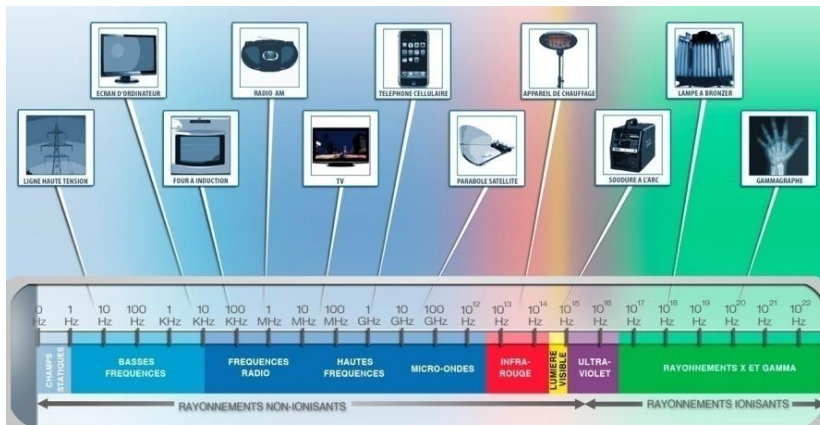


# LES ONDES ELECTROMAGNETIQUES



## I. ENERGIE ELECTROMAGNETIQUE

### A. Bilan local d'énergie

$$-\frac{\partial e_{vol}}{\partial t} = \text{div} \vec{R} + \vec{j} \cdot \vec{E}, \text{ où :}$$

- $e_{vol}$  est l'énergie électromagnétique volumique associée au champ,
- $\vec{j} \cdot \vec{E}$  représente la puissance volumique cédée par le champ électromagnétique aux charges en mouvement.
- $\text{div} \vec{R}$  représente la puissance volumique transmise par le champ à travers une surface.

### B. Identification des termes du bilan

- la densité volumique d'énergie électromagnétique est :  $e_{vol} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}$  ;
- le vecteur densité de courant d'énergie électromagnétique, appelé *vecteur de Poynting*, est défini par :  $\vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$ .
- Le bilan d'énergie électromagnétique s'écrit pour un volume V donné, délimité par la surface fermée S :

$$\frac{d}{dt} \left( \iiint_V \left( \frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) d\tau \right) + \iint_S \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \cdot d\vec{S} = - \iint_V \vec{j} \cdot \vec{E} d\tau$$

## II. Ondes électromagnétiques dans le vide

### A. Equations de propagation

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} ; \Delta \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0} \text{ avec } c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

### B. Structure de l'OPPM (ou H)

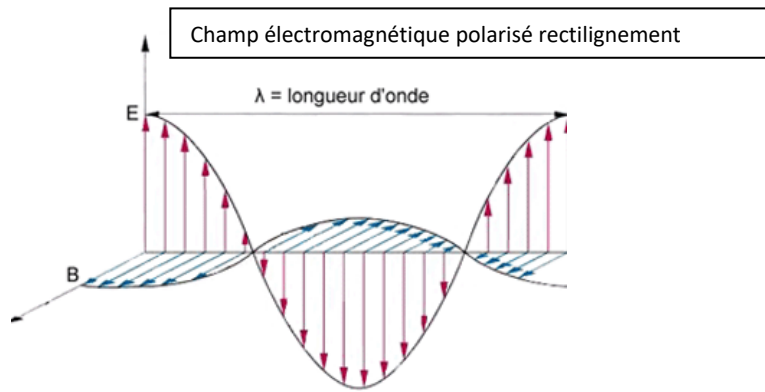
- Le champ électromagnétique d'une onde plane progressive harmonique, qui se propage dans le vide dans la direction du vecteur unitaire  $\vec{e}$ , est *transverse* :  $\vec{e} \cdot \vec{B} = 0$  et  $\vec{e} \cdot \vec{E} = 0$
- Le champ magnétique de l'onde est lié à son champ électrique par la *relation de structure* :

$$\vec{B} = \frac{\vec{e} \wedge \vec{E}}{c}$$

- Pour une OPPM en notation complexe, les relations ci-dessus s'écrivent :

$$\underline{\vec{k}} \cdot \underline{\vec{E}} = 0 ; \underline{\vec{k}} \cdot \underline{\vec{B}} = 0 ; \underline{\vec{B}} = \frac{\underline{\vec{k}} \wedge \underline{\vec{E}}}{\omega}$$

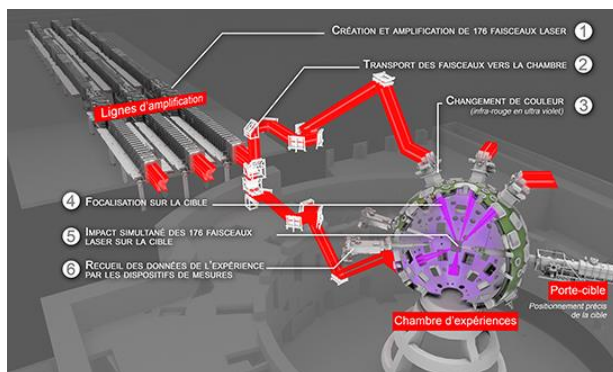
- Polarisation rectiligne :  $\vec{E} = E_0(\cos(\alpha)\vec{e}_x + \sin(\alpha)\vec{e}_y)\exp[j(\omega t - kz)]$



### C. Propagation de l'énergie d'une OPPH

- Intensité de rayonnement :  $I(M) = \langle \|\vec{R}(M, t)\| \rangle$ , pour une surface unité orthogonale à la direction de propagation.
- Pour une OPPH,  $I(M) = \frac{1}{2}\epsilon_0 c E_0^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0 c^3 B_0^2$ .
- Quelques ordres de grandeur :

	Intensité de rayonnement (W.m <sup>-2</sup> )	Champ électrique associé (V.m <sup>-1</sup> )
Laser He-Ne	10 <sup>3</sup>	10 <sup>3</sup>
Rayonnement solaire	10 <sup>3</sup>	10 <sup>3</sup>
Téléphonie mobile	0.5	20
Laser Mégajoule	2 10 <sup>21</sup>	10 <sup>12</sup>



<http://www-lmj.cea.fr/index.htm>

- La relation de Planck-Einstein relie la fréquence de l'onde électromagnétique et l'énergie transportée par un photon :  $E = h\nu$ , où  $h$  est la constante de Planck  $6,62 \cdot 10^{-34}$  J.s

Le flux surfacique de photons  $\Phi_\Sigma$  est relié au vecteur de Poynting par la relation :

$$\Phi_\Sigma h\nu = \langle \|\vec{R}(M, t)\| \rangle$$

### III. Ondes électromagnétiques dans les conducteurs ohmiques

#### A. Effet de peau

- Equations de diffusion des champs :  $\Delta \vec{E} = \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$      $\Delta \vec{B} = \mu_0 \gamma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
- Profondeur de peau et atténuation :  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma \omega}}$
- Dispersion :  $v_\phi = \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma}} \omega^{1/2}$
- Aspect énergétique : La totalité de la puissance moyenne transférée par le champ au conducteur est dissipée par effet Joule

#### B. Cas du conducteur parfait

##### a) Définition et conséquences

- Un conducteur parfait possède une conductivité infinie.
- La profondeur de pénétration de l'onde est nulle.
- Les champs,  $(\vec{E}, \vec{B}, \vec{j})$ , sont nuls à l'intérieur du conducteur ; les seuls courants seront surfaciques.

##### b) Réflexion, sous incidence normale, d'une OPPM sur un conducteur parfait

- Relations de passage des champs :

$$\vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{N}_{1 \rightarrow 2}$$

**Champ E :**

- Continuité de la composante tangentielle
- Discontinuité éventuelle de la composante normale

$$\vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{N}_{1 \rightarrow 2}$$

**Champ B :**

- Continuité de la composante normale
- Discontinuité éventuelle de la composante tangentielle

- Expressions générales des ondes incidentes et réfléchies – équations de continuité
  - Continuité de la composante tangentielle du champ électrique
  - $\vec{E}_i = E_0 \vec{e}_x \exp[j(\omega t - kz)]$  ;  $E_{r,0} = -E_0$  ;  $\vec{E}_r = -E_0 \vec{e}_x \exp[j(\omega t + kz)]$
- Onde stationnaire résultante
 
$$\vec{E} = 2E_0 \sin(\omega t) \sin(kz) \vec{e}_x$$
 ;  $\vec{B} = 2 \frac{E_0}{c} \cos(\omega t) \cos(kz) \vec{e}_{xy}$ 

$$\vec{j}_s = 2c\epsilon_0 E_0 \cos(\omega t) \vec{e}_x$$
- Aspect énergétique : Le vecteur de Poynting moyen est nul

Applications d'une onde stationnaire EM en physique moderne :

<https://www.college-de-france.fr/site/jean-dalibard/inaugural-lecture-2013-04-18-18h00.htm>

## IV. Onde électromagnétique dans un plasma peu dense

### A. Cadre de l'étude et hypothèses

#### a) Le milieu

- Milieu ionisé globalement et localement neutre
- Milieu peu dense
- Seuls les électrons sont mobiles

#### b) Les champs

- $v \ll c$  : Seule la contribution de  $\vec{E}$  est prise en compte dans la force de Lorentz
- L'accélération de la particule se réduit à son accélération locale
- On cherche  $\vec{E}$  sous la forme  $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp[j(\omega t - \underline{k}z)]$

### B. Equations vérifiées par les champs

#### a) Equation du mouvement - Conductivité complexe

$$\vec{j} = -i \frac{ne^2}{m\omega} \vec{E}; \text{ champ électrique et densité de courant sont en quadrature}$$

#### b) Relation de dispersion

$$\underline{k}^2 = \frac{1}{c^2}(\omega^2 - \omega_p^2), \text{ où } \omega_p^2 = \frac{ne^2}{m\epsilon_0}$$

### C. Caractéristiques de la propagation - Pulsation de coupure

Le plasma est un filtre passe-haut et  $\omega_p$  apparait comme une pulsation de coupure.

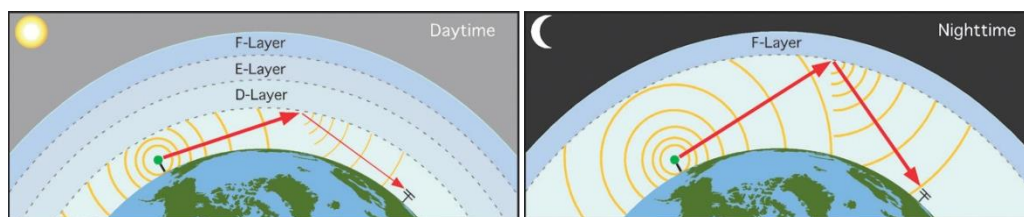
- Pour  $\omega > \omega_p$ , la propagation se fait sans atténuation à la vitesse de phase  $v_\phi = c \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{\omega_p}{\omega})^2}}$
- La vitesse de groupe vaut  $v_g = c \sqrt{1 - (\frac{\omega_p}{\omega})^2}$ . La propagation est dispersive.
- Pour  $\omega < \omega_p$ , l'onde est évanescente ; la profondeur de pénétration vaut  $\delta = \frac{c}{\omega} \frac{1}{\sqrt{(\frac{\omega_p}{\omega})^2 - 1}}$  ;  
 $\delta$  est une épaisseur de peau.

### D. Aspect énergétique

- Pour  $\omega < \omega_p$ , la valeur moyenne du vecteur de Poynting est nulle.
- Pour  $\omega > \omega_p$ , il n'y a pas de dissipation énergétique : le milieu est transparent.

### E. Quelques données concernant l'ionosphère

- Altitude supérieure à 60 km ; pression inférieure à 2 Pa ; température inférieure à  $-60^\circ\text{C}$
- $n \sim 10^{11}$  électrons/m<sup>3</sup>
- $f_p \sim \text{qqz MHz}$
- Première liaison hertzienne transatlantique entre Poldhu en Cornouailles et Cap Breton au Canada : Guglielmo MARCONI décembre 1901 ( $\lambda \sim 3700 \text{ m} - f = 80 \text{ kHz}$ )



➤ Liaisons satellitaires par ondes radio :

On utilise des ondes radios de fréquences nécessairement très supérieures à  $f_p$  choisies dans la gamme des hyperfréquences (SHF) qui va de 3 à 30 GHz :



Trois bandes sont essentiellement utilisées actuellement :

La bande C est définie entre les fréquences 3,4 à 4,2 GHz en réception et de 5,725 à 7,075GHz en émission. Elle est utilisée particulièrement sur les zones tropicales car ces fréquences sont moins sensibles à la pluie que les fréquences de la bande Ku.

La bande Ku (Kurz-unten) est la partie du spectre électromagnétique définie par la bande de fréquence micro-ondes de 10,7 GHz à 12,75 GHz en réception et de 14 à 14,5 en émission. C'est la plus employée de toutes les bandes de fréquences, et la plus répandue en Europe, du fait de la petite taille des paraboles nécessaires à sa réception.

La bande Ka (Kurtz-above) est une gamme de fréquences, comprise entre la bande K et la bande Q, utilisée notamment pour l'internet par satellite. Pour les télécommunications spatiales, elle s'étend en émission de 27,5 à 31 GHz et en réception, de 17,3 à 21.2 GHz. Les paraboles nécessaires pour recevoir les signaux sont encore plus petites que celles utilisées pour la bande Ku (certaines antennes Ka mesurent 20cm de diamètre)

La bande Ka est utilisée par les satellites Ka-SAT et Via-SAT (américains et européen) dont la couverture est donnée ci-dessous ; ils ont été lancés pour pallier la fracture numérique due à l'impossibilité d'amener l'ADSL (ou la fibre) partout dans le monde.



Couverture commune Eutelsat – Viasat



Le satellite Viasat 1