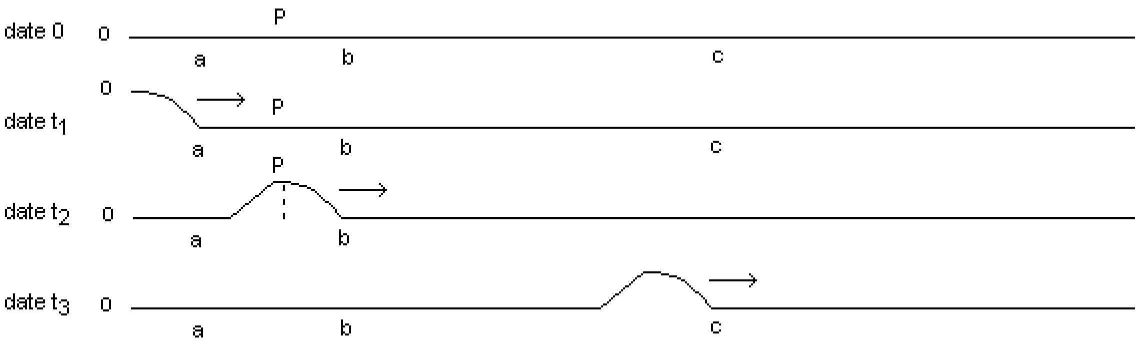
UN RESUME DU COURS DE SUP SUR LES ONDES

I. Ondes progressives

Prenons un exemple. On secoue à l'instant t_1 l'extrémité située en x=0 d'une corde horizontale.



Chaque point P de la corde se soulève verticalement. Le signal se propage horizontalement. Il est transversal.
La vitesse de propagation est $v = \dfrac{ab}{t_2 - t_1} = \dfrac{bc}{t_3 - t_2}$

On obtient une onde progressive dans le sens des x croissants. Si on appelle y(x,t) le déplacement vertical de la corde en x et à l'instant t, on peut écrire :

$$\boxed{y(x,t) = f(t - x/v)}$$

Pour une onde progressive dans le sens des x décroissants, on aurait :

$$\boxed{y(x,t) = g(t + x/v)}$$

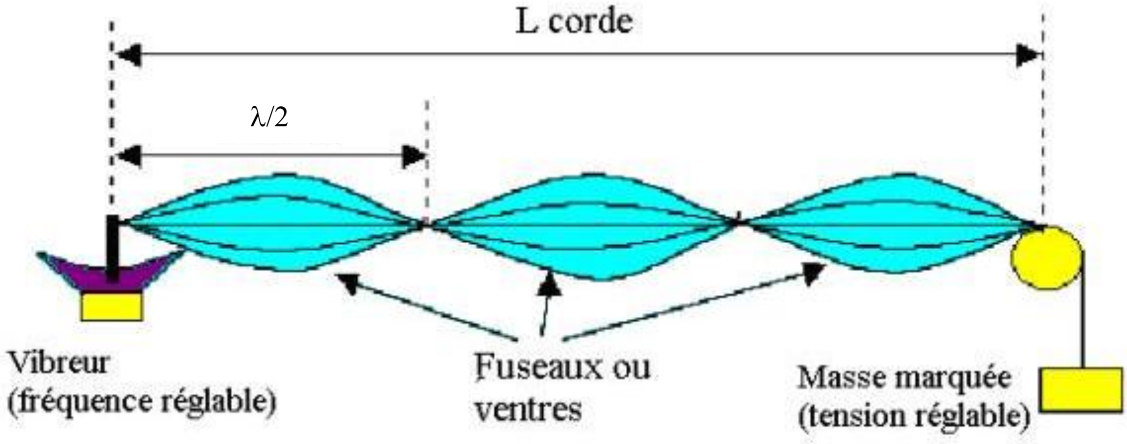
II. Ondes progressives sinusoïdales

On écrit alors : $y(x,t) = y_0\cos(\omega t - kx)$ avec **$k = \omega/v$** le vecteur d'onde et v la vitesse de phase de l'onde
$\Phi = \omega t - kx$ est la phase de l'onde.
Si on fixe x, on a une fonction de période temporelle : **$T = 2\pi/\omega$.**
Si on fixe t, on a une fonction de période spatiale appelée longueur d'onde : **$\lambda = 2\pi/k$**.
En regroupant les trois relations précédentes, on obtient : **$\lambda = vT$.**

III. Ondes stationnaires

On peut les mettre en évidence sur la corde de Melde : un vibreur impose en x=0 un déplacement $y(0,t) = y_0\cos(\omega t)$, la corde étant fixée en x=L. Les ondes incidentes successives issues de x = 0 se réfléchissent en L et l'ensemble de toutes ces ondes se superposent : on aboutit à des ondes stationnaires (voir IV.).

Pour certaines fréquences du vibreur, on observe la formation de fuseaux sur la corde.
On peut aussi changer la longueur de la corde ou sa tension et renouveler l'expérience.



On obtient les modes propres de la corde.
$y_n(x,t)= Y_{n,0} \sin(n\pi x/L)\sin(n\pi vt/L)$.
La distance entre deux nœuds (ou entre deux ventres) est $\lambda/2$, ce que l'on observe expérimentalement et que l'on vérifie dans l'expression ci-dessus.
Les fréquences propres de la corde sont données par $\mathbf{f_n = n\ v/2L}$.
On retiendra aussi $\mathbf{L= n\lambda_n/2}$.

IV. Superposition d'ondes

En un nœud de la corde de Melde, on a superposition de deux ondes dont la résultante est nulle. On dit alors qu'il y a interférences destructives.
En un ventre de la corde de Melde, on a superposition de deux ondes dont la résultante est maximale. On dit alors qu'il y a interférences constructives.
Ce phénomène se retrouve dans le cas :

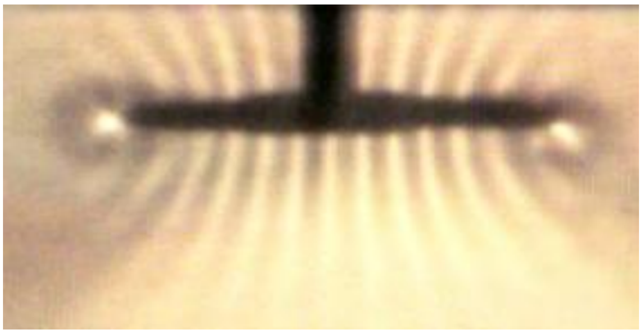
- ✓ des ondes mécaniques à la surface d'un liquide
- ✓ des ondes sonores dans l'air
- ✓ de l'optique
- ✓ de la sismologie, etc…

Exemple de la cuve à onde : http://www.ostralo.net/3_animations/swf/cuve_ondes_circulaires.swf

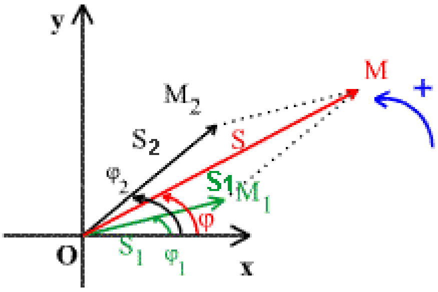
En un point M du champ d'interférences, on a la somme de deux signaux de même pulsation ω :
$S_1(t)= S_1\cos(\omega t + \varphi_1)$ auquel on associe le vecteur $\vec{S}_1$ du plan de Fresnel et $S_2(t)=S_2\cos(\omega t+\varphi_2)$ auquel on associe le vecteur $\vec{S}_2$.

La somme des deux signaux précédents est un signal de pulsation ω identique à la pulsation de départ : $s(t)= s_1(t)+s_2(t)= S \cos(\omega t+\varphi)$.

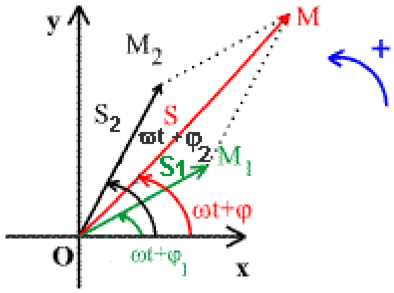
$\vec{S} = \vec{S}_1+\vec{S}_2$ a une amplitude maximum $S_1+ S_2$ et une amplitude minimum $|S_1 - S_2|$.
On obtient un maximum pour $\varphi_2- \varphi_1= 2k\pi$ et un minimum pour $\varphi_2- \varphi_1= (2k+1)\pi$ avec k entier relatif.



Cuve à onde



Représentation à **t = 0**



Représentation à **t ≠ 0**

V. Interférences

Soit par exemple deux pointes à la surface de l'eau et un point M situé aux distances r_1 et r_2 de ces pointes. Le point M reçoit deux ondes à l'instant t :

$s_1(t)= S_1\cos[\omega(t - r_1/v)]$ et $s_2(t)= S_2 \cos[\omega(t - r_2/v)]$.

$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\omega}{V}(r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda} (r_1 - r_2)$.

D'après ce qu'on vient de voir, on aura des interférences constructives si

$\varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi$, c'est-à-dire si $r_1 - r_2 = k\lambda$.

On aura des interférences destructives si $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\pi$, c'est-à-dire si $r_1 - r_2 = k\lambda + \lambda/2$.

Le champ d'interférences peut être linéaire (corde vibrante), plan (ondes à la surface de l'eau) ou en volume (ondes sonores).

VI. Battements

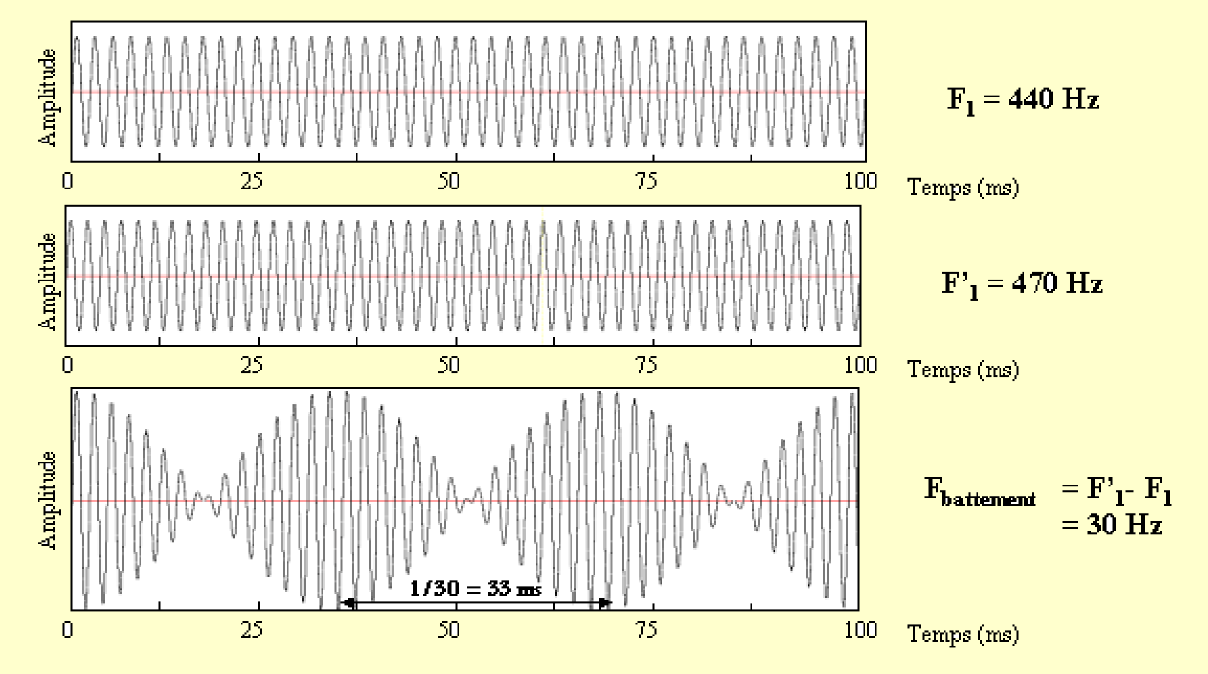
Si s_1 et s_2 ont des pulsations voisines, les vecteurs de Fresnel qui leur sont associés se décalent lentement l'un par rapport à l'autre. En choisissant d'annuler la phase à t=0, on a alors :

$s_1 (t) = S_1\cos(\omega_1 t)$ et $s_2 (t) = S_2 \cos(\omega_2 t)$.

Supposons que ω_2 soit légèrement supérieure à ω_1 , on pose $\Omega = \omega_2 - \omega_1$ et $\omega_{moy} = ½ (\omega_2 + \omega_1)$.

$\varphi_2 - \varphi_1=(\omega_2 - \omega_1)t = \Omega t$.

On en déduit que s(t) est maximale pour $\Omega t = 2k\pi$, donc tous les $2\pi/\Omega$ et qu'elle est minimale pour $\Omega t = (2k+1)\pi$, donc tous les $2\pi/\Omega$ également.



Si $S_1 = S_2$, on obtient : $s(t) = S_1(\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)) = 2S_1\cos(\frac{\omega 2 - \omega 1}{2}t)\cos(\frac{\omega 2 + \omega 1}{2}t)$.

L'amplitude de s(t) est lentement variable dans le temps, elle vaut $|2S_1\cos(\frac{\omega 2 - \omega 1}{2}t)|$.

VII. Diffraction des ondes

Dès qu'on limite l'extension spatiale des ondes, le phénomène de diffraction apparaît.
La diffraction d'une onde est d'autant plus sensible que la dimension caractéristique du diaphragme qui la limite tend à se rapprocher de la longueur d'onde λ (par valeur supérieure).

L'angle qui caractérise l'étalement de l'onde après le diaphragme de dimension caractéristique d est Donné par la relation approchée : $\sin(\theta) \cong \lambda/d$
Pour les ondes lumineuses, on devra avoir d de l'ordre de quelques dizaines de λ au moins.

VIII. Mécanique quantique :

- Dans certaines expériences, les ondes se comportent comme des particules. Ex : effet photoélectrique, fentes d'Young avec un flux très faible…

- On introduit la notion de photon. Chaque photon d'une onde de fréquence ν est porteur d'une énergie E : **E = hν** avec $h = 6{,}63\ 10^{-34}$Js la constante de Planck.

- Dans certaines expériences, les particules matérielles se comportent comme des ondes. On parle de **dualité onde-corpuscule**. Il s'agit d'ondes de matière.
  On associe à une particule de quantité de mouvement p la longueur d'onde λ avec

  $$\lambda = h/p$$

  R : On écrit aussi $\vec{p} = \frac{h}{2\pi}\vec{k}$ où $k = 2\pi/\lambda$.

- Inégalité d'Heisenberg : $\boldsymbol{\Delta x \Delta p_x \geq \frac{h}{2\pi}}$

- Particules confinées dans un puits de potentiel :
  Prenons par exemple une bille placée dans une cuvette. En mécanique classique, sa position d'équilibre est obtenue lorsqu'elle est immobile au fond de la cuvette. Son énergie est alors minimale.
  En mécanique quantique, avec l'inégalité d'Heisenberg, on obtient :
  $\Delta p_x \geq \frac{h}{2\pi \Delta x}$. On en conclut que la particule ne peut pas rester immobile.
  Pour des particules non relativistes, $E_{min} = p_{min}^2/2m \cong (h/2\pi)^2/(2m\Delta x^2)$
  On voit que plus les mouvements de la particule sont limités plus son énergie minimale augmente.

  Cas de l'oscillateur harmonique : on prend une particule de masse m attachée à un ressort de raideur k horizontal.
  $x(t) = x_0\cos(\omega_0 t)$ avec $\omega_0 = \sqrt{k/m}$
  $v(t) = - x_0\omega_0 \sin(\omega_0 t)$
  $E = ½\, m\, v^2 + ½\, k\, x^2 = ½\, m\, \omega_0^2 x_0^2$.
  $\Delta x = x_0 \Delta p_x = m x_0 \omega_0$
  L'inégalité d'Heisenberg donne : $m x_0^2 \omega_0 \geq \frac{h}{2\pi}$ et donc $E \geq \frac{h}{2\pi}\omega_0/2$

  Puits de potentiel infini de largeur L : on a un problème limité spatialement. Par analogie avec les cordes vibrantes : $\lambda_n = 2L/n = h/p$.
  $E_n = p^2/2m = n^2 h^2/(8mL^2)$. L'énergie est quantifiée.