SYSTEMES LINEAIRES

REPONSE FREQUENTIELLE D'UN SYSTEME LINEAIRE
C'est la réponse du système à une excitation sinusoïdale forcée de pulsation ω.
Dans ce qui suit on utilise aussi la variable adimensionnée x = $\boldsymbol{\omega\tau}$ qui donne à la fonction de transfert sa forme canonique.
La notation **jω** peut être remplacée par la lettre **p**, on obtient alors le formalisme de Laplace.

- PASSE-BAS D'ORDRE UN : $\mathbf{H}(\mathbf{j\omega}) = \dfrac{\mathbf{H}_0}{1+\mathbf{j\omega\tau}} = \dfrac{\mathbf{H_0}}{\mathbf{1+jx}} = \dfrac{\mathbf{H_0}}{\mathbf{1+\tau p}}$.

  Pulsation de coupure à -3dB : $\omega_0 = \dfrac{1}{\tau}$, décroissance asymptotique : 20 dB par décade, rotation de phase de $\Delta\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$.

- PASSE-HAUT D'ORDRE UN : $\mathbf{H}(\mathbf{j\omega}) = \mathbf{H}_0 \dfrac{\mathbf{j\omega\tau}}{1+\mathbf{j\omega\tau}}$.

  Pulsation de coupure à -3dB : $\omega_0 = \dfrac{1}{\tau}$, décroissance asymptotique : 20 dB par décade, rotation de phase : $\Delta\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$.

- DEPHASEUR D'ORDRE UN : $\mathbf{H}(\mathbf{j\omega}) = \mathbf{H}_0 \dfrac{1-\mathbf{j\omega\tau}}{1+\mathbf{j\omega\tau}}$.

  Rotation totale de phase : $\Delta\varphi = -\pi$.

- PASSE-BAS D'ORDRE DEUX **:** $\mathbf{H}(\mathbf{j\omega}) = \dfrac{\mathbf{H}_0}{1+\dfrac{\mathbf{j}}{\mathbf{Q}}\boldsymbol{\omega\tau} - \boldsymbol{\tau}^2\boldsymbol{\omega}^2}$.

  Décroissance asymptotique à haute fréquence : 40 dB par décade.

  Existence d'une résonance si : $Q > Q_c = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

- PASSE-HAUT D'ORDRE DEUX **:** $\mathbf{H}(\mathbf{j\omega}) = \mathbf{H}_0 \dfrac{-\boldsymbol{\tau}^2\boldsymbol{\omega}^2}{1+\dfrac{\mathbf{j}}{\mathbf{Q}}\boldsymbol{\omega\tau} - \boldsymbol{\tau}^2\boldsymbol{\omega}^2}$.

  Décroissance asymptotique basse fréquence : 40 dB par décade.

  Existence d'une résonance si $Q > Q_c = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

- PASSE-BANDE D'ORDRE DEUX **:** $\mathbf{H}(\mathbf{j\omega}) = \mathbf{H}_0 \dfrac{\dfrac{\mathbf{j}}{\mathbf{Q}}\boldsymbol{\omega\tau}}{1+\dfrac{\mathbf{j}}{\mathbf{Q}}\boldsymbol{\omega\tau} - \boldsymbol{\tau}^2\boldsymbol{\omega}^2}$.

  Pulsation centrale ou de résonance: $\omega_0 = \dfrac{1}{\tau}$, bande passante à -3 dB : $\Delta\omega = \dfrac{\omega_0}{Q}$,

  pentes des asymptotes : $\pm$ 20 dB par décade.

  Il est absolument impératif de savoir tracer les diagrammes de BODE en gain et en phase, sous la forme G_{dB}(log(x)) et φ(log(x)), ainsi que les diagrammes asymptotiques correspondants.

REPONSE TEMPORELLE EN REGIME QUELCONQUE

- L'étude de ces régimes correspond à :
  - L'établissement de l'équation différentielle (ou du système d'équations différentielles) régissant l'évolution temporelle du système.
  - La résolution de cette équation ou de ce système en tenant compte des conditions initiales et de l'excitation imposée au système.
- Très souvent on étudie la réponse à un échelon de tension :
  - Un échelon de tension est défini par : e(t) = 0, pour t < 0 et e(t) = E pour t > 0.
  - La réponse indicielle est la réponse à un échelon de tension.
- Le régime libre correspond au cas où l'excitation imposée est nulle.

FONCTION DE TRANSFERT ET EQUATION DIFFERENTIELLE

Il existe un lien entre la fonction de transfert fréquentielle et l'équation différentielle temporelle régissant le système : toute multiplication par $j\omega$ dans la fonction de transfert correspond à une dérivation par rapport au temps dans l'équation différentielle et toute multiplication par $-\omega^2$ correspond à une double dérivation.

STABILITE

- Un système est stable si sa réponse à une excitation quelconque (impulsionnelle, indicielle, etc.) bornée reste bornée, soit si :

$$\boldsymbol{v_s(t) \to CTE}, \textbf{ lorsque } \mathbf{t \to \infty.}$$

- En pratique, un régime du premier ou du deuxième ordre est stable si les coefficients de l'équation différentielle du régime libre sont de même signe.

  R : On peut aussi utiliser le critère suivant : Un système est stable si tous les pôles du dénominateur de la fonction de transfert sont à parties réelles strictement négatives.