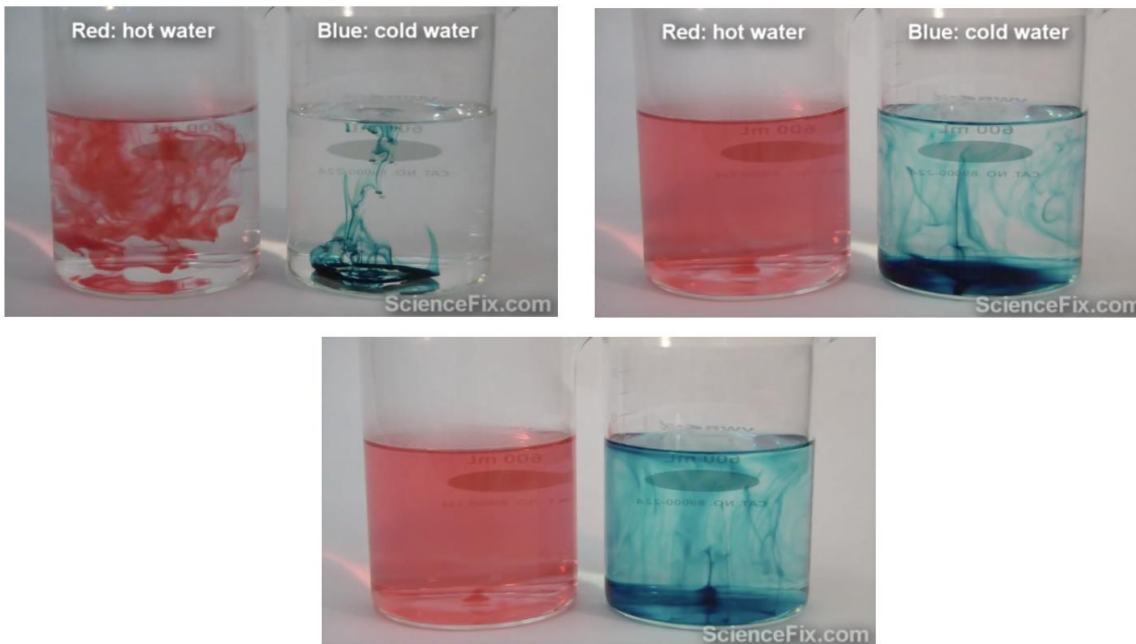


DIFFUSION DE PARTICULES



Diffusion de gouttes de colorant rouge ou bleu dans de l'eau chaude ou froide au bout de 1 ; 9 et 18 s

La **diffusion** est un phénomène de transport de particules sans mouvement d'ensemble :

- il implique une inhomogénéité de concentration du milieu,
- il correspond à un déplacement de particules des concentrations les plus élevées vers les concentrations les plus faibles,
- il est lié à l'agitation thermique (chocs successifs) et donc à la température, comme l'illustre la diffusion du colorant rouge par rapport au colorant bleu.

Il ne faut pas confondre la diffusion avec le transport de matière par **convection** qui correspond à un déplacement macroscopique d'ensemble des particules.

La diffusion de particules est donc un phénomène du même type que la diffusion thermique : on notera de fortes analogies entre les deux (ainsi qu'avec la diffusion de champ magnétique et celle de quantité de mouvement).

I. LOI DE FICK

Nous définissons :

- le flux particulaire Φ_{part} comme la quantité de particules traversant une surface orientée Σ par unité de temps,

$$\Phi_{\text{part}} = \frac{dN_{\Sigma}}{dt} ; \text{ il s'exprime en } s^{-1}$$

- la densité de courant de particules : $\vec{j}_{\text{part}}(M, t) = n^*(M, t)\vec{v}(M, t)$, où $n^*(M, t)$ représente la densité particulaire et $\vec{v}(M, t)$ le champ de vitesse en M à l'instant t . j_{part} s'exprime en $m^{-2}.s^{-1}$.

En « comptant » les particules de vitesse $\vec{v}(M, t)$ qui traversent la surface \vec{dS} pendant dt , montrer que l'on peut écrire : $d\Phi_{\text{part}, dS} = \vec{j}_{\text{part}}(M, t) \cdot \vec{dS}_M$.

On notera l'analogie de raisonnement avec l'introduction du vecteur \vec{j} en électromagnétisme ou du vecteur densité de courant de masse en mécanique des fluides.

On cherche alors à relier l'inhomogénéité de concentration et le courant de particules qui en résulte. La relation la plus simple que l'on puisse tirer de l'observation expérimentale est la loi de FICK. Comme la loi de FOURIER, c'est une loi phénoménologique, linéaire, qui rend compte de l'expérience dans un certain domaine de validité :

$$\vec{J}_{part}(M, t) = -D \overrightarrow{\text{grad}}(n^*(M, t))$$

D est la diffusivité ; elle s'exprime en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$; quelques valeurs typiques à 25 °C :

Phase	Gaz	Gaz	Gaz	Liquide	Liquide	Solide
Support	Air	Air	H ₂	H ₂ O	H ₂ O	Cu
Particules diffusantes	H ₂	O ₂	D ₂	H ₂	O ₂	Al
D en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	7,12.10 ⁻⁵	2,06.10 ⁻⁵	1,24.10 ⁻⁴	5,13.10 ⁻⁹	1,80.10 ⁻⁹	1,30.10 ⁻³⁰

Quel est le sens physique du signe – dans la loi de Fick ?

Donner par analogie avec les lois de Fourier et d'Ohm les limites de validité de la loi de FICK

-
-
-

II. EQUATION DE LA DIFFUSION

A. Bilan de matière

En faisant un bilan de matière sur une tranche de longueur dx comprise entre x et x + dx pendant un intervalle de temps dt, montrer que : $\frac{\partial n^*}{\partial t} = -\frac{\partial j_{part}}{\partial x}$

Soit en généralisant à l'espace tout entier :

$$\text{div}(\vec{J}_{part}(M, t)) + \frac{\partial n^*(M, t)}{\partial t} = 0$$

Ce résultat est à rapprocher du bilan d'énergie du chapitre précédent ; en trois dimensions les relations de conservation vues depuis le début de l'année s'écrivent, avec les notations usuelles :

Conservation de la charge ou de la masse : $\text{div}(\vec{J}(M, t)) + \frac{\partial \rho(M, t)}{\partial t} = 0$

Conservation de l'énergie : $\text{div}(\vec{J}_{th}(M, t)) + \frac{\partial h(M, t)}{\partial t} = 0$

B. Equation de diffusion

En utilisant la loi de FICK, le bilan devient :

$$\frac{\partial n^*(x,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n^*(x,t)}{\partial x^2}$$

L'irréversibilité du phénomène qui apparaît sur les photos du début du polycopié et qui correspond à la tendance à l'homogénéisation est confirmée par la présence de la dérivée première temporelle.

On notera l'analogie entre les équations :

$$\frac{\partial n^*}{\partial t} = D_{\text{part}} \Delta n^* ; \quad \frac{\partial T}{\partial t} = D_{\text{th}} \Delta T ; \quad \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = D_{\text{visc}} \Delta \vec{v} \quad \text{et} \quad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = D_{\text{mag}} \Delta \vec{B},$$

$$D_{\text{th}} = \frac{\lambda}{\rho c} ; \quad D_{\text{visc}} = \frac{\eta}{\rho} ; \quad D_{\text{mag}} = \frac{1}{\mu_0 \gamma}.$$

A partir de ce résultat, montrer que le temps caractéristique associé à la diffusion de particules dans un support

s'écrit : $\tau_{\text{diff}} = \frac{L^2}{D}$.

Faire une application numérique dans une situation de votre choix pour τ_{diff}

C. Solutions

Les conditions initiales et aux limites sont du même type que pour la diffusion thermique ; elles seront en général précisées dans les textes de problèmes et d'exercices :

- Introduction de particules avec un débit donné en un point de l'espace.
- Valeur initiale de la densité particulaire en tout point du domaine étudié.
- Taux de création de particules (radioactivité par exemple).
- Continuité du flux de particules aux interfaces.

Les méthodes de résolution sont les mêmes que pour la diffusion thermique.

Pour compléter ce document : http://www.lycee-champollion.fr/IMG/pdf/asds_fick.pdf