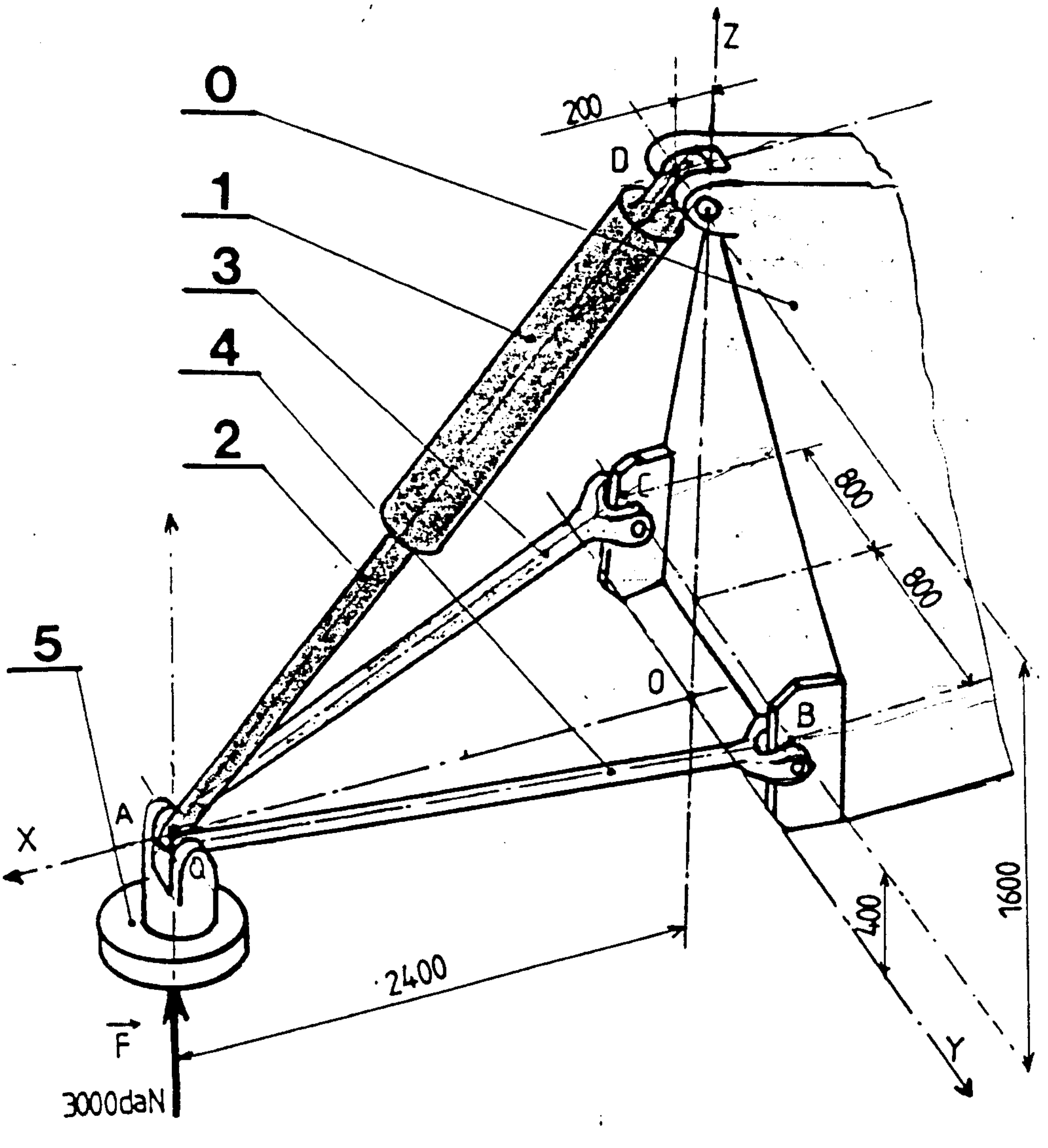
Pied stabilisateur avec corrigé

La figure ci contre représente l'un des quatre pieds de stabilisation d'un engin de tout terrain.
Chaque pied se compose d'un patin (5), de deux barres (3) et (4) et d'un vérin hydraulique de manœuvre (1)+(2) ((1) = corps, (2) = tige).
Les barres sont articulées en C et en B sur le bâti (0) de l'engin et en A sur le patin.(liaisons rotules, A est une liaison commune aux solides (1), (3),(4) et (5)).
Le vérin agit en D sur le bâti et en A sur le patin (liaisons pivots).
Le véhicule est muni de 4 pieds et son poids est de 1200 daN (porté par z).

Travail demandé :
Déterminer les actions exercées dans les barres et dans le vérin.



Corrigé

Etude de l'équilibre de E ={1+2+3+4+5}

Actions extérieures :

$\vec{F} = F\vec{z}$ en A

0→4 en B liaison sphérique sans frottement $\begin{bmatrix} X_B & 0 \\ Y_B & 0 \\ Z_B & 0 \end{bmatrix}_{B,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}$

0→3 en C liaison sphérique sans frottement $\begin{bmatrix} X_C & 0 \\ Y_C & 0 \\ Z_C & 0 \end{bmatrix}_{C,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}$

0→1 en D liaison pivot d'axe $(D,\vec{y})$ sans frottement $\begin{bmatrix} X_D & L_D \\ Y_D & 0 \\ Z_D & N_D \end{bmatrix}_{D,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}$

TRS à E :

- sur $\vec{x}$: $X_B + X_C + X_D = 0$ (1)
- sur $\vec{y}$: $Y_B + Y_C + Y_D = 0$ (2)
- sur $\vec{z}$: $F + Z_B + Z_C + Z_D = 0$ (3)

TMS à E en D :

$$\vec{DA}\wedge F\vec{z} + \vec{DC}\wedge\begin{vmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \end{vmatrix} + \vec{DB}\wedge\begin{vmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} L_D \\ 0 \\ N_D \end{vmatrix} = 0 = \begin{vmatrix} 2,4 \\ 0 \\ -2 \end{vmatrix}\wedge\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ F \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ -0,8 \\ -1,6 \end{vmatrix}\wedge\begin{vmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0,8 \\ -1,6 \end{vmatrix}\wedge\begin{vmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} L_D \\ 0 \\ N_D \end{vmatrix} = 0$$

- sur $\vec{x}$: $L_D + 1,6Y_C - 0,8Z_C + 1,6Y_B + 0,8Z_B = 0$ (4)
- sur $\vec{y}$: $-2,4F - 1,6X_C - 1,6X_B = 0$ (5)
- sur $\vec{z}$: $N_D + 0,8X_C - 0,8X_B = 0$ (6)

On obtient donc un système de 6 équations avec 11 inconnues , il faut donc trouver 3 autres équations.

La symétrie du système par rapport au plan $(O,\vec{x},\vec{z})$ permet d'écrire 4 équations :

$X_C = X_B$ (7); $Y_C = -Y_B$ (8) ; $Z_C = Z_B$ (9) ; $Y_D = 0$ (10)

Attention ! l'équation (2) est une combinaison linéaire de (8) et (10) : (2) = (8) + (10)

Remarque: dans le cas générales (absence de symétrie) des relations pourraient être écrites en étudiant l'équilibre des différents solides, par exemple l'étude de l'équilibre de 4 (solide soumis à l'action de 2 glisseurs =>F_D // AB) permet d'écrire que: $\vec{F_B} = \begin{vmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{vmatrix} = -\dfrac{\|\vec{F_B}\|}{\sqrt{2,4^2+0,8^2+0,4^2}}\begin{vmatrix} 2,4 \\ -0,8 \\ -0,4 \end{vmatrix}$; soit 2 équations :

$$Y_B = -\frac{0,8}{2,4}X_B \text{ (11) et } Z_B = -\frac{0,4}{2,4}X_B$$

L'étude de l'équilibre de 1+2 (solide soumis à l'action de 2 glisseurs =>F_D // AD) permet d'écrire que

$$Z_D = -\frac{2}{2,4}X_D \text{ (12)}$$

On obtient donc au total 11 équations linéairement indépendantes et 11 inconnues : c'est le bonheur !

La résolution de ce système conduit à :

X_B = - 2250 daN	X_C = -2250 daN	X_D = 4500 daN	$L_D = 0$
Y_B = 750 daN	Y_C = - 750 daN	$Y_D = 0$	$N_D = 0$
Z_B = 375 daN	Z_C = 375 daN	Z_D = -3750 daN	