaine de minutes le phénomène affecte tout l'espace.

285 Lorsque l'on utilise comme composé organique l'acide malonique, la réaction BZ possède l'inconvénient de conduire au dégagement d'un gaz : CO_2 . Plusieurs voies ont été explorées afin de développer une réaction sans dégagement gazeux. Dans l'une d'elles qu'on peut considérer comme une variante de la réaction BZ, l'acide malonique est remplacé par la cyclohexane-1,4-dione ou la cyclohexane-1,3-dione (CHD).

290 En 1993, Zhabotinsky et ses collaborateurs ont mis en évidence expérimentalement la réflexion et la réfraction d'ondes chimiques en réalisant la réaction BZ dans un gel. Diverses simulations, soit par résolution des équations non linéaires qui régissent le système de réaction-diffusion, (Dilao et Sainhas), soit en utilisant des automates cellulaires, ont pu être réalisées et montrent bien que le couplage réaction diffusion peut être à l'origine de telles oscillations.

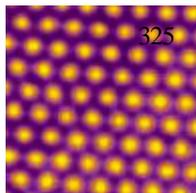


Simulation de la réaction BZ à l'aide

- **Structures de Turing**

Le mathématicien anglais Turing a montré, dans un article publié en 1952 sur les bases
305 chimiques de la morphogénèse, comment une réaction chimique couplée à un phénomène de
diffusion pouvait conduire à des distributions spatiales périodiques des concentrations de
certaines espèces chimiques. L'observation de structures de Turing est délicate car il faut éviter
tout phénomène de convection afin que le transport de matière soit le fruit de la diffusion seule.
Dans ce but, la réaction est effectuée dans un gel. L'observation expérimentale des structures de
310 Turing est assez récente. En 1989 l'équipe de de Kepper cherchait à visualiser les ions iodure,
activateurs dans la réaction CIMA (chlorite, iodure, acide malonique). Après avoir ajouté de
l'amidon afin qu'il serve d'indicateur, ces chercheurs ont vu apparaître, dans le réacteur, des
rangées régulières de taches, les structures prédites par Turing.

L'observation de ce type de structures implique que les réactions mises en jeu contiennent
315 des boucles de rétroaction mettant en jeu des activateurs comme l'ion iodure et des inhibiteurs
(l'ion chlorite). D'autre part, les calculs théoriques menés dans le cadre de la thermodynamique
des processus irréversibles montrent que le phénomène n'apparaît que si les espèces qui diffusent
ont des coefficients de diffusion très différents. L'activateur doit diffuser beaucoup plus
lentement que l'inhibiteur. L'amidon est une grosse molécule qui, en diffusant beaucoup plus
320 lentement dans le gel que les ions iodure, introduit la différence de diffusivité nécessaire à
l'observation du phénomène.



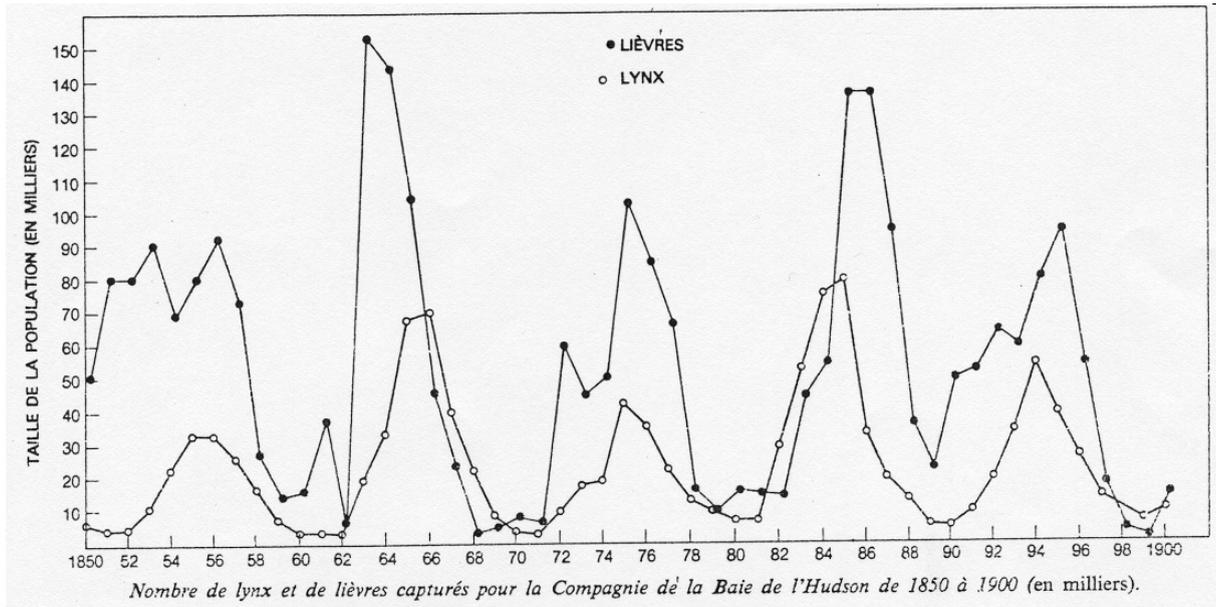
Structure de Turing dans la réaction CIMA

La photographie ci-dessus représente un exemple de structure dissipative chimique. Les
zones foncées correspondent à des régions où la concentration en ions I^- est élevée. Pour d'autres
335 concentrations des réactifs de départ, les structures peuvent présenter des symétries différentes.

Fin du texte principal

Le modèle prédateur-proie de Lotka-Volterra

Le modèle formel de Lotka fut repris par Volterra en 1931 pour décrire les systèmes prédateur-proie tels que celui du couple lynx-lièvre dont le graphe représentant les prises de la compagnie de la baie d'Hudson au siècle dernier est le reflet. On constate une oscillation des prises des trappeurs et donc des achats de fourrure par la compagnie. On peut remarquer un déphasage dans la périodicité des prises des deux espèces.

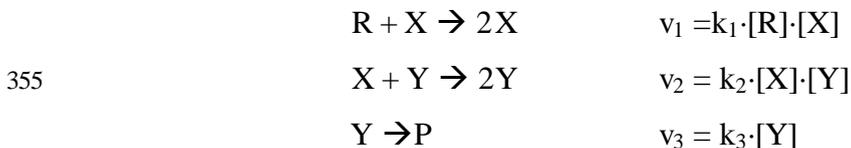


- **Le modèle**

350 Les hypothèses sont les suivantes :

- les lièvres ont suffisamment d'herbe pour pouvoir se nourrir.
- Les lynx ne se nourrissent que de lièvres.

Le modèle comporte 3 étapes :



- X est la population de lièvres (la reproduction est analogue à une réaction auto-catalytique)
- La quantité d'herbe R est constante ou en grand excès (hypothèse 1)
- 360 - Y est la population en lynx et P le nombre de lynx morts.
- k_1 est la constante de vitesse de reproduction des lièvres, k_2 celle des lynx et k_3 la constante de vitesse de mortalité des lynx en l'absence de lièvres (hypothèse 2).

Les variations temporelles des populations sont données par :

$$d[X]/dt = k_1 \cdot [R] \cdot [X] - k_2 \cdot [X] \cdot [Y]$$

$$d[Y]/dt = k_2 \cdot [X] \cdot [Y] - k_3 \cdot [Y]$$

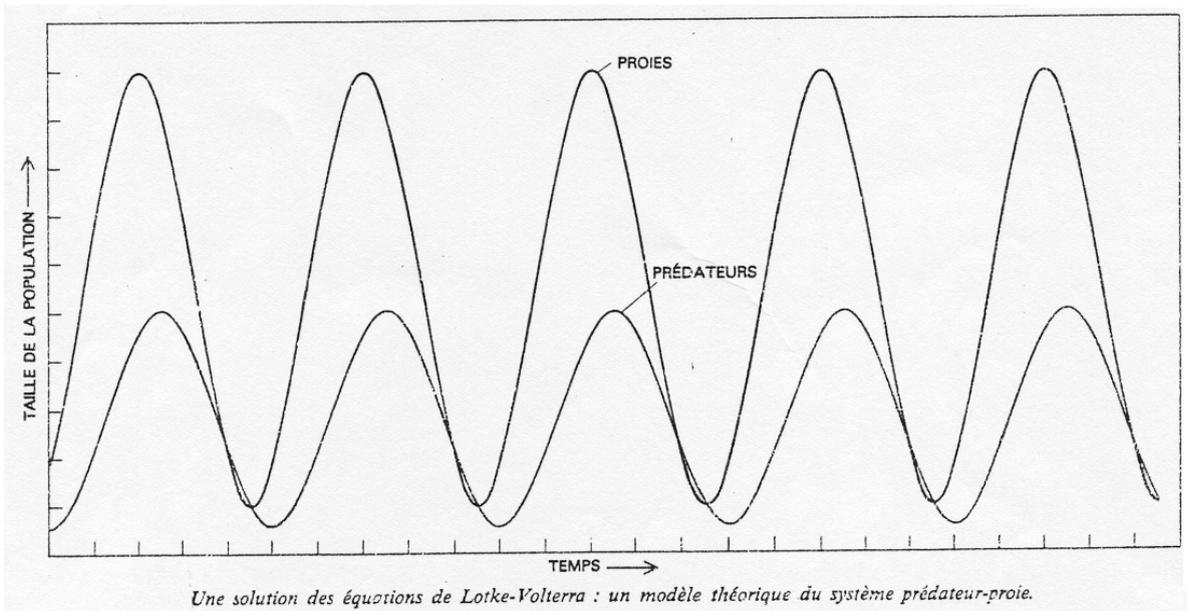
La résolution de ce système d'équations différentielles s'effectue numériquement à l'aide d'algorithmes comme celui d'Euler et à partir des conditions initiales $[X](0) = [X]^0$ et $[Y](0) = [Y]^0$. L'algorithme d'Euler utilise une découpe du temps en éléments dt. Partant des valeurs initiales (à t=0), on déduit l'élément à t=dt, puis à t=2dt...etc à l'aide des formules suivantes (développements en série de Taylor limités au terme d'ordre 1):

$$[X](t+dt) = [X](t) + dt \cdot (k_1 \cdot [R] \cdot [X](t) - k_2 \cdot [X](t) \cdot [Y](t))$$

$$[Y](t+dt) = [Y](t) + dt \cdot (k_2 \cdot [X](t) \cdot [Y](t) - k_3 [Y](t))$$

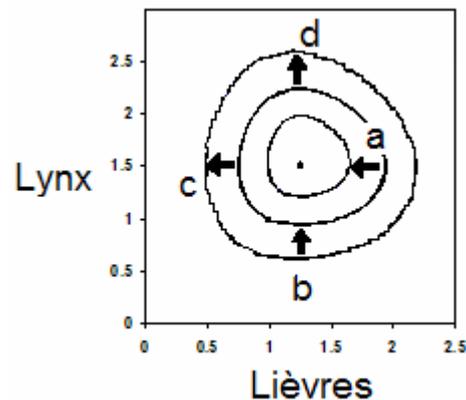
La valeur de dt, qui doit être très faible, conditionne l'efficacité de l'algorithme surtout lorsqu'on cherche une valeur des populations loin de t=0. D'autres algorithmes, plus performants, existent : Runge Kutta, Prédicteur-Corrector....

Les courbes de la figure suivante donnent le résultat du calcul. On constate une allure analogue à celle de la figure donnant le taux de prises de lynx et de lièvres au Canada au 19^{ème} siècle.



• **Gestion des populations**

Toute intervention sur le nombre de lynx ou de lièvres entraînera des modifications à plus ou moins long terme différentes selon la période du cycle et le moment où se fera l'intervention. Ainsi, comme le montre le graphe ci-contre, représentant le taux de lynx en fonction du taux de lièvres, une introduction brutale de lynx au minimum de leur cycle (flèche b) ou une brusque diminution de lièvres (en effectuant une battue



par exemple au maximum de leur cycle)(flèche a) conduira à une diminution des oscillations et une réduction des valeurs maximum des 2 populations. A contrario, si on intervient en d ou en c
400 à la place de a et b, pour chercher à limiter la prolifération des lièvres on aura, à terme, l'effet contraire : des valeurs maximum plus élevées pour les populations des deux espèces.

Pour pouvoir modifier le point stationnaire autour duquel les variations de population ont lieu, il faut faire varier les constantes de vitesse, par exemple par l'introduction d'une maladie ou de pièges spécifiques des lynx, qui modifieront la constante k_3 ; de même, des appâts
405 contraceptifs spécifiques pourront modifier les constantes k_1 et k_2 dont les valeurs sont liées à des mécanismes complexes : maintien en vie grâce à la nourriture, reproduction dépendant du taux de fécondité des mâles et des femelles, etc.

La gestion des populations de gibier dans des réserves de chasse, ou des animaux dans un parc naturel n'est pas simple. Toutefois, les modèles comme ceux de Lotka-Volterra permettent
410 de mieux l'appréhender.

Annexe 2

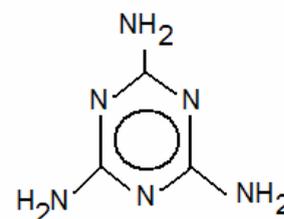
Structures de Turing et sciences du vivant (extrait)

415

Les taches des animaux.

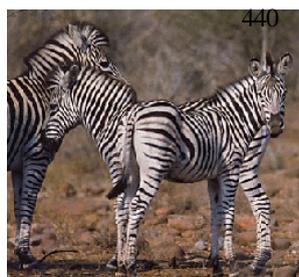
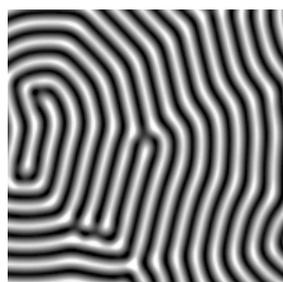
Le bronzage, les rayures des zèbres ou les taches sur les girafes sont des phénomènes liés à la présence, dans les cellules, d'une molécule appelée mélanine.

425 Le fait qu'une cellule produise ou non de la mélanine dépend de l'activation de ses mélanocytes, qui sont des organites répartis uniformément dans le derme. On pense que cette activation est due à la présence, aux premiers stades de la morphogenèse, de médiateurs chimiques (que l'on ne sait encore identifier) 430 qui diffusent dans les tissus.



On peut donc imaginer qu'un système de réaction-diffusion puisse mener à l'apparition de structures sur le derme, en termes de concentrations en médiateurs, ce qui différencie alors les cellules : la répartition de cellules productrices ou non de mélanine ressemble alors à des structures de Turing, ainsi que les taches observées sur les animaux une fois adultes.

435 La ressemblance entre les motifs que l'on trouve sur la peau des animaux et les solutions des équations de réaction-diffusion est flagrante. A titre d'exemple, voici une solution des équations de réaction-diffusion du modèle de Gray-Scott, où des rayures apparaissent spontanément, et une photo de zèbres en Afrique.

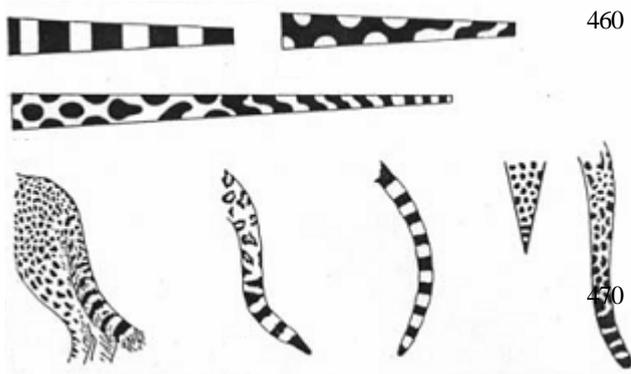


450

Pourtant, une comparaison si naïve ne prouve rien : deux mécanismes différents peuvent aboutir au même résultat. Comme le disait René Thom, "prédire n'est pas expliquer".

Les arguments les plus solides qui poussent à croire que les taches sur les animaux sont bien des structures de Turing sont les suivants :

- La diffusion des constituants biochimiques dans les tissus est effectivement variable suivant leur nature, sur un ordre de grandeur 100
- Les taches observées répondent aux influences des conditions aux limites de la même manière que les équations de réaction-diffusion : ainsi, les animaux tachetés comme le léopard ont parfois la queue rayée (conditions aux limites périodiques), mais jamais un animal rayé n'aura la queue tachetée.



460 Ci-contre, les simulations de Murray sur les queues de léopard modélisées par des sections coniques et des exemples observables dans la nature.

470 Le fait que les solutions des équations de Turing possèdent une période spatiale propre explique ce phénomène : on

observe des rayures sur la queue quand le périmètre de celle-ci devient inférieur à la période spatiale des solutions des équations.

- 475 • L'âge de l'embryon auquel les taches apparaissent est essentiel pour l'aspect du motif final. Ainsi, entre deux espèces de zèbres, celle où les rayures apparaissent le plus tard dans l'embryogenèse les ont plus serrées : lors de la diffusion des médiateurs sur le dos de l'animal, plus l'embryon est grand, plus il y aura de rayures (ce qui revient à agrandir le domaine d'intégration pour les équations de réaction-diffusion). Cela vient de la période spatiale propre
- 480 qu'ont les solutions des équations de Turing.