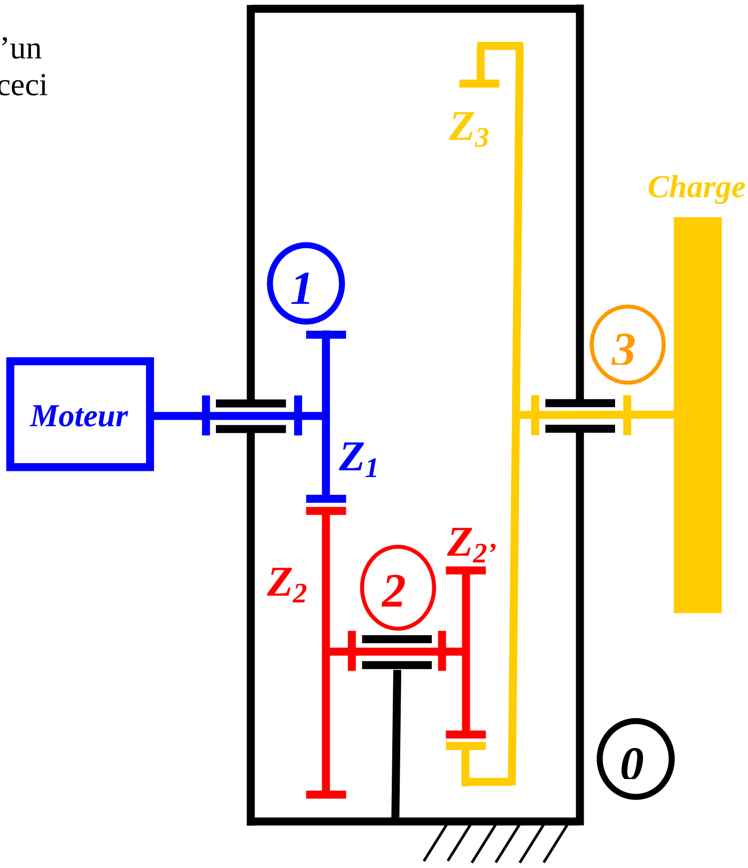
# REDUCTEUR

***Nota :*** cet exercice est la suite de celui dans la rubrique ***TD Mécanique***

***Objectifs :*** révisions du programme de première année en asservissement : fonction de transfert, Laplace, différents théorèmes.

Un moteur électrique permet la mise en mouvement d'un mécanisme non défini mais modélisé par une charge, ceci par l'intermédiaire d'un réducteur à engrenages.
Le schéma de principe est donné ci-contre :




***Hypothèses :***
- les masses et les inerties de toutes les pièces du réducteur (***1 + 2 + 3***) sont négligées.
- l'inertie de la charge qui est accouplée à l'arbre de sortie ***3*** vaut $J = 8.10^{-3}\ kg.m^2$
- on note ***M*** la masse de la charge et on suppose que son centre de gravité est sur l'axe de rotation.
- le rendement global du réducteur vaut $\eta = 0{,}8$
- on note $C_m$ le moment du couple moteur qui s'exerce sur l'arbre d'entrée ***1***
- par ailleurs un couple de frottement visqueux s'exerce sur la charge valant $C_f = f.\ \omega_{3/0}$ avec $f = 0{,}1\ kg.m^2/s$

On précise les nombres de dents des différentes roues dentées : $Z_1 = 15$ $Z_2 = 40$ $Z_{2'} = 20$ $Z_3 = 75$

***Problématique :* on cherche à déterminer l'évolution de la vitesse de sortie $\omega_{3/0}(t)$, notée $\omega_3(t)$, de la charge pour un couple moteur $C_m(t)$ d'entrée puis inversement.**

***Q1)*** A partir de l'équation différentielle (voir ci-dessous) mise en place dans la partie mécanique de l'exercice, écrire la fonction de transfert représentative du mécanisme $F(p) = \dfrac{\Omega_3(p)}{C_m(p)}$

$$\xrightarrow[C_m\ (p)]{\text{Couple d'entrée du moteur électrique}} \boxed{F(p)} \xrightarrow[\omega_{3/0}\ (p)]{\text{Vitesse angulaire de sortie de la charge}}$$

Mettre cette fonction de transfert sous forme canonique, préciser ses éléments caractéristiques et faire les applications numériques.

<u>Equation différentielle :</u> $f.\omega_3(t) + J.\dfrac{d\omega_3(t)}{dt} = \dfrac{\eta}{r}.C_m(t)$

avec $\boldsymbol{r}$ le rapport de réduction du réducteur : $r = \dfrac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} = -\dfrac{Z_1 \, . \, Z_{2'}}{Z_2 \, . \, Z_3} = -0{,}1$ noté $r = \dfrac{\omega_3}{\omega_1}$

***Q2)*** Calculer, par deux méthodes différentes (résultats de cours et théorème de la valeur finale), la vitesse de rotation finale de la charge $\boldsymbol{\omega_{3/0}}$, notée $\boldsymbol{\omega_3}$, que l'on obtient pour un couple d'entrée constant
$\boldsymbol{C_m}(t) = \boldsymbol{C_{m1}}$
On supposera le mécanisme à l'arrêt avant d'appliquer le couple moteur à $\boldsymbol{t = 0\ s}$.
On prendra : $\boldsymbol{C_{m1} = 0{,}1\ m.N}$

***Q3)*** Au bout de combien de temps atteint-on la vitesse précédente à ***5%*** près ?

***Q4)*** Tracer l'évolution de cette vitesse de sortie de la charge en fonction du temps.

***Q5)*** Donner l'expression temporelle du signal de sortie $\boldsymbol{\omega_{3/0}(t)}$ en réponse au couple moteur constant $\boldsymbol{C_{m1}}$.
Retrouver ainsi les résultats des questions ***Q2*** et ***Q3***.

***Q6)*** On souhaite, au moment du démarrage, avoir l'évolution de la vitesse angulaire de la charge $\boldsymbol{\omega_{3/0}(t)}$ suivante :

- ***pour*** $\boldsymbol{t < 0}$ **:** le système est à l'arrêt
- ***pour*** $\boldsymbol{0 < t < 5\ s}$ **:** la charge se met à tourner avec une accélération angulaire constante $\dot{\omega}_3$
- ***pour*** $\boldsymbol{t > 5\ s}$ **:** la charge tourne à vitesse constante $\omega_3 = 500 rad/s$

Dans un premier temps calculer l'accélération angulaire $\dot{\omega}_3$.
En utilisant la fonction d'Heaviside, déterminer ensuite l'équation temporelle $\boldsymbol{\omega_{3/0}(t)}$ représentative de ce signal de sortie, puis sa transformée de Laplace $\Omega_3(p)$.
***<u>Nota :</u>*** on rappelle que la fonction d'Heaviside $\boldsymbol{u(t)}$ (ou fonction identité) vaut $\boldsymbol{0}$ pour $\boldsymbol{t < 0}$ et $\boldsymbol{1}$ pour $\boldsymbol{t > 0}$.

Déterminer, pour finir, l'équation en valeurs numérique dans Laplace, puis l'équation temporelle, du couple d'entrée $\boldsymbol{C_m(t)}$ nécessaire pour avoir en sortie l'évolution de $\boldsymbol{\omega_{3/0}(t)}$ proposée ci-dessus.