

Semaine du 9 octobre 2017

Normes et espaces vectoriels normés

1. TOPOLOGIE

Voisinage d'un point. Ouvert d'un espace normé. Stabilité par réunion quelconque, par intersection d'une famille finie. (*) Une boule ouverte est un ouvert (*).

Fermé d'un espace normé. Stabilité par intersection quelconque, par réunion finie. (*)

Une boule fermée, une sphère, sont fermées (*).

Caractérisation séquentielle des fermés. (*)

Point intérieur, point adhérent.

Intérieur, adhérence, frontière d'une partie. Caractérisation séquentielle de l'adhérence.

Partie dense.

Invariance des notions topologiques par passage à une norme équivalente.

Si A est une partie d'un espace normé, ouvert et fermé relatifs de A . Voisinage relatif.

Caractérisation séquentielle des fermés relatifs. (*)

2. ÉTUDE LOCALE D'UNE APPLICATION, CONTINUITÉ

Limite en un point adhérent à une partie A .

Caractérisation séquentielle. Extensions :

limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$ ou $-\infty$ lorsque A est une partie de \mathbb{R} ,

limite infinie en a adhérent à A pour une fonction réelle.

Cas d'une application à valeurs dans un produit fini d'espaces vectoriels normés. (*)

Opérations algébriques sur les limites.

Limite d'une composée. (*)

Continuité en un point. Caractérisation séquentielle.

Opérations algébriques sur les applications continues. Composition de deux applications continues.

Image réciproque d'un ouvert, d'un fermé par une application continue. (*)

Deux applications continues qui coïncident sur une partie dense sont égales. (*)

Applications uniformément continues. Une application lipschitzienne est uniformément continue, une application uniformément continue est continue. Réciproques fausses (connaître des contre exemples) (*)

Exercices 34 -35-37-38-41-44-45 de la banque CCP Chaque étudiant doit être interrogé sur au moins un exercice de la banque.

Notons que les thms propres à la dimension finie font l'objet d'un chapitre ultérieur.