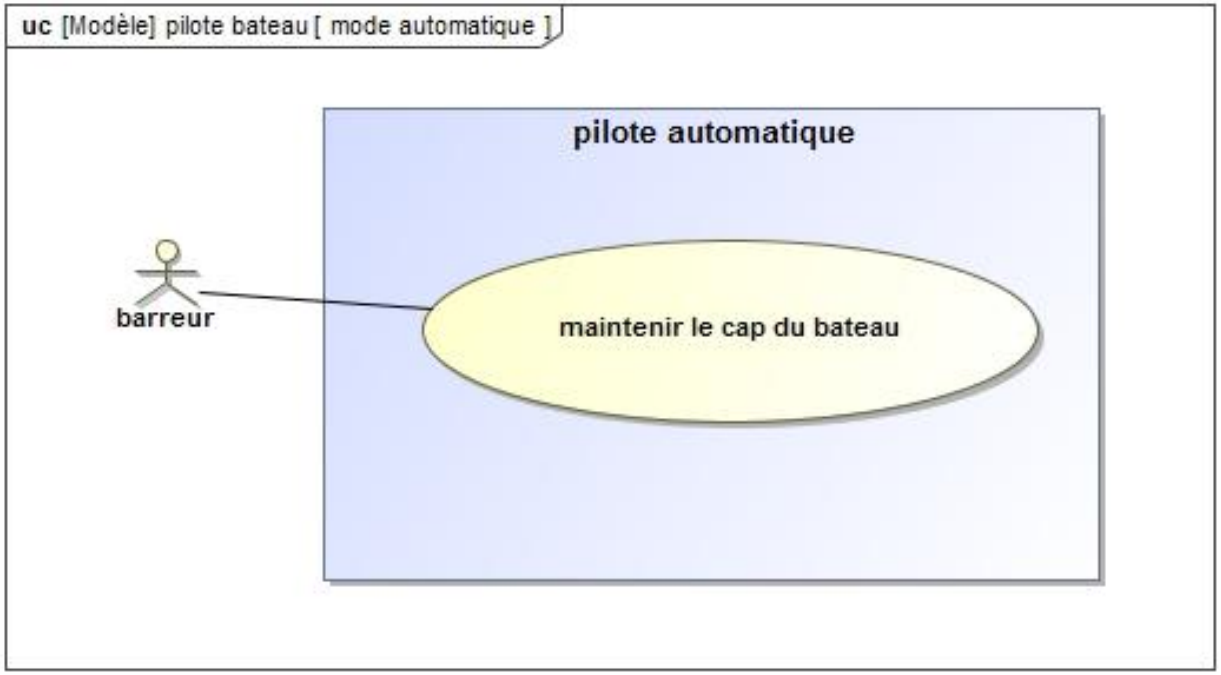
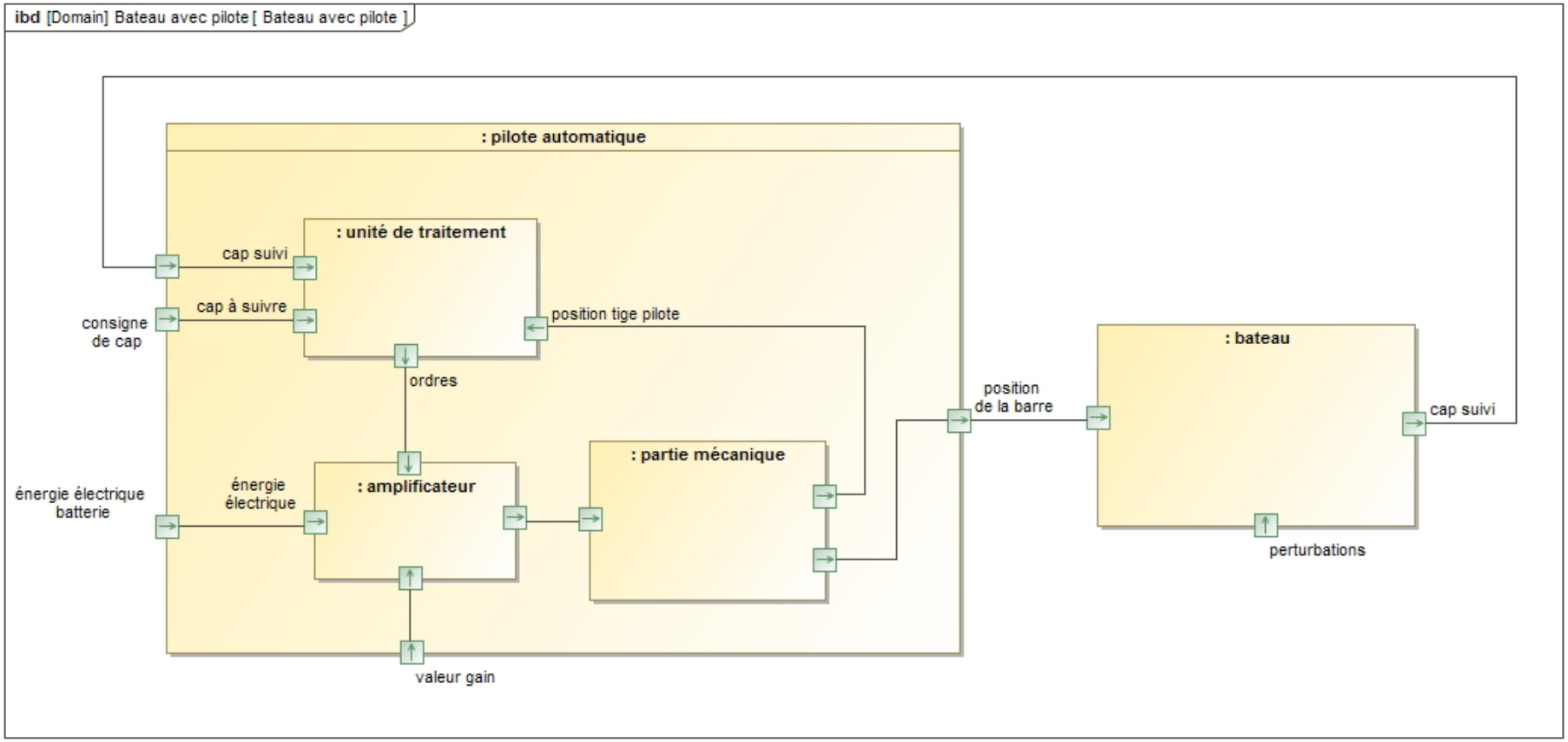
# PILOTE AUTOMATIQUE DE VOILIER




ibd [Domain] Bateau avec pilote [ Bateau avec pilote ]
: pilote automatique
: unité de traitement
cap suivi
cap à suivre
consigne de cap
position tige pilote
ordres
énergie électrique batterie
énergie électrique
: amplificateur
: partie mécanique
valeur gain
position de la barre
: bateau
cap suivi
perturbations

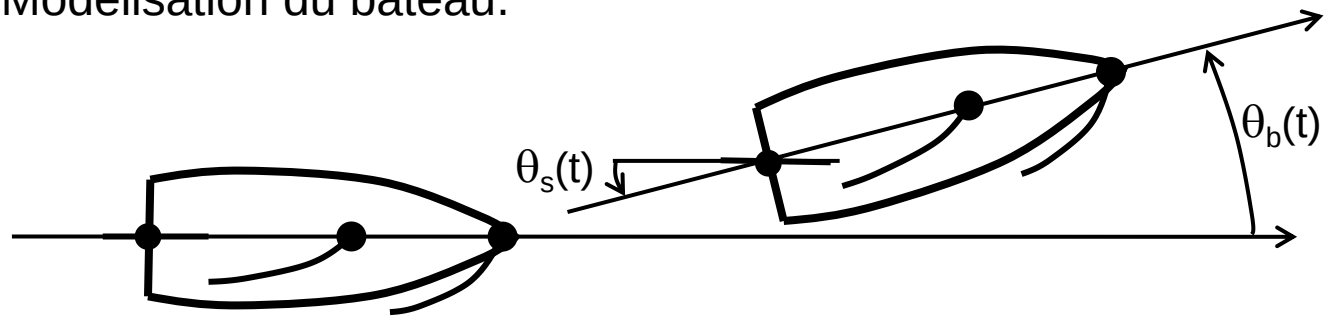
Modélisation du bateau.

Modélisation du moteur à courant continu.

Modélisation du pilote automatique.

Modélisation du bateau avec le pilote automatique.

# Modélisation du bateau.



*BUT : A partir d'un modèle de connaissance simplifié du bateau,*
*déterminer l'évolution du cap ($\theta_b(t)$) suite à une action connue sur le safran du bateau ($\theta_s(t)$).*

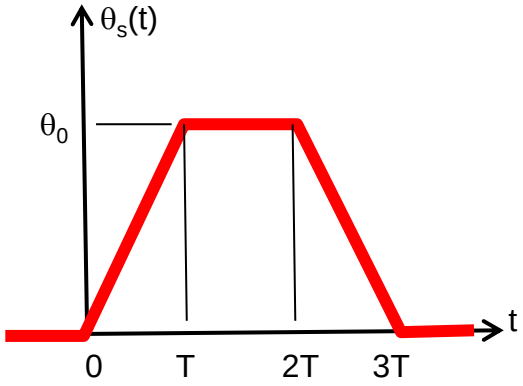
MODELE (TRES SIMPLIFIE) DU BATEAU :

$$J_b \cdot \frac{d\omega_b(t)}{dt} = C_b(t) - f \cdot \omega_b(t)$$

$$C_b(t) = a \cdot V^2 \cdot \theta_s(t)$$

$$\frac{d\theta_b(t)}{dt} = \omega_b(t)$$

EVOLUTION DE L'ANGLE DU SAFRAN $\theta_s(t)$ :

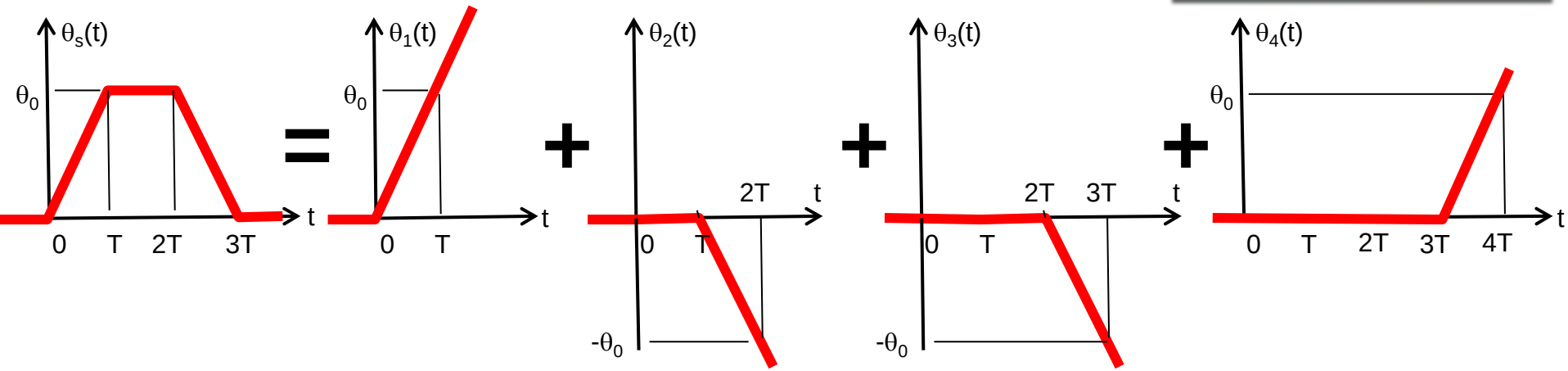



$\theta_0$=1rd
T=1s

1/ Déterminer la transformée de Laplace de $\theta_s(t)$.
2/ Ecrire la fonction de transfert $H_b(p)=\theta_b(p)/\theta_s(p)$.
3/ En déduire $\theta_b(t)$. Tracer l'allure de la courbe.

# Modélisation du bateau.

1/ Déterminer la transformée de Laplace de $\theta_s(t)$.




$\theta_s(t) =$ $\frac{\theta_0}{T}\cdot t\cdot u(t)$ $\quad -\frac{\theta_0}{T}\cdot(t-T)\cdot u(t-T)$ $\quad -\frac{\theta_0}{T}\cdot(t-2T)\cdot u(t-2T)$ $\quad +\frac{\theta_0}{T}\cdot(t-3T)\cdot u(t-3T)$

L

$\theta_s(p) =$ $\frac{\theta_0}{T\cdot p^2}$ $\quad -\frac{\theta_0}{T\cdot p^2}\cdot e^{-T\cdot p}$ $\quad -\frac{\theta_0}{T\cdot p^2}\cdot e^{-2T\cdot p}$ $\quad +\frac{\theta_0}{T\cdot p^2}\cdot e^{-3T\cdot p}$

$$\theta_s(p)=\frac{\theta_0}{T\cdot p^2}-\frac{\theta_0}{T\cdot p^2}\cdot e^{-T\cdot p}-\frac{\theta_0}{T\cdot p^2}\cdot e^{-2T\cdot p}+\frac{\theta_0}{T\cdot p^2}\cdot e^{-3T\cdot p}$$

$$\boxed{\theta_s(p)=\frac{1}{p^2}\left[1-e^{-p}-e^{-2\cdot p}+e^{-3\cdot p}\right]}$$

# Modélisation du bateau.

$$\boxed{\theta_s(p) = \frac{1}{p^2}\left[1 - e^{-p} - e^{-2\cdot p} + e^{-3\cdot p}\right]}$$

2/ Ecrire la fonction de transfert $H_b(p)=\theta_b(p)/\theta_s(p)$.

$$J_b \cdot \frac{d\omega_b(t)}{dt} = C_b(t) - f \cdot \omega_b(t)$$

$$C_b(t) = a \cdot V^2 \cdot \theta_s(t)$$

$$\frac{d\theta_b(t)}{dt} = \omega_b(t)$$

L

$$J_b \cdot p \cdot \Omega_b(p) = C_b(p) - f \cdot \Omega_b(p)$$

$$C_b(p) = a \cdot V^2 \cdot \theta_s(p)$$

$$p \cdot \theta_b(p) = \Omega_b(p)$$

$$(J_b \cdot p + f) \cdot p \cdot \theta_b(p) = a \cdot V^2 \cdot \theta_s(p) \quad \Longrightarrow \quad \frac{\theta_b(p)}{\theta_s(p)} = \frac{a \cdot V^2}{(J_b \cdot p + f) \cdot p} = H_b(p)$$

$$\boxed{H_b(p) = \frac{a \cdot V^2}{(J_b \cdot p + f) \cdot p} = \frac{\frac{a \cdot V^2}{f}}{\left(\frac{J_b}{f} \cdot p + 1\right) \cdot p} = \frac{1}{p \cdot (p+1)}}$$

# Modélisation du bateau.

$$\boxed{\theta_s(p) = \frac{1}{p^2}\left[1 - e^{-p} - e^{-2\cdot p} + e^{-3\cdot p}\right]}$$

$$\boxed{H_b(p) = \frac{1}{p\cdot(p+1)}}$$

3/ En déduire $\theta_b(t)$. Tracer l'allure de la courbe.

$$H_b(p) = \frac{\theta_b(p)}{\theta_s(p)} \Longrightarrow \theta_b(p) = \theta_s(p)\cdot H_b(p)$$

<u>*Pour le terme sans retard*</u> : $\theta_s(p) = \dfrac{1}{p^2} \Longrightarrow \theta_b(p) = \dfrac{1}{p^3\cdot(p+1)}$

$$\theta_b(p) = \frac{1}{p^3\cdot(p+1)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p^2} + \frac{C}{p^3} + \frac{D}{(p+1)}$$

(Décomposition en éléments simples)

En multipliant par $p^3$ et en identifiant pour p=0 ; on trouve <u>C=1</u>

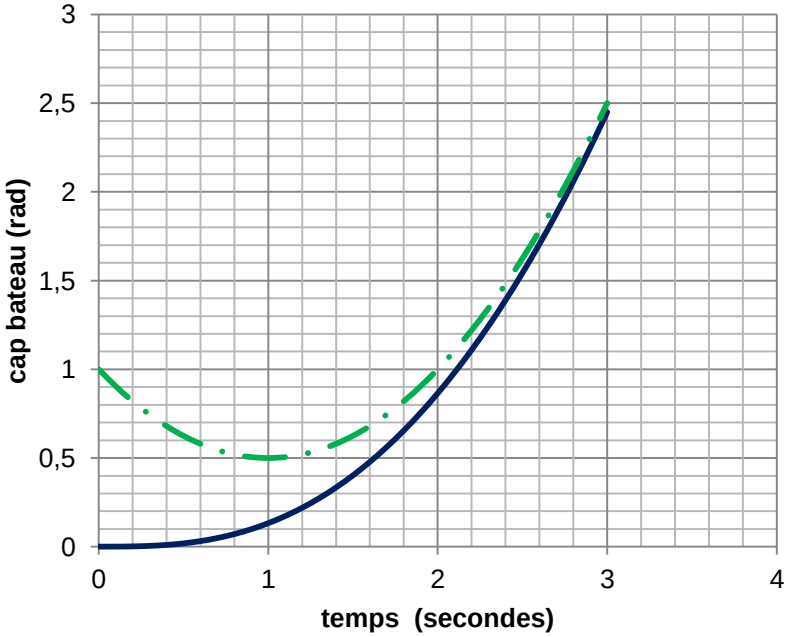
En multipliant par (p+1) et en identifiant pour p=-1 ; on trouve <u>D=-1</u>

En multipliant par p et en identifiant pour $p\rightarrow\infty$; on trouve <u>A=-D=1</u>

En identifiant pour p=1 ; on trouve <u>B=-1</u>

$$\theta_b(p) = \frac{1}{p} - \frac{1}{p^2} + \frac{1}{p^3} - \frac{1}{(p+1)}$$

$$\boxed{\theta_b(t) = 1 - t + \frac{t^2}{2} - e^{-t}}$$



# Modélisation du bateau.

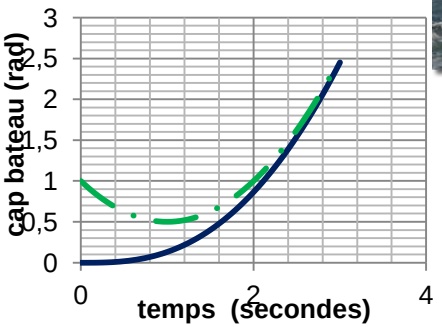
$$\theta_s(p) = \frac{1}{p^2}\left[1 - e^{-p} - e^{-2\cdot p} + e^{-3\cdot p}\right]$$

$$H_b(p) = \frac{1}{p\cdot(p+1)}$$

3/ En déduire $\theta_b(t)$. Tracer l'allure de la courbe.

*Pour le terme sans retard* :

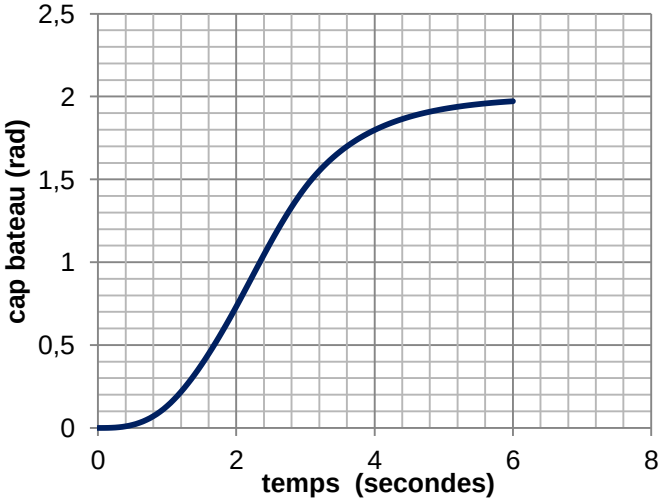
$$\theta_b(t) = 1 - t + \frac{t^2}{2} - e^{-t}$$




*Pour les termes avec retard* :

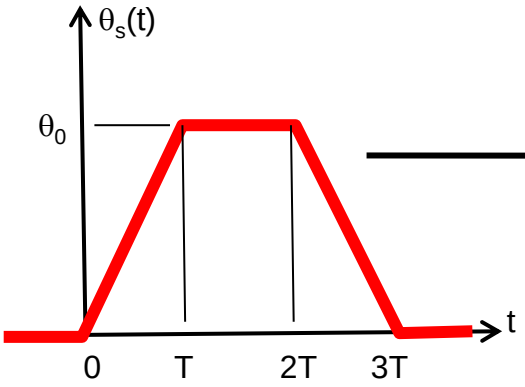
$$\theta_s(p) = \frac{1}{p^2}\left[1 - e^{-p} - e^{-2\cdot p} + e^{-3\cdot p}\right]$$

$$\theta_b(t) = \left(1 - t + \frac{t^2}{2} - e^{-t}\right)\cdot u(t) - \left(1 - (t-1) + \frac{(t-1)^2}{2} - e^{-(t-1)}\right)\cdot u(t-1) - \left(1 - (t-2) + \frac{(t-2)^2}{2} - e^{-(t-2)}\right)\cdot u(t-2) + \left(1 - (t-3) + \frac{(t-3)^2}{2} - e^{-(t-3)}\right)\cdot u(t-3)$$

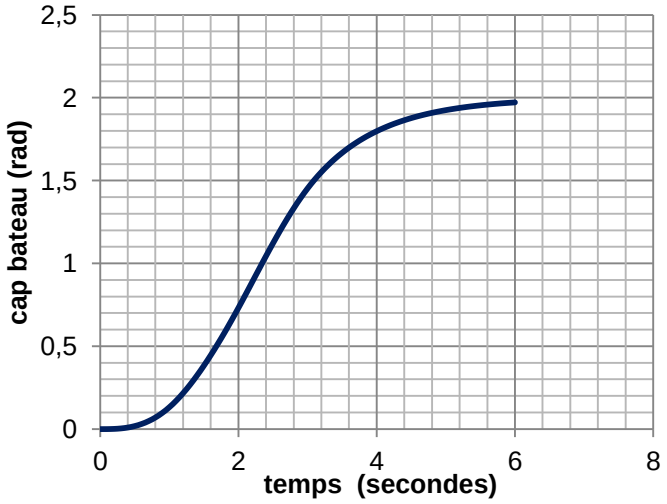


# Modélisation du bateau.

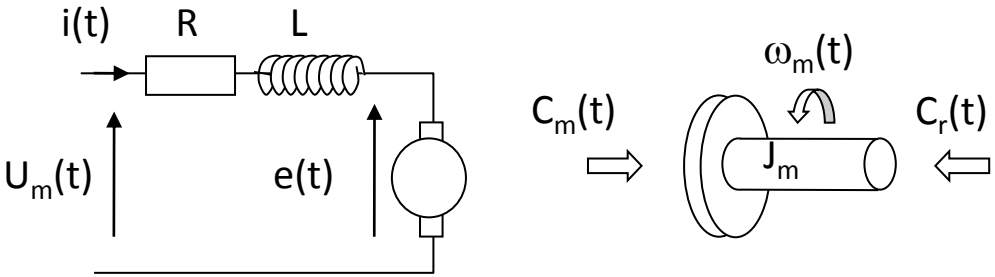
*BUT : A partir d'un modèle de connaissance simplifié du bateau, déterminer l'évolution du cap ($\theta_b(t)$) suite à une action connue sur le safran du bateau ($\theta_s(t)$).*




$$H_b(p) = \frac{1}{p \cdot (p+1)}$$



# Modélisation du moteur à courant continu.




*BUT : A partir d'un modèle de connaissance du moteur à courant continu, déterminer la vitesse maximale que le moteur pourra atteindre.*

MODELE DU MOTEUR :

$$J_m \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - C_r(t)$$

$$U_m(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t) + e(t)$$

$$e(t) = k_e \cdot \omega_m(t)$$

$$C_m(t) = k_c \cdot i(t)$$

1/ Proposer un schéma bloc du moteur.
2/ Ecrire les fonctions de transfert du moteur.
3/ Déterminer les vitesses de rotation maximale à vide et en charge du moteur.

# Modélisation du moteur à courant continu.

## 1/ Proposer un schéma bloc du moteur.

MODELE DU MOTEUR :

$$J_m \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - C_r(t)$$

$$U_m(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t) + e(t)$$

$$e(t) = k_e \cdot \omega_m(t)$$

$$C_m(t) = k_c \cdot i(t)$$

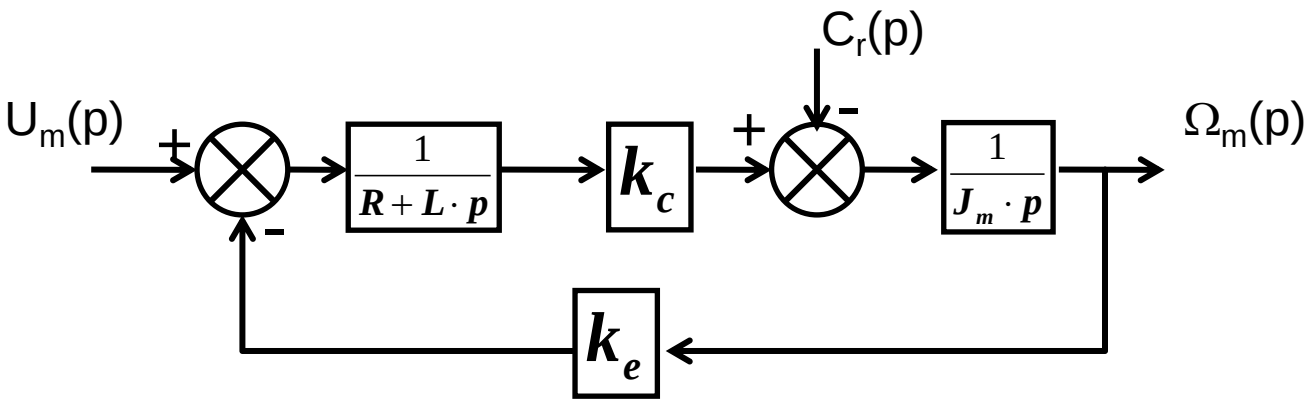
L

$$J_m \cdot p \cdot \Omega_m(p) = C_m(p) - C_r(p)$$

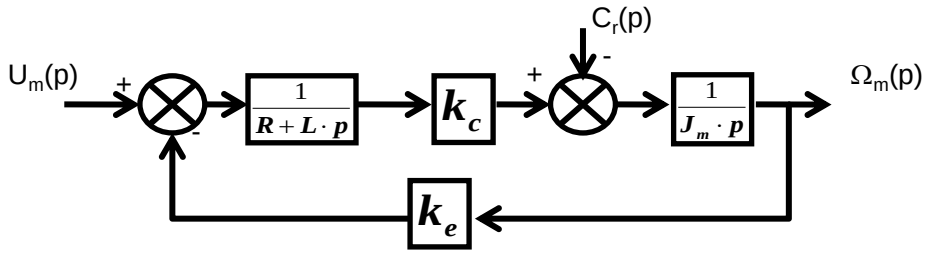
$$U_m(p) = L \cdot p \cdot I(p) + R \cdot I(p) + E(p) = (L \cdot p + R) \cdot I(p) + E(p)$$

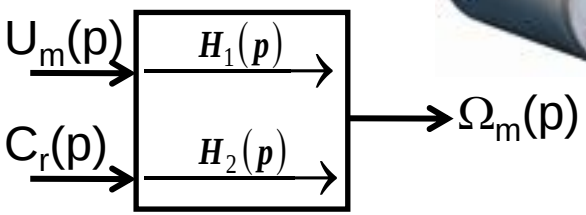
$$E(p) = k_e \cdot \Omega_m(p)$$

$$C_m(p) = k_c \cdot I(p)$$



# Modélisation du moteur à courant continu.

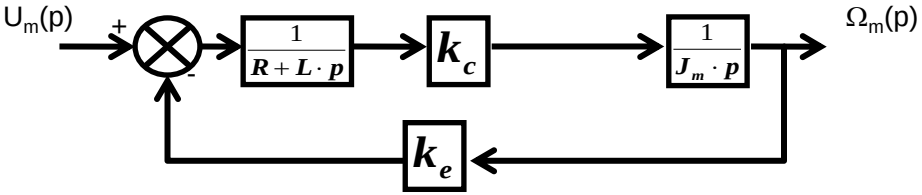


## 2/ Ecrire les fonctions de transfert du moteur.

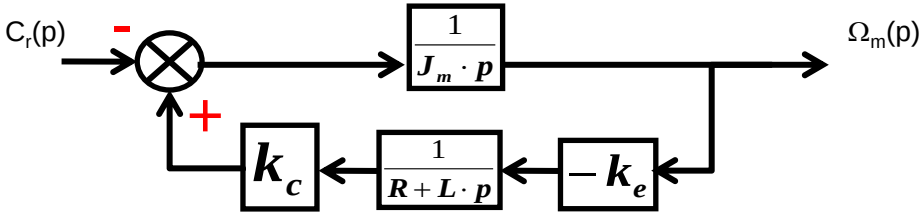
Théorème de superposition :

Pour calculer $H_1(p)$, on pose $C_r(p)=0$ :




$$H_1(p)=\frac{k_c}{J_m\cdot p\cdot(R+L\cdot p)+k_e\cdot k_c}$$

Pour calculer $H_2(p)$, on pose $U_m(p)=0$ :



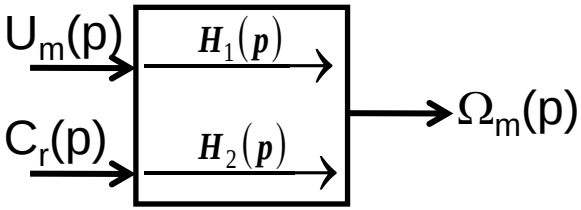

$$H_2(p)=\frac{-(R+L\cdot p)}{J_m\cdot p\cdot(R+L\cdot p)+k_e\cdot k_c}$$

$$\Omega_m(p)=H_1(p)\cdot U_m(p)+H_2(p)\cdot C_r(p)$$

$$H_1(p)=\frac{47{,}1}{1{,}2\cdot 10^{-6}\,p^2+0{,}018\cdot p+1}$$

$$H_2(p)=\frac{-(4{,}6\cdot 10^4+3{,}04\cdot p)}{1{,}2\cdot 10^{-6}\,p^2+0{,}018\cdot p+1}$$

Modélisation du moteur à courant continu.




$$\boxed{\Omega_m(p) = H_1(p)\cdot U_m(p) + H_2(p)\cdot C_r(p)}$$

3/ Déterminer les vitesses de rotation maximale à vide et en charge du moteur.

A vide : $c_r(t)=0 \quad \Rightarrow \quad \Omega_m(p) = H_1(p)\cdot U_m(p)$

$$H_1(p) = \frac{47{,}1}{1{,}2\cdot 10^{-6}\,p^2 + 0{,}018\cdot p + 1}$$

$$u_m(t) = 12V \quad \Rightarrow \quad U_m(p) = \frac{12}{p}$$

$$\lim_{t\to\infty} \omega_m(t) = \lim_{p\to 0} p\cdot\Omega_m(p) = 565{,}2 \quad rd/s$$

En charge : $c_r(t)=8.10^{-3}$ Nm, $u_m(t)=12$ V $\quad \Rightarrow \quad \Omega_m(p) = H_1(p)\cdot U_m(p) + H_2(p)\cdot C_r(p)$

$$H_1(p) = \frac{47{,}1}{1{,}2\cdot 10^{-6}\,p^2 + 0{,}018\cdot p + 1}$$

$$H_2(p) = \frac{-\left(4{,}6\cdot 10^4 + 3{,}04\cdot p\right)}{1{,}2\cdot 10^{-6}\,p^2 + 0{,}018\cdot p + 1}$$

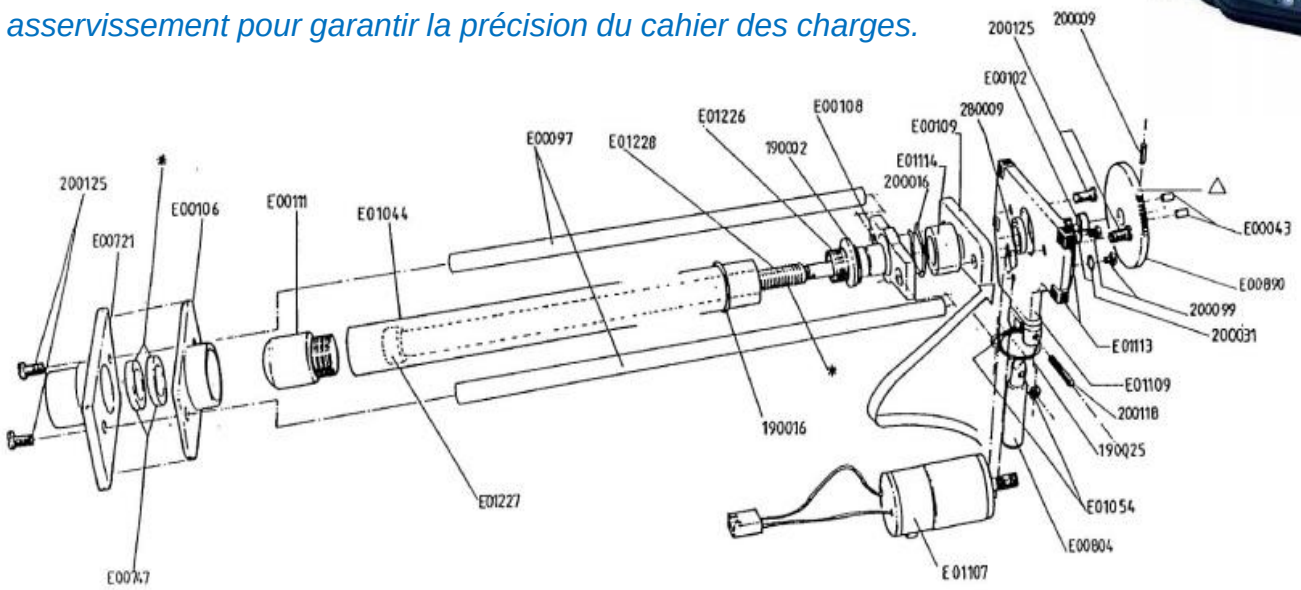
$$U_m(p) = \frac{12}{p}$$

$$C_r(p) = \frac{8\cdot 10^{-3}}{p}$$

$$\lim_{t\to\infty} \omega_m(t) = \lim_{p\to 0} p\cdot\Omega_m(p) = 197{,}2 \quad rd/s$$

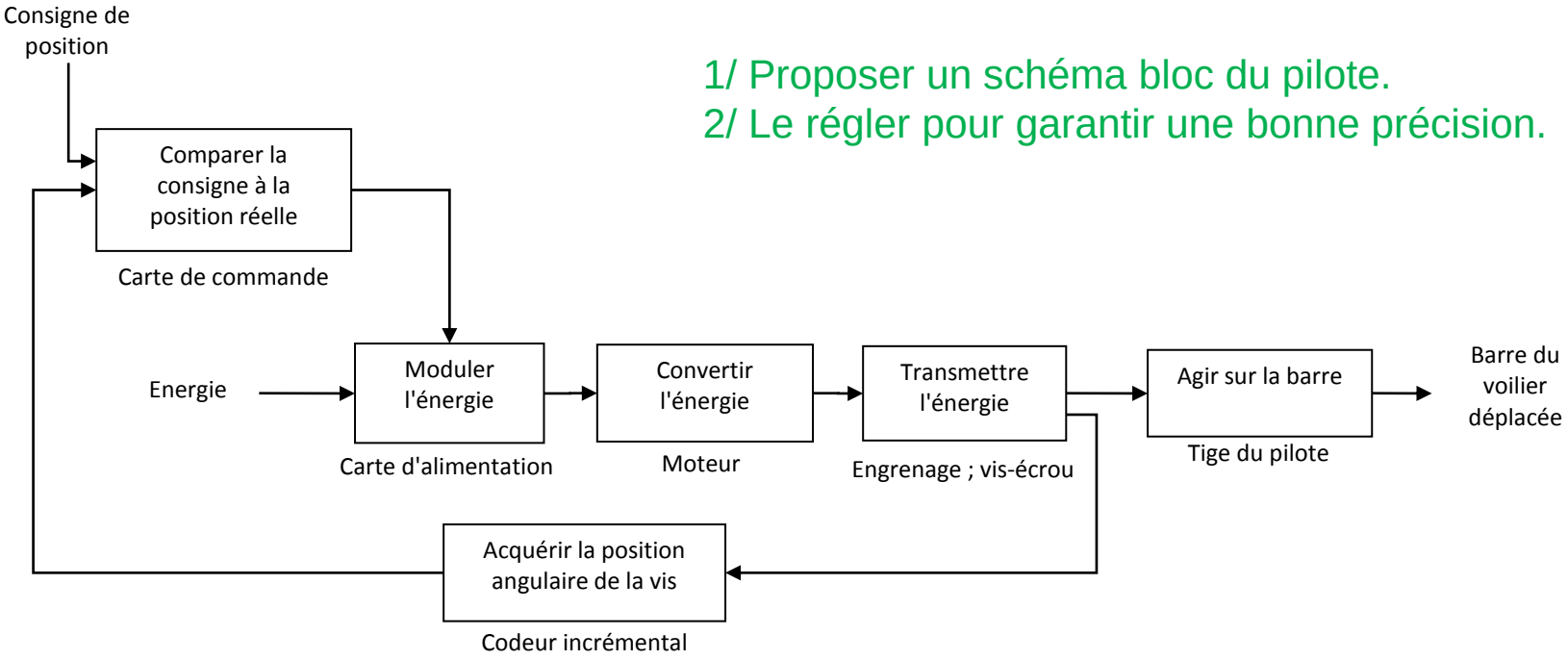
# Modélisation du pilote automatique.

*BUT : Régler cet asservissement pour garantir la précision du cahier des charges.*



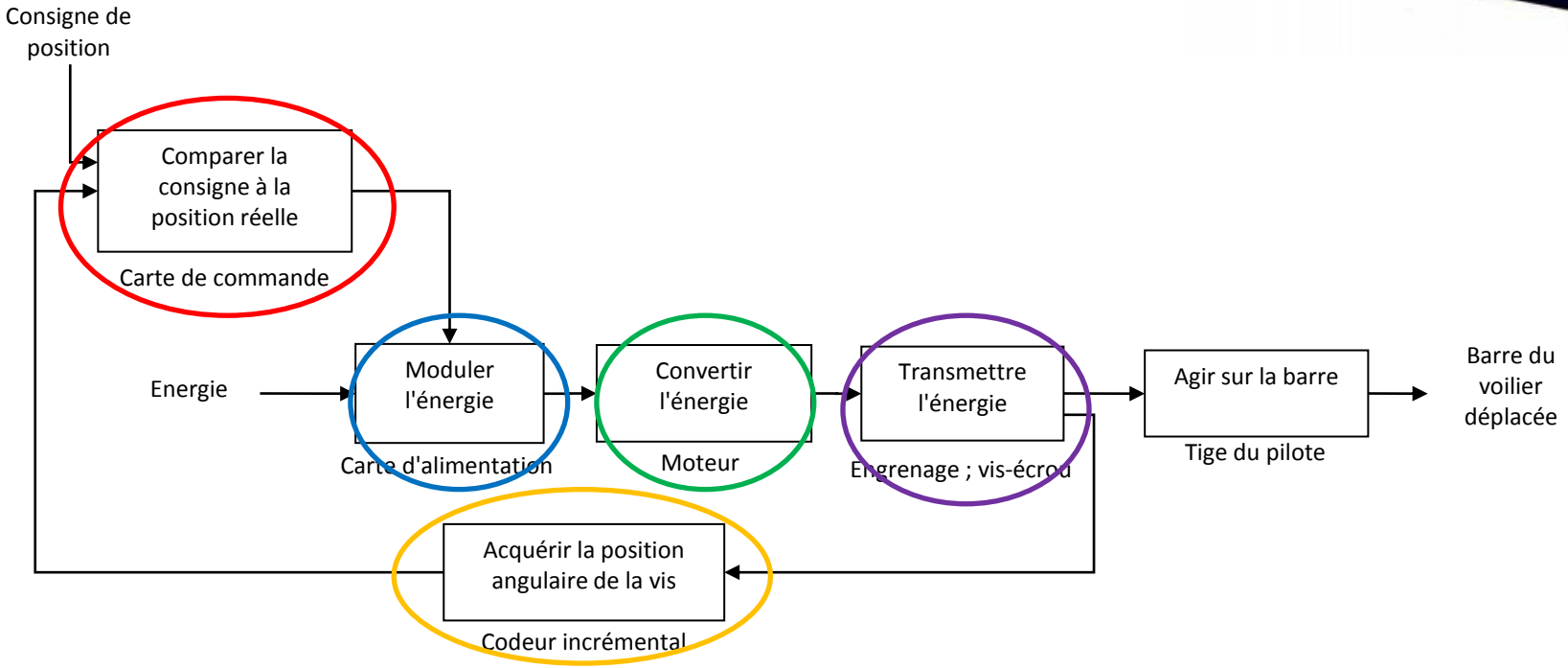
1/ Proposer un schéma bloc du pilote.

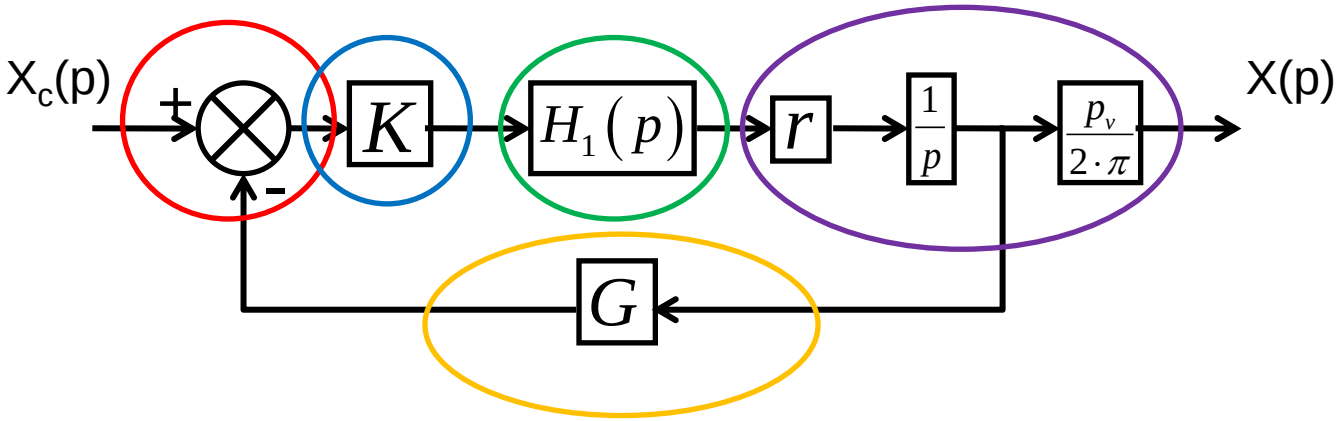
2/ Le régler pour garantir une bonne précision.



# Modélisation du pilote automatique.

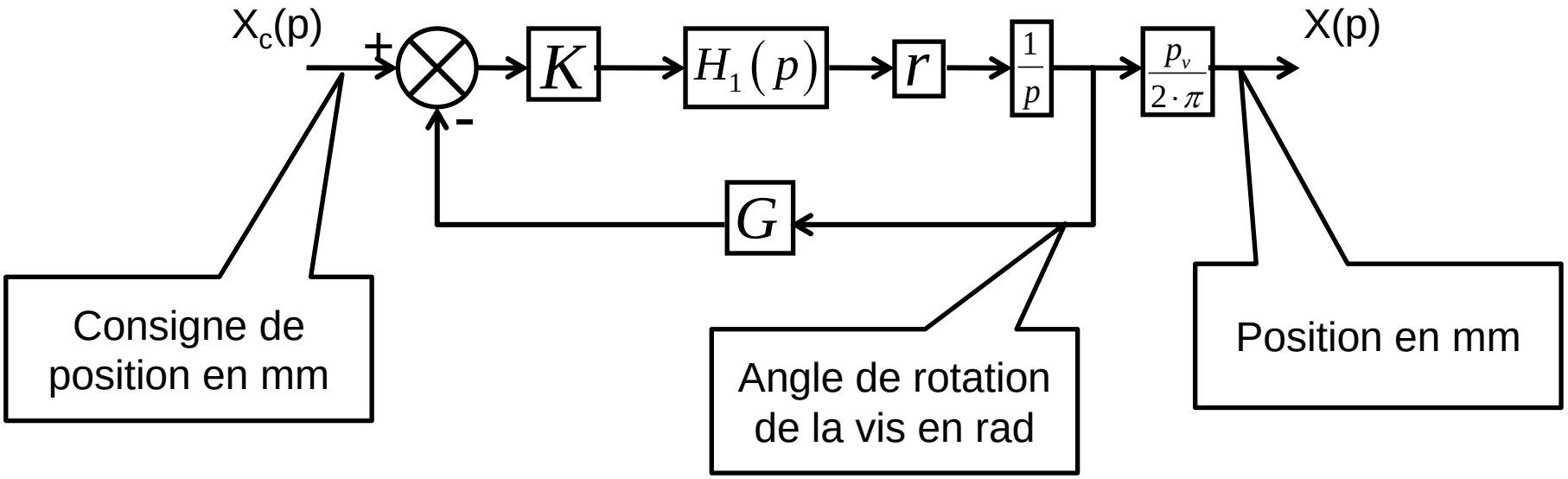
## 1/ Proposer un schéma bloc du pilote.



Modélisation du pilote automatique.

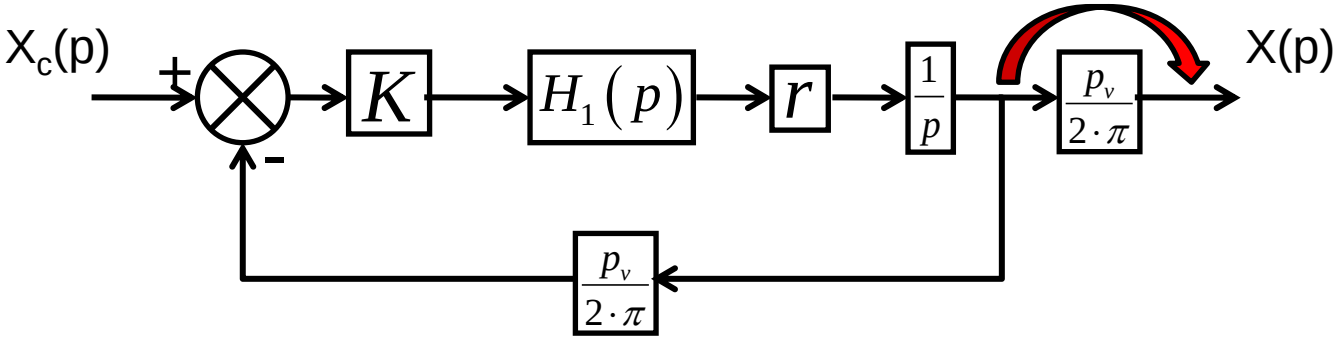
1/ Proposer un schéma bloc du pilote.

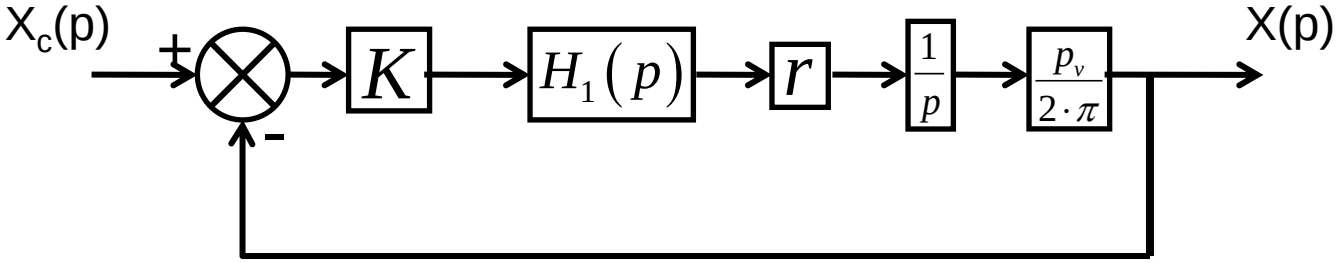



$$\boxed{G = \frac{p_v}{2\cdot\pi}}$$

Modélisation du pilote automatique.

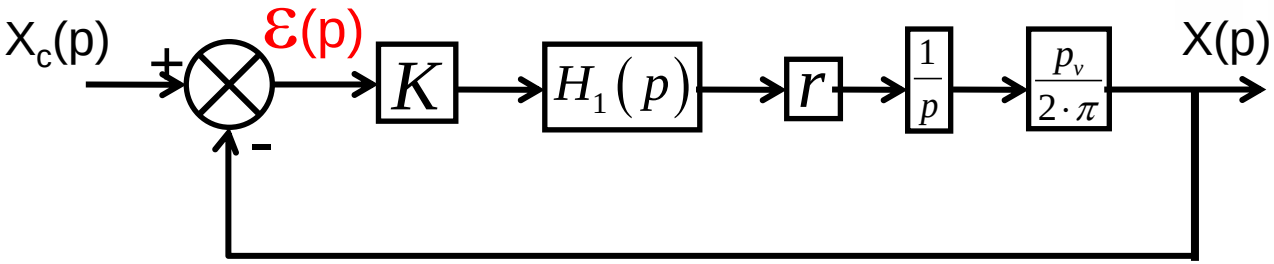
1/ Proposer un schéma bloc du pilote.



Modélisation du pilote automatique.

## 1/ Proposer un schéma bloc du pilote.




## 2/ Le régler pour garantir une bonne précision.

L'erreur dans le domaine de Laplace : $\varepsilon(p) = X_c(p) - X(p)$

D'après le schéma bloc : $\varepsilon(p)\cdot K\cdot H_1(p)\cdot r\cdot\frac{1}{p}\cdot\frac{p_v}{2\pi} = X(p)$

$$\begin{cases} \varepsilon(p)\cdot K\cdot H_1(p)\cdot r\cdot\frac{1}{p}\cdot\frac{p_v}{2\pi} = X(p) \\ \varepsilon(p) = X_c(p) - X(p) \end{cases} \Rightarrow \quad \varepsilon(p) = \frac{X_c(p)}{1 + K\cdot H_1(p)\cdot\frac{r}{p}\cdot\frac{p_v}{2\pi}}$$

$$\varepsilon(p) = \frac{X_c(p)}{1 + \frac{47\cdot K}{10\cdot\pi\cdot p\cdot\left(10^{-6}p^2 + 0,02p + 1\right)}}$$

Modélisation du pilote automatique.

## 2/ Le régler pour garantir une bonne précision.

$$\varepsilon(p) = \frac{X_c(p)}{1 + \dfrac{47 \cdot K}{10 \cdot \pi \cdot p \cdot \left(10^{-6} p^2 + 0,02 p + 1\right)}}$$

Erreur statique : la consigne est une constante

$$x_c(t) = 1 \quad \Rightarrow X_c(p) = \frac{1}{p}$$

$$\varepsilon_s(p) = \frac{1/p}{1 + \dfrac{47 \cdot K}{10 \cdot \pi \cdot p \cdot \left(10^{-6} p^2 + 0,02 p + 1\right)}}$$

$$\lim_{t \to \infty} \varepsilon_s(t) = \lim_{p \to 0} p \cdot \varepsilon_s(p) = 0$$

*L'erreur statique est nulle ; précis pour atteindre la position de consigne.*

Erreur dynamique : la consigne est une rampe

$$x_c(t) = t \quad \Rightarrow X_c(p) = \frac{1}{p^2}$$

$$\varepsilon_v(p) = \frac{1/p^2}{1 + \dfrac{47 \cdot K}{10 \cdot \pi \cdot p \cdot \left(10^{-6} p^2 + 0,02 p + 1\right)}}$$

$$\lim_{t \to \infty} \varepsilon_v(t) = \lim_{p \to 0} p \cdot \varepsilon_v(p) = \frac{10 \cdot \pi}{47 \cdot K}$$

*L'erreur dynamique n'est pas nulle ; des difficultés à suivre une consigne variable.*

Modélisation du pilote automatique.

## 2/ Le régler pour garantir une bonne précision.

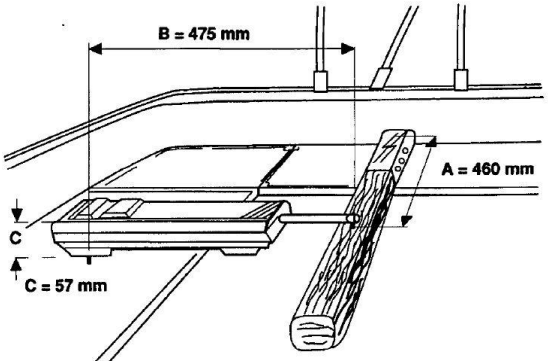
$$\lim_{t\to\infty} \varepsilon_v(t) = \lim_{p\to 0} p \cdot \varepsilon_v(p) = \frac{10 \cdot \pi}{47 \cdot K}$$

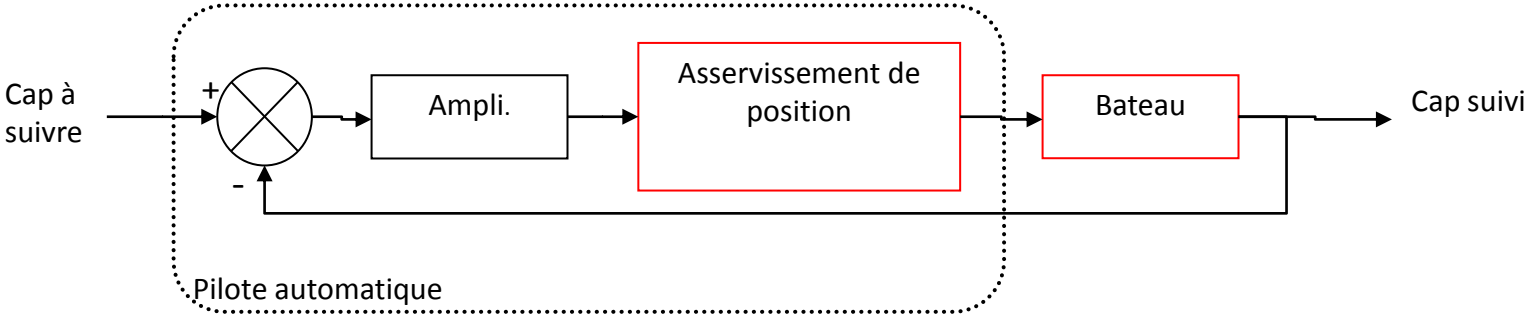
Le cahier des charges impose : $\varepsilon_v \leq 10\%$

$$\frac{10 \cdot \pi}{47 \cdot K} \leq \frac{10}{100} \quad \Rightarrow \quad K \geq \frac{100 \cdot \pi}{47} = 6,68$$

# Modélisation du bateau avec le pilote automatique.

*BUT : Regrouper dans une seule modélisation le pilote automatique et le bateau.*



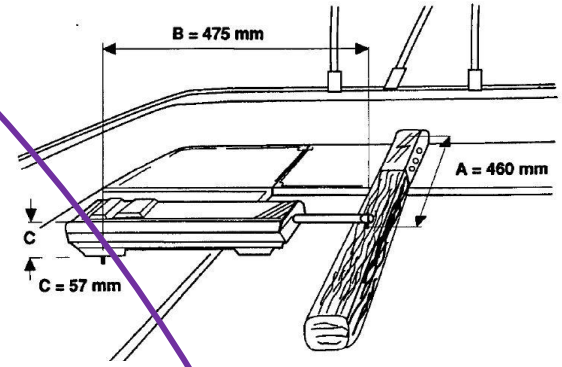




1/ Modéliser le lien entre la position de tige du pilote et l'angle de barre du bateau.
2/ Proposer un schéma bloc de l'ensemble pilote bateau.
3/ Déterminer ses fonctions de transfert.

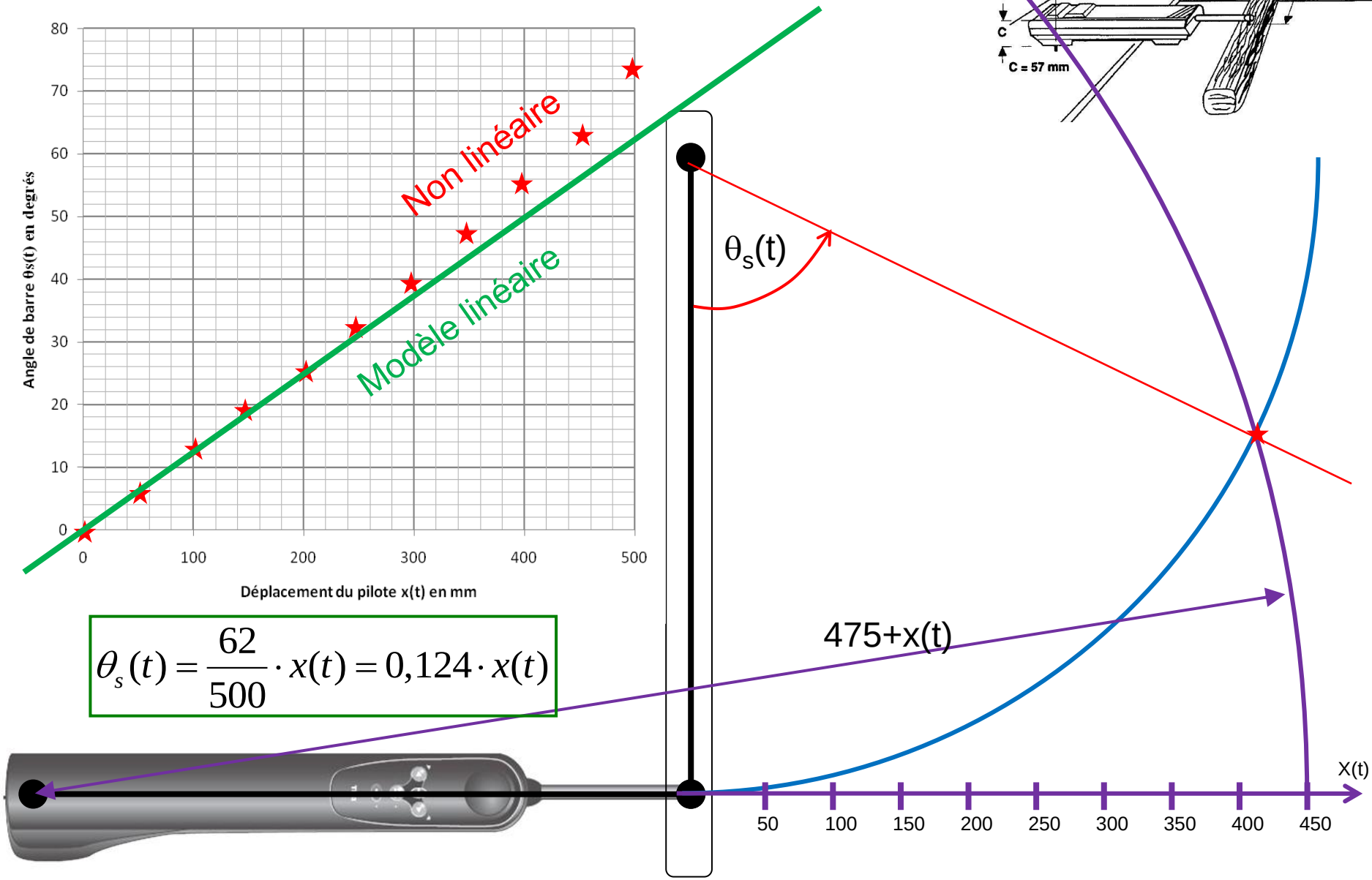
# Modélisation du bateau avec le pilote automatique.

## 1/ Modéliser le lien entre la position de tige du pilote et l'angle de barre du bateau.

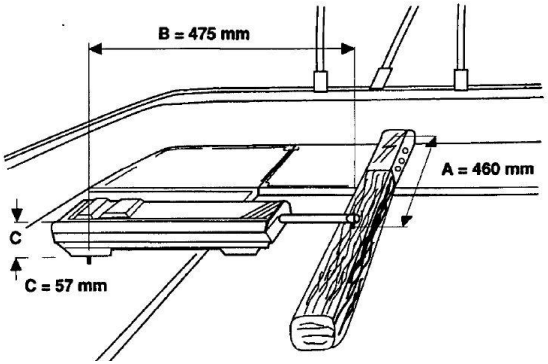



$$\theta_s(t) = \frac{62}{500} \cdot x(t) = 0{,}124 \cdot x(t)$$



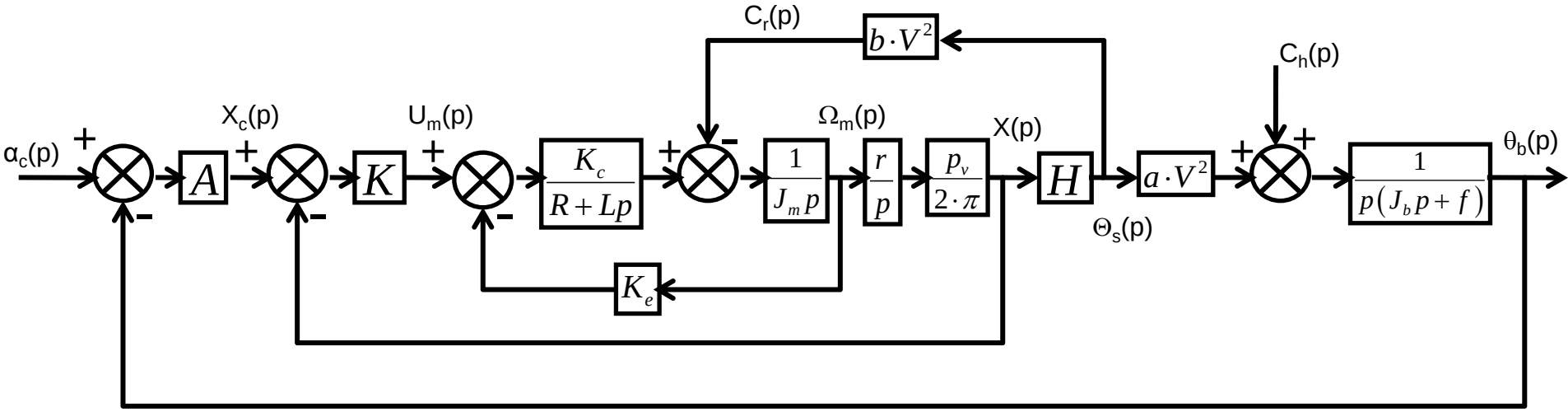
# Modélisation du bateau avec le pilote automatique.




1/ Modéliser le lien entre la position de tige du pilote et l'angle de barre du bateau. $\theta_s(t) = H \cdot x(t)$

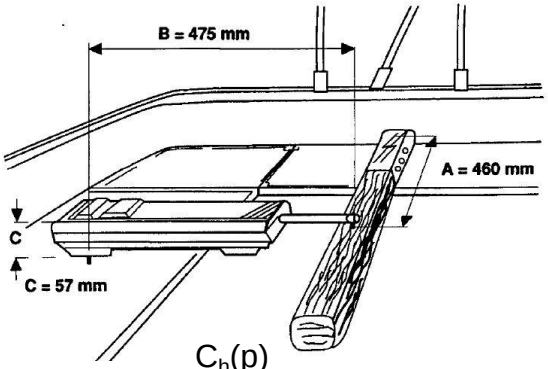
$$\theta_s(t) = 0{,}124 \cdot x(t) \; en \left( {}^{\deg.}\!/_{mm} \right) \qquad \theta_s(t) = 2{,}16 \cdot 10^{-3} \cdot x(t) \; en \left( {}^{rd}\!/_{mm} \right)$$

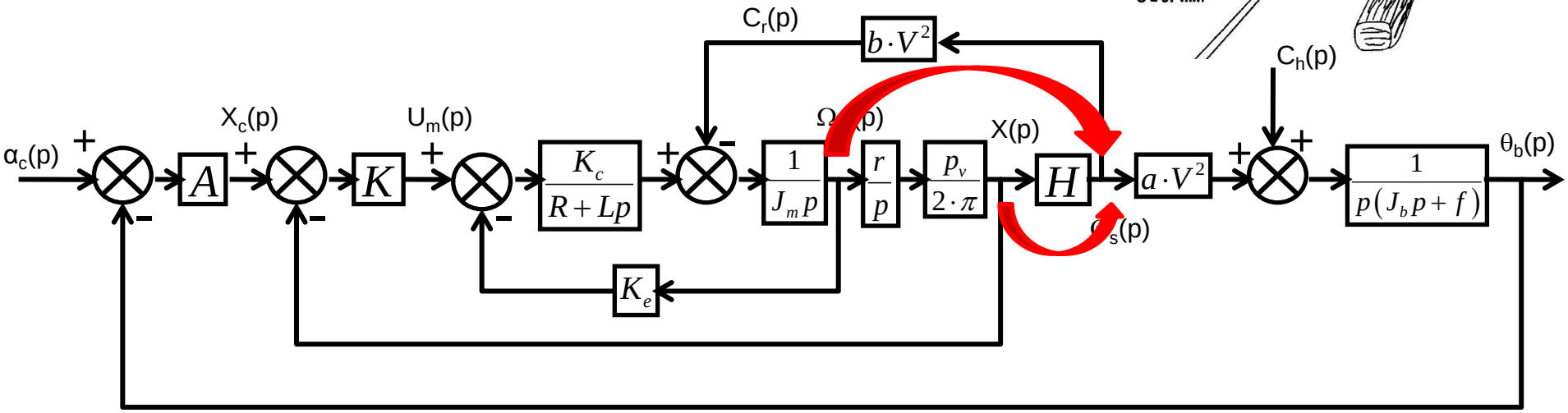
2/ Proposer un schéma bloc de l'ensemble pilote bateau.

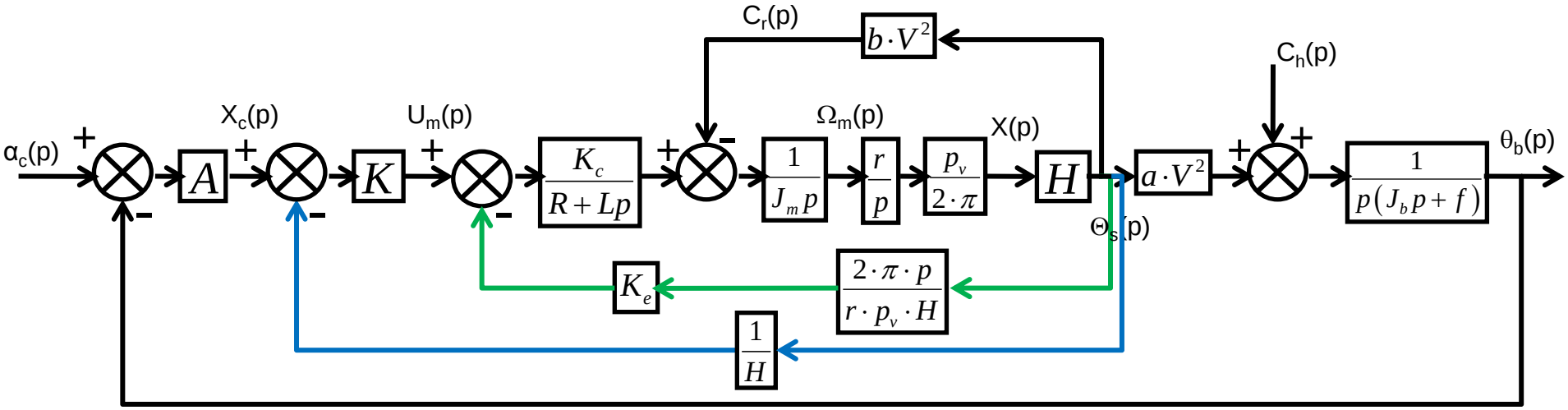


# Modélisation du bateau avec le pilote automatique.

## 2/ Proposer un schéma bloc de l'ensemble pilote bateau.

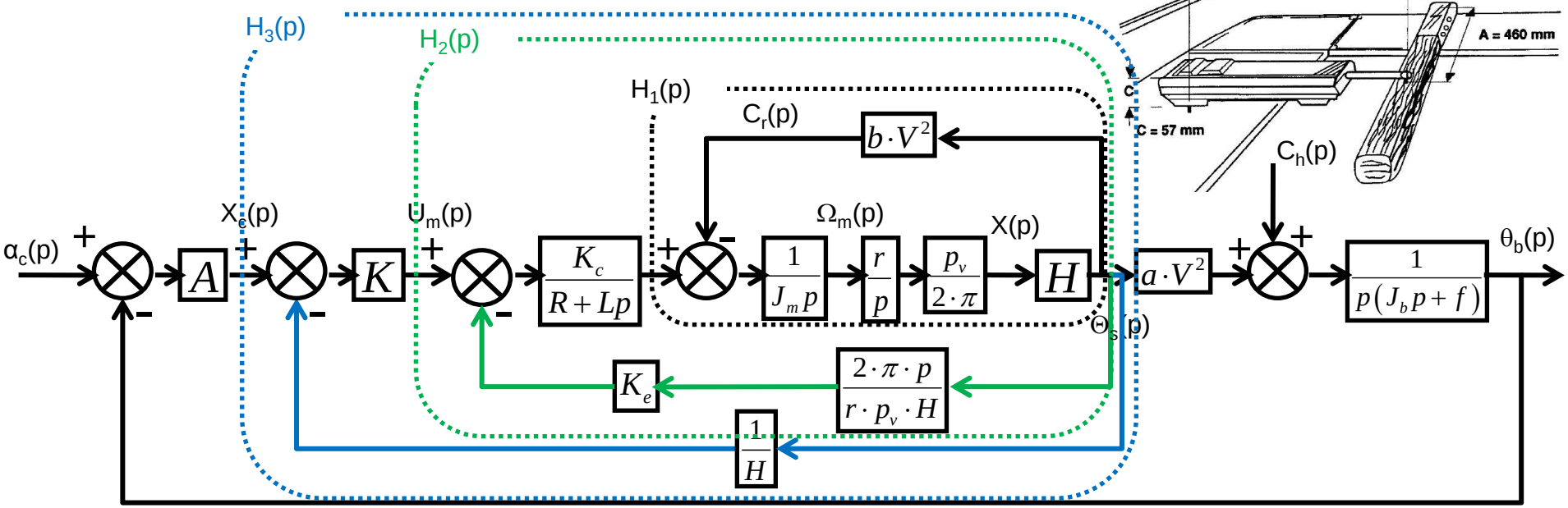


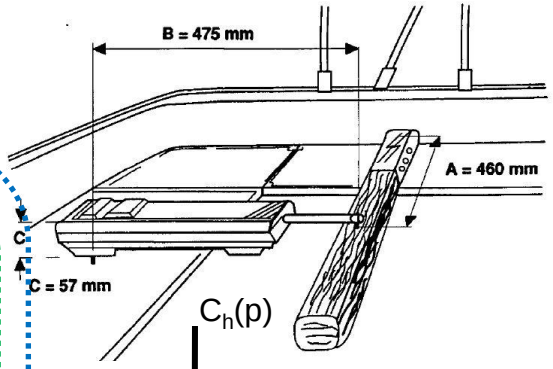



# Modélisation du bateau avec le pilote automatique.

## 2/ Proposer un schéma bloc de l'ensemble pilote bateau.



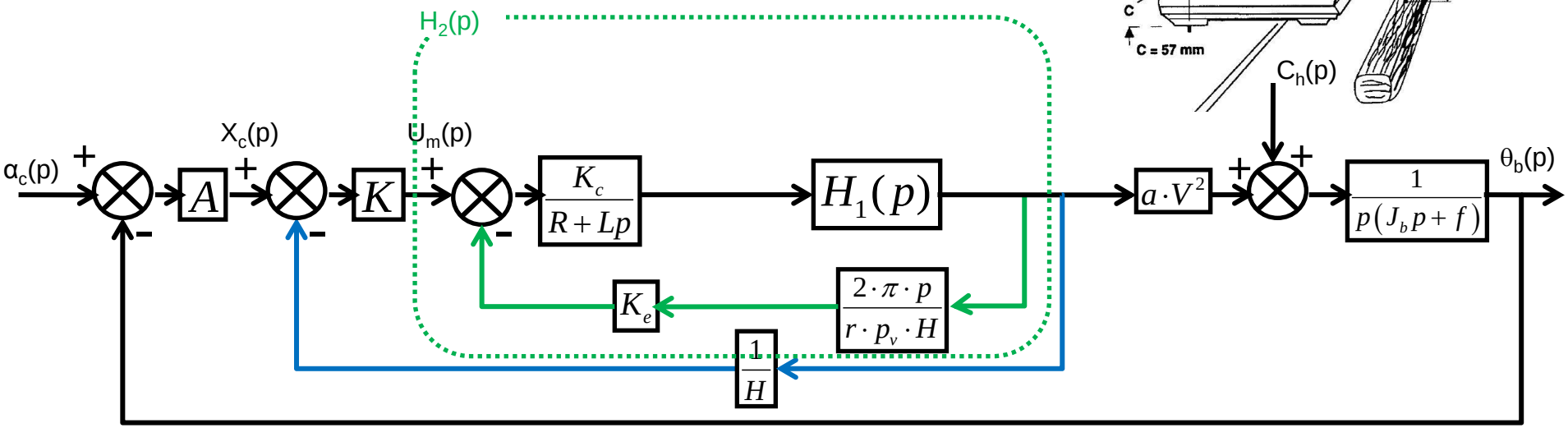



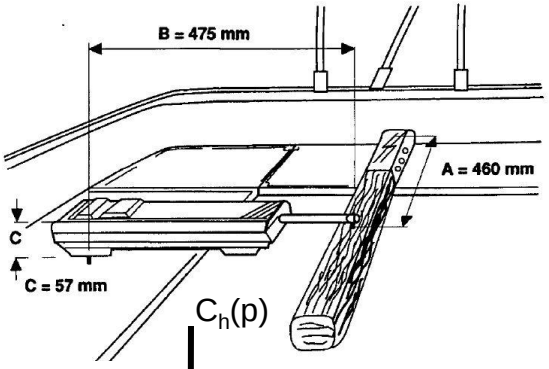

$$H_1(p) = \frac{r \cdot p_v \cdot H}{2\pi \cdot J_m \cdot p^2 + r \cdot p_v \cdot H \cdot b \cdot V^2}$$

# Modélisation du bateau avec le pilote automatique.

## 2/ Proposer un schéma bloc de l'ensemble pilote bateau.

$$H_1(p) = \frac{r \cdot p_v \cdot H}{2\pi \cdot J_m \cdot p^2 + r \cdot p_v \cdot H \cdot b \cdot V^2}$$



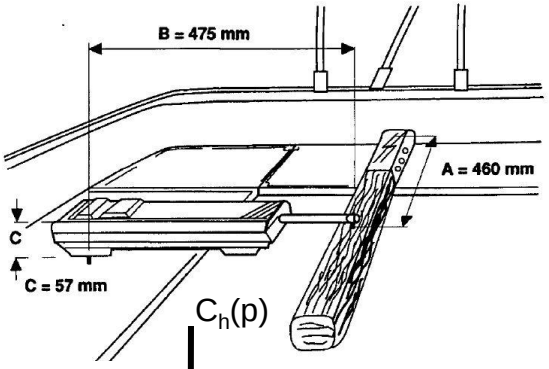

$$H_2(p) = \frac{K_c \cdot r \cdot p_v \cdot H \cdot H_1(p)}{r \cdot p_v \cdot H \cdot (R + Lp) + K_c \cdot 2\pi \cdot K_e \cdot H_1(p) \cdot p}$$

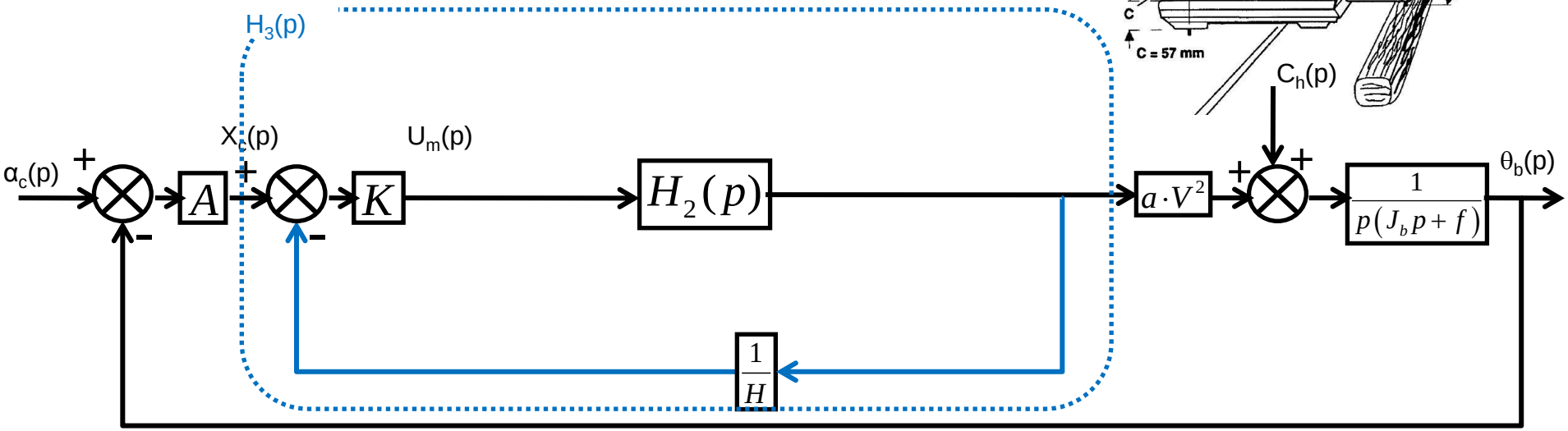
# Modélisation du bateau avec le pilote automatique.

## 2/ Proposer un schéma bloc de l'ensemble pilote bateau.

$$H_1(p) = \frac{r \cdot p_v \cdot H}{2\pi \cdot J_m \cdot p^2 + r \cdot p_v \cdot H \cdot b \cdot V^2}$$

$$H_2(p) = \frac{K_c \cdot r \cdot p_v \cdot H \cdot H_1(p)}{r \cdot p_v \cdot H \cdot (R + Lp) + K_c \cdot 2\pi \cdot K_e \cdot H_1(p) \cdot p}$$




$$H_3(p) = \frac{K \cdot H \cdot H_2(p)}{H + K \cdot H_2(p)}$$

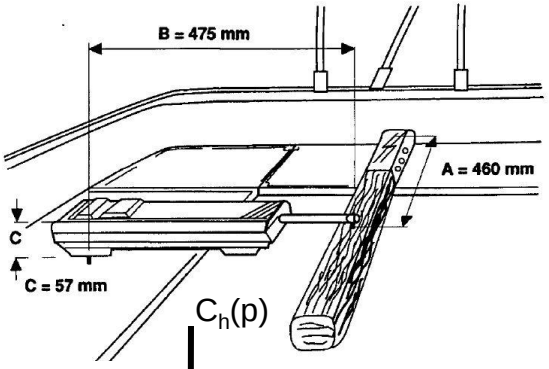
# Modélisation du bateau avec le pilote automatique.

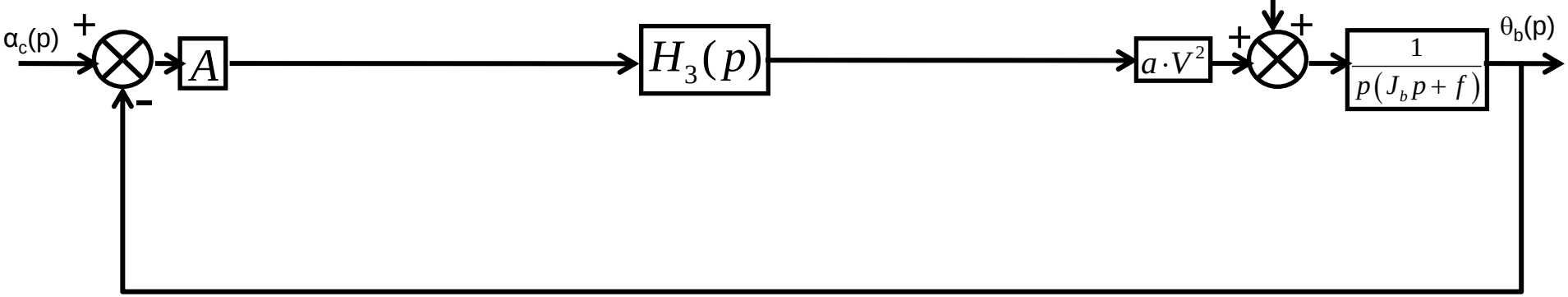
## 2/ Proposer un schéma bloc de l'ensemble pilote bateau.

$$H_1(p) = \frac{r \cdot p_v \cdot H}{2\pi \cdot J_m \cdot p^2 + r \cdot p_v \cdot H \cdot b \cdot V^2}$$

$$H_2(p) = \frac{K_c \cdot r \cdot p_v \cdot H \cdot H_1(p)}{r \cdot p_v \cdot H \cdot (R + Lp) + K_c \cdot 2\pi \cdot K_e \cdot H_1(p) \cdot p}$$

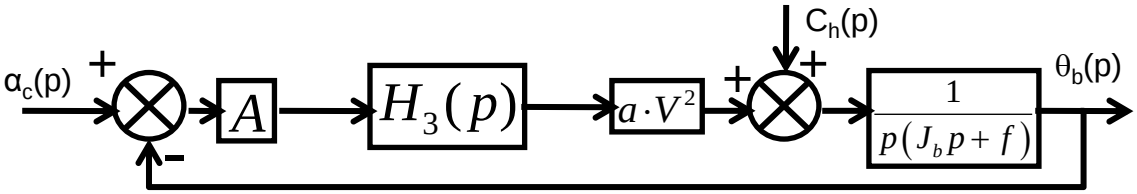
$$H_3(p) = \frac{K \cdot H \cdot H_2(p)}{H + K \cdot H_2(p)}$$

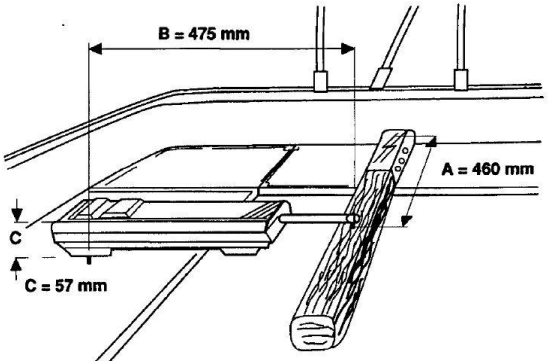



$$H_3(p) = \frac{K \cdot K_c \cdot r \cdot p_v \cdot H}{\left(2\pi \cdot J_m \cdot p^2 + r \cdot p_v \cdot H \cdot b \cdot V^2\right) \cdot (R + Lp) + 2\pi \cdot K_c \cdot K_e \cdot p + K \cdot K_c \cdot r \cdot p_v}$$

# Modélisation du bateau avec le pilote automatique.

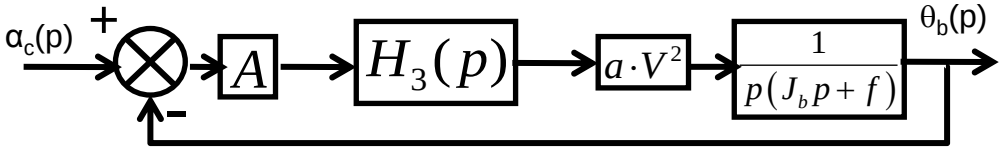



## 3/ Déterminer ses fonctions de transfert.

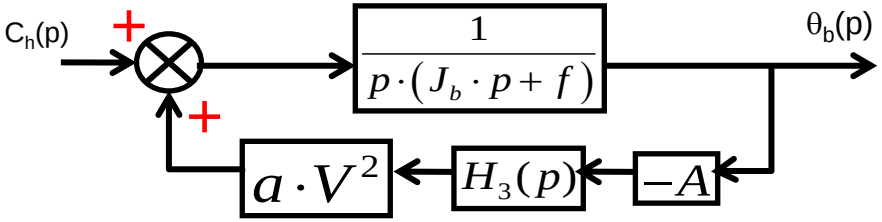
<u>Théorème de superposition :</u>

Pour calculer $F_c(p)$, on pose $C_h(p)=0$ :




$$F_c(p) = \frac{A \cdot H_3(p) \cdot a \cdot V^2}{p \cdot (J_b \cdot p + f) + A \cdot H_3(p) \cdot a \cdot V^2}$$

Pour calculer $F_h(p)$, on pose $\alpha_c(p)=0$ :




$$F_h(p) = \frac{1}{p \cdot (J_b \cdot p + f) + A \cdot H_3(p) \cdot a \cdot V^2}$$