

ÉPREUVE COMMUNE DE TIPE - Partie D

TITRE :

Evolution de l'étanchéité des enceintes de confinement en béton dans les centrales nucléaires.

Temps de préparation :2 h 15 minutes

Temps de présentation devant le jury :10 minutes

Entretien avec le jury :10 minutes

GUIDE POUR LE CANDIDAT :

Le dossier ci-joint comporte au total : 13 pages

- Document principal (10 pages)
- Documents complémentaires (3 pages)

Travail **suggéré** au candidat :

- Le candidat pourra expliquer les différentes étapes nécessaires à la vérification de l'étanchéité d'une enceinte de confinement interne en développant par exemple :
 - Les calculs mécaniques,
 - les mécanismes de transfert de gaz et leur application à l'ouvrage réel.

CONSEILS GENERAUX POUR LA PREPARATION DE L'EPREUVE :

* Lisez le dossier en entier dans un temps raisonnable.

* Réservez du temps pour préparer l'exposé devant le jury.

- Vous pouvez écrire sur le présent dossier, le surligner, le découper ... mais tout sera à remettre au jury en fin d'oral.
- En fin de préparation, rassemblez et ordonnez soigneusement TOUS les documents (transparents, etc.) dont vous comptez vous servir pendant l'oral, ainsi que le dossier, les transparents et les brouillons utilisés pendant la préparation. En entrant dans la salle d'oral, vous devez être prêts à débiter votre exposé.
- A la fin de l'oral, vous devez remettre au jury le présent dossier, les transparents et les brouillons utilisés pour cette partie de l'oral, ainsi que TOUS les transparents et autres documents présentés pendant votre prestation.

Contexte de l'étude

Les chocs pétroliers de 1973 et 1974 ont conduit à des modifications de la politique énergétique française. Les pouvoirs publics ont alors développé le programme nucléaire civil, afin de réduire la dépendance énergétique du pays. En effet, la France possède des réserves en uranium estimées à plus de 30 ans (consommation actuelle). Électricité de France (EDF) a choisi d'adopter pour les filières REP (Réacteur à Eau Pressurisée) 1300 et 1450 MWe le concept de double enceinte, afin de garantir la sécurité de ses installations nucléaires. A l'heure actuelle, plus de 75 % de l'électricité produite en France est d'origine nucléaire.

Une paroi externe en béton armé protège le réacteur nucléaire des agressions naturelles et accidentelles. En cas d'accident nucléaire (risque de dispersion d'éléments radioactifs), la protection de l'environnement est garantie par une paroi interne en béton armé d'épaisseur 1,2 m (réacteur de type REP 1450 MWe) et biaxialement **précontrainte** (voir la figure 1). Elle est dimensionnée pour résister à une pression interne relative de 0,4 MPa et à une température voisine de 140°C, correspondant à l'accident de dimensionnement APRP (Accident par Perte de Réfrigérant Primaire).

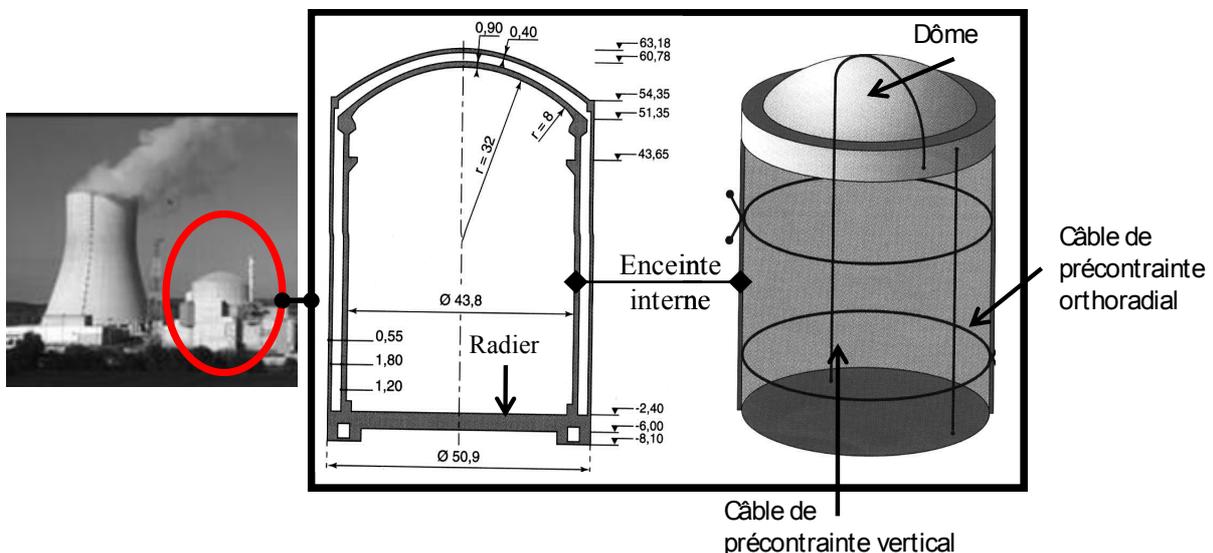


Figure 1 – Schéma de principe du réacteur français REP 1450 MWe.

La **précontrainte** consiste à comprimer le béton par la tension de câbles en acier. En effet, le béton résistant mal à la traction. Eugène Freyssinet eut l'idée de comprimer le béton de façon à ce que dans la mesure du possible toutes les sections de béton se trouvent comprimées.

Un enjeu majeur pour EDF concerne actuellement la prédiction des pertes de **précontrainte** dans les enceintes de confinement de bâtiments réacteurs des centrales nucléaires. Les pertes de

précontraintes sont dues au « vieillissement » du béton et de l'acier. Ces pertes de précontrainte des câbles réduisent la marge de résistance à la fissuration de la paroi interne de l'enceinte en situation accidentelle et, dans le cas où elles seraient suffisamment importantes, pourraient conduire à l'augmentation de son taux de fuite. Dans ce cas, EDF doit mettre en œuvre un revêtement étanche afin de garantir le respect du critère réglementaire sur le taux de fuite de la paroi interne. L'arrêt de tranches en service a un coût très élevé (perte d'exploitation d'environ 150 k€ par jour + coût des réparations).

1. Etude du risque de fissuration

1.1 Calcul des sollicitations subies par l'enceinte en béton cas d'accident APRP

En cas d'accident APRP, la pression interne absolue p passe de 0,1 (pression atmosphérique notée p_{atm}) à 0,5 MPa. Cette pression engendre des contraintes de traction verticales et orthoradiales dans le fût de l'enceinte et dans le dôme (c.f. Figure 2).

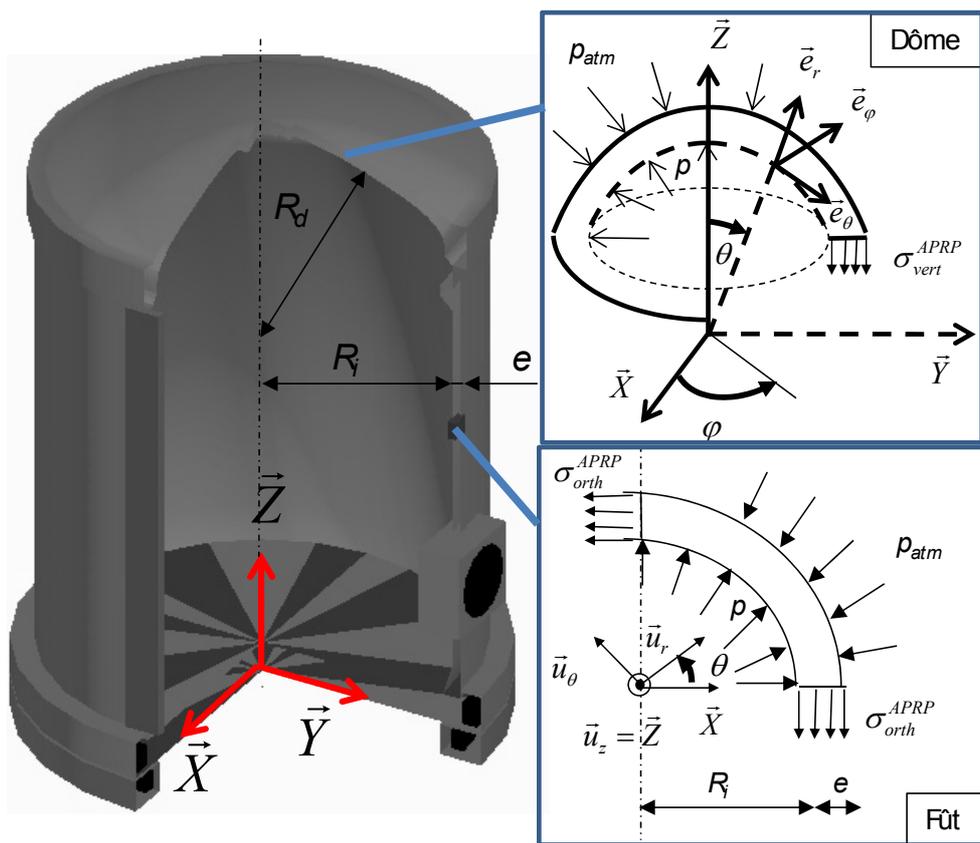


Figure 2 – Sollicitations apportées par un accident APRP dans les REP 1450 MWe.

Dans le cas des contraintes orthoradiales, σ_{ortho}^{APRP} , on se place dans un repère en coordonnées cylindriques dans le fût. On applique le principe fondamental de la statique et on projette sur l'axe \vec{X} . On obtient alors l'expression suivante :

40
$$\sigma_{ortho}^{APRP} = \frac{pR_i}{e} - \frac{p_{atm}(R_i + e)}{e} \quad (1)$$

En prenant $R_i = 21,9$ m et $e = 1,2$ m, on obtient $\sigma_{ortho}^{APRP} = 7,3$ MPa.

Dans le cas des contraintes verticales, σ_{vert}^{APRP} , on se place dans un repère en coordonnées sphériques dans le dôme. On applique le principe fondamental de la statique et on projette sur l'axe \vec{Z} . On obtient alors l'expression suivante :

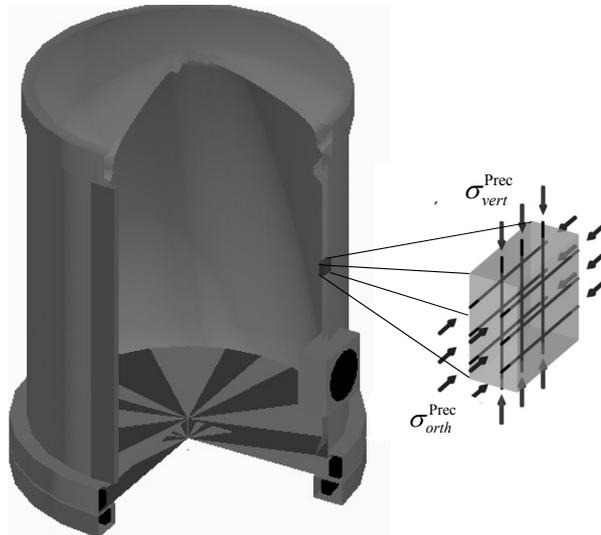
45
$$\sigma_{vert}^{APRP} = \frac{(pR_d^2 - p_{atm}(R_d + e)^2)(1 - \cos(2\alpha))}{2(2R_i + e)e} \text{ avec } \sin(\alpha) = \frac{R_i}{R_d} \quad (2)$$

En prenant $R_d = 32$ m, on obtient $\sigma_{vert}^{APRP} = 3,55$ MPa. Il est à noter que la contribution du poids propre de la structure n'est pas prise en compte (la masse volumique du béton est de l'ordre de 2400 kg.m^{-3}).

1.2 Vérification de la tenue de l'enceinte interne

50 Pour les filières REP 1450 MWe, les **contraintes** de compression apportées initialement par la précontrainte sont de (voir Figure 3) :

- $\sigma_{vert}^{Prec} = - 8,5$ MPa, verticalement ;
- $\sigma_{ortho}^{Prec} = - 12$ MPa, orthoradialement.



55 **Figure 3** – Sollicitations apportées par la précontrainte dans les REP 1450 MWe.

Pour un béton courant, la résistance en compression (valeur absolue de la **contrainte** maximale que peut subir le béton en compression) est de 40 MPa, sa résistance en traction (valeur de la **contrainte** maximale que peut subir le béton en traction) est de 3 MPa.

En superposant les contraintes issues de l'accident APRP et celles apportées par la précontrainte, on constate que les contraintes apportées par la précontrainte permettent de maintenir les sections du béton en compression lors d'un accident APRP. Toutefois, il est nécessaire de noter que :

- Les calculs proposés sont assez simplifiés. En effet, la géométrie de l'enceinte est complexe (présence de sas d'accès, les câbles de précontrainte ne sont pas tout à fait verticaux et orthoradiaux, raidissement de la structure par le dôme et le radier ...). Un calcul numérique, en utilisant un code de calcul aux éléments finis, est nécessaire ;
- La température n'est pas prise en compte (environ 140°C, lors d'un accident APRP) ;
- Les contraintes apportées par la précontrainte diminuent, en valeur absolue, au cours du temps du fait du « vieillissement » du béton et de l'acier. Il est nécessaire de prédire correctement cette diminution, pendant la durée de fonctionnement de la centrale nucléaire (environ 40 ans à l'heure actuelle).

2. Etude du transfert de gaz dans une fissure

Dans le cas où les contraintes initiées par l'accident APRP se rapprochent des contraintes apportées par la précontrainte, une (ou des) fissure(s) peuvent apparaître dans l'enceinte. Si la fissure traverse l'épaisseur de l'enceinte (1,2 m) en cas d'accident et si son ouverture est suffisamment importante, des éléments radio-actifs peuvent alors être éventuellement libérés dans l'environnement, ce qui serait une catastrophe humaine, écologique et financière très importante. Il faut tout de même rappeler qu'il existe plusieurs paliers de sécurité pour les centrales nucléaires françaises, et que la probabilité d'occurrence de cet accident est extrêmement faible (il est tout de même prise en compte par les organismes de sûreté nucléaires).

Afin de vérifier périodiquement que l'enceinte jouera son rôle de confinement en cas d'accident, des épreuves d'enceinte (application d'une pression interne relative de 0,4 MPa en air et à température ambiante) sont menées à l'issue de sa construction, puis ensuite tous les dix ans. D'une manière générale et pour simplifier, EDF doit justifier devant les autorités de sûreté, de la capacité de l'enceinte à assurer un taux de fuite qui soit, en phase accidentelle, inférieur, par 24 h, à 1,5 % de la masse totale des fluides (air) contenus dans l'enceinte.

Dans cette partie, nous allons estimer la taille maximale d'une fissure pour ne pas dépasser le critère d'étanchéité.

2.1 Etude théorique de l'écoulement d'un gaz

Les premières études du transfert de gaz dans un milieu poreux (contenant des vides) ou fissuré datent du milieu du XIX^{ème} siècle (Darcy, Hagen, Poiseuille). Ces recherches se poursuivent

encore à l'heure actuelle. Lors de l'écoulement d'un gaz inerte, on peut dégager principalement 3 mécanismes en régime permanent.

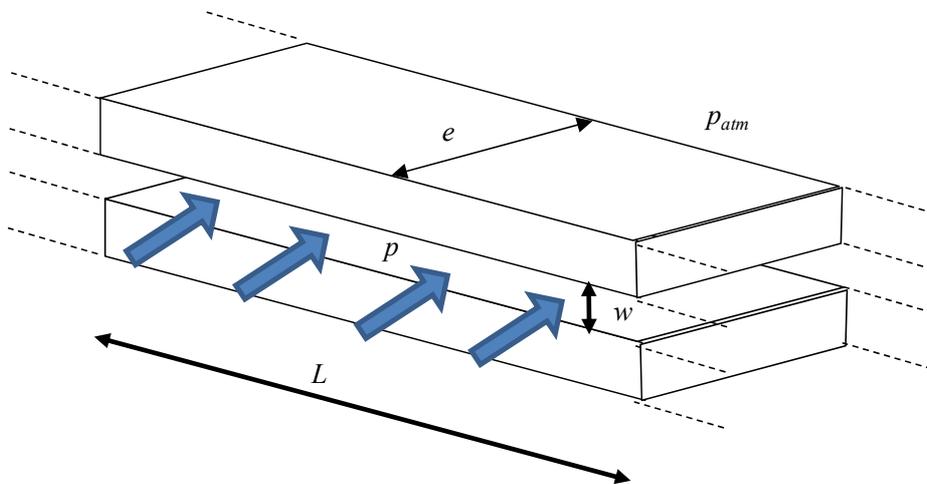
2.1.1 Ecoulement visqueux

Considérons une fissure d'épaisseur w , assimilée à 2 plans parallèles infinis lisses (c.f. Figure 4).

95 La pression interne relative est notée p . Le calcul du débit volumique de gaz sortant Q_s peut être calculé analytiquement à partir des équations de la mécanique des fluides, en faisant l'hypothèse que le régime d'écoulement est laminaire, que le gaz obéit à la loi des gaz parfaits (supposé compressible), que le fluide est **visqueux newtonien** et que la vitesse de glissement du gaz au contact des parois est nulle :

$$100 \quad Q_s = \frac{w^3 L (p^2 - p_{atm}^2)}{24 \mu e r T} = \alpha_{Pois} \frac{L}{e} w^3 (p^2 - p_{atm}^2) \text{ avec } r = \frac{\rho_0 R}{M} \quad (3)$$

Cette loi s'appelle la loi de Poiseuille. μ est la **viscosité dynamique** de l'air, T est la température en Kelvin, ρ_0 est la masse volumique de l'air à la pression atmosphérique p_{atm} , R est la constante des gaz parfaits et M est la masse molaire du gaz. A pression atmosphérique et à 20°C, on obtient $\alpha_{Pois} = 2,3 \times 10^{-2}$ S.I. pour de l'air.



105

Figure 4 – Fissure modélisée par 2 plans lisses parallèles infinis.

Dans le cas d'un gaz incompressible, le débit volumique de gaz sortant Q_s devient (voir annexe pour une démonstration) :

$$110 \quad Q_s = \frac{w^3 L (p - p_{atm})}{12 \mu e} \quad (4)$$

2.1.2 Ecoulement de glissement

A la fin des années 1800, Kundt et Warburg ont observé que le débit mesuré dans le cas d'un gaz était largement supérieur à celui calculé à partir de la loi de Poiseuille, lorsque la taille des pores (ou de la fissure) est comparable au libre parcours moyen des molécules du gaz λ (distance que fait une molécule sans avoir de collision avec une autre). Le libre parcours moyen peut être calculé à partir de la relation suivante :

$$\lambda = \frac{\mu}{p} \sqrt{\frac{\pi RT}{2M}} \quad (5)$$

A 20°C et à pression atmosphérique, le libre parcours moyen de l'air est de l'ordre de 70 nm.

Dans ces conditions, on observe un glissement des molécules à proximité des parois.

2.1.3 Ecoulement moléculaire (ou de Knudsen)

Lorsque la taille des pores (ou de la fissure) est beaucoup plus petite que le libre parcours moyen des molécules du gaz λ , Knudsen a observé que la contribution de l'écoulement visqueux (cf. 2.1.1) est nulle. Les molécules de gaz se déplacent par collision le long de la paroi du pore seulement. On considère ce type d'écoulement est un phénomène de diffusion.

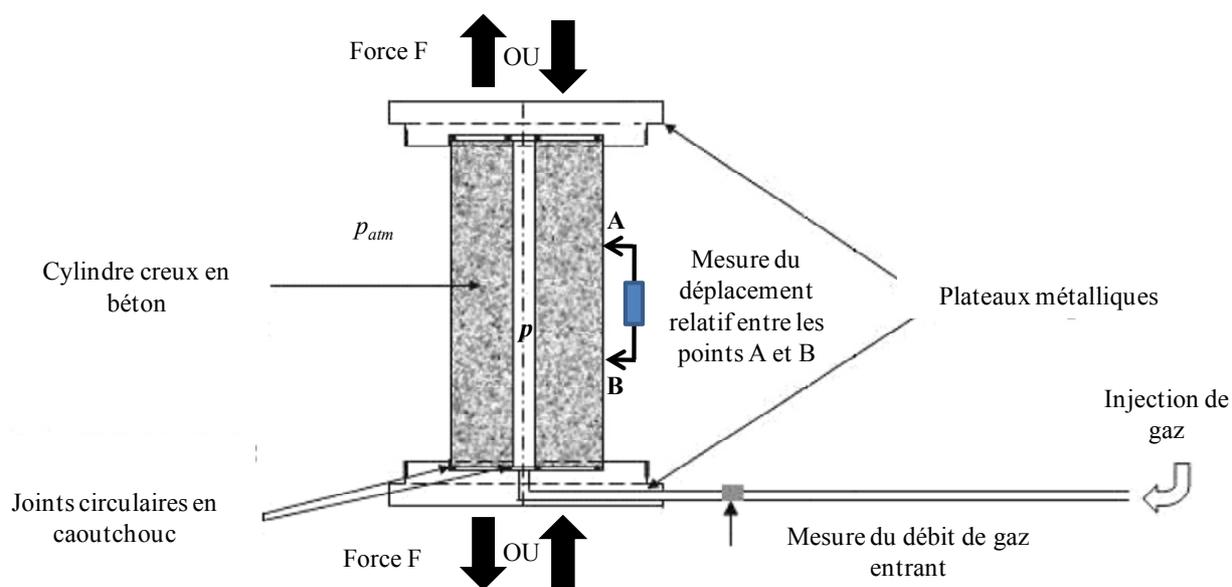
125

2.2 Etude pratique de l'écoulement d'un gaz

Lors d'expériences réalisées en laboratoire sur des éprouvettes en béton fissurées, les résultats obtenus s'écartent sensiblement de la loi de Poiseuille (équation 3). En effet :

- Les surfaces de fissures sont très **rugueuses**, ce qui perturbe l'écoulement de l'air ;
- Les surfaces ne sont pas horizontales, mais plutôt **tortueuses**. Ainsi la distance parcourue par les molécules d'air est supérieure à e . De plus, l'épaisseur n'est pas constante, il convient de raisonner avec une épaisseur moyenne de fissure ;
- Pour des fissures de petite taille, la vitesse des molécules d'air au contact des parois n'est pas nulle. Il y a glissement des molécules d'air. Cet effet s'appelle effet Klinkenberg.

Ainsi, il convient au préalable de caractériser le béton. Un exemple de montage expérimental est donné sur la Figure 5. Il est à noter que le béton est un milieu poreux (contenant des vides). Par conséquent, il laisse passer un gaz à travers ses pores, même si il n'est pas fissuré. Il est donc nécessaire de retrancher du débit total mesuré, la part circulant dans un béton non fissuré, pour parfaitement caractériser l'influence des fissures sur le transfert de gaz.



140

Figure 5 – Exemple de montage expérimental pour mesurer le débit de gaz d’une éprouvette en béton fissurée (par l’application d’une force de traction ou de compression F).

Les expériences, montrent que, le débit d’air sortant peut se mettre sous la forme suivante :

$$Q_s = \xi \alpha_{Pois} \frac{L}{e} w^3 (p^2 - p_{atm}^2) \quad (6)$$

145 où ξ est un coefficient empirique de réduction de débit. Il dépend notamment du régime d’écoulement (laminaire, turbulent), de la rugosité et de la tortuosité. Il est compris entre 0,1 et 0,5.

3. Exemple d’application : le cas des enceintes de confinement

150 Imaginons deux scénarios de fissuration accidentels (Figure 6), correspondant au calcul des sollicitations effectué dans la partie §1. Dans le premier scénario, une fissure horizontale d’épaisseur w_h est créée sur toute la circonférence du fût (rayon $R_i = 21,9$ m), soit une longueur $L_h = 137,6$ m. Les aciers des armatures et de la précontrainte empêchent le soulèvement de la partie supérieure. Dans le deuxième scénario, une fissure verticale d’épaisseur w_v est créée sur la hauteur du fût et du dôme (environ $L_v = 146$ m). Une nouvelle fois les aciers des armatures et de
 155 la précontrainte empêchent l’éclatement brutal de la structure.

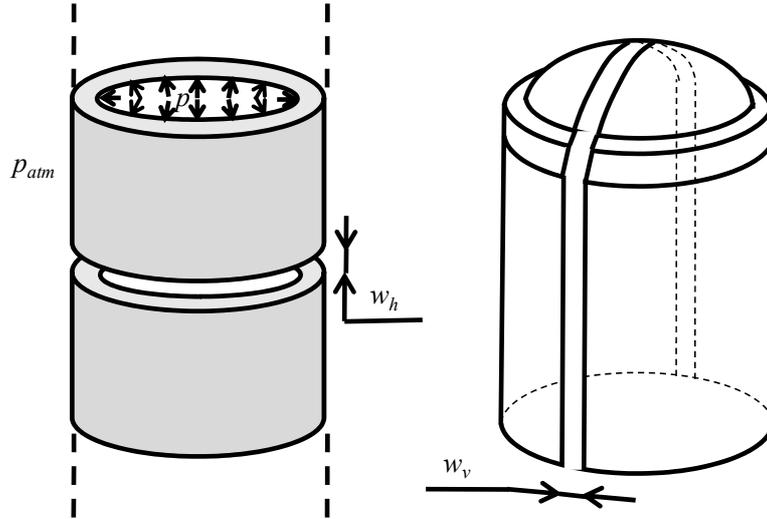


Figure 6 – Scénarios de fissuration dans une enceinte de confinement.

On choisit dans l'équation (5) $\xi = 0,5$. La surface interne d'une enceinte à travers laquelle s'écoule l'air lors du test décennal est de l'ordre de 7000 m^2 (à peu près la surface d'un terrain de football). Le volume interne est de l'ordre de $V = 75000 \text{ m}^3$. Ainsi, le débit volumique d'air sortant doit être inférieur à $5580 \text{ m}^3 \cdot \text{jour}^{-1}$ (correspondant au critère de 1,5 % de la masse totale des fluides contenus dans l'enceinte par 24 h, c.f. § 2) à la pression atmosphérique, si on suppose que le débit est constant pendant les 24 heures et que la pression interne reste constante.

Les ouvertures maximales admissibles (Eq. 5) sont données dans le Tableau 1.

165

Tableau 1 – Ouvertures de fissure admissibles.

	w_h	w_v
Air compressible	58,9 μm	57,7 μm
Air incompressible	84,7 μm	83 μm

En réalité, du fait du transfert de gaz à travers la fissure, la pression interne va chuter. Ainsi, le raisonnement précédent n'est pas correct. En supposant que la pression interne dans l'enceinte est uniforme, la variation de masse dm pendant un intervalle de temps dt s'écrit :

$$dm = \frac{MV}{RT} dp = \rho_0 \xi \alpha_{\text{Pois}} \frac{L}{e} w^3 (p^2 - p_{\text{atm}}^2) dt \quad (7)$$

En intégrant l'équation précédente, on obtient l'évolution suivante pour la pression interne :

$$p(t) = \frac{\gamma(t)+1}{-\gamma(t)+1} p_{\text{atm}} \quad \text{avec} \quad \gamma(t) = \frac{p(t=0) - p_{\text{atm}}}{p(t=0) + p_{\text{atm}}} \exp\left(-\frac{2\xi\alpha_{\text{Pois}}p_{\text{atm}}^2LW^3}{eV}t\right) \quad (8)$$

On peut alors calculer la variation de masse pendant 1 jour :

$$\frac{m(t=0) - m(t=1\text{jour})}{m(t=0)} = \frac{p(t=0) - p(t=1\text{jour})}{p(t=0)} \leq 1,5\% \quad (9)$$

175 En combinant les équations (8) et (9), on obtient alors les nouvelles valeurs d'ouverture de fissure admissibles.

Tableau 2 – Ouvertures de fissure admissibles.

	w_h	w_v
Air compressible + prise en compte de la diminution de pression interne	60,2 μm	59,4 μm

180 Les valeurs du Tableau 1 sont similaires à celles du tableau 2 (écoulement compressible). En effet, l'équation (9) montre que la chute de pression ne doit être que de 1,5 %.

On peut rapprocher les valeurs obtenues du diamètre d'un cheveu (compris entre 50 et 100 μm). Ainsi, EDF doit garantir que sur toute la surface de l'enceinte, équivalent à celle d'un terrain de football, il ne doit pas y avoir de fissure dont la taille soit supérieure au diamètre d'un cheveu !

185 Il reste à préciser que, le débit est très sensible à la valeur de l'ouverture de fissure (loi cubique, cf. équation (6)). L'évolution du débit en fonction de l'ouverture de fissure est reportée sur la figure 7 pour une fissure horizontale.

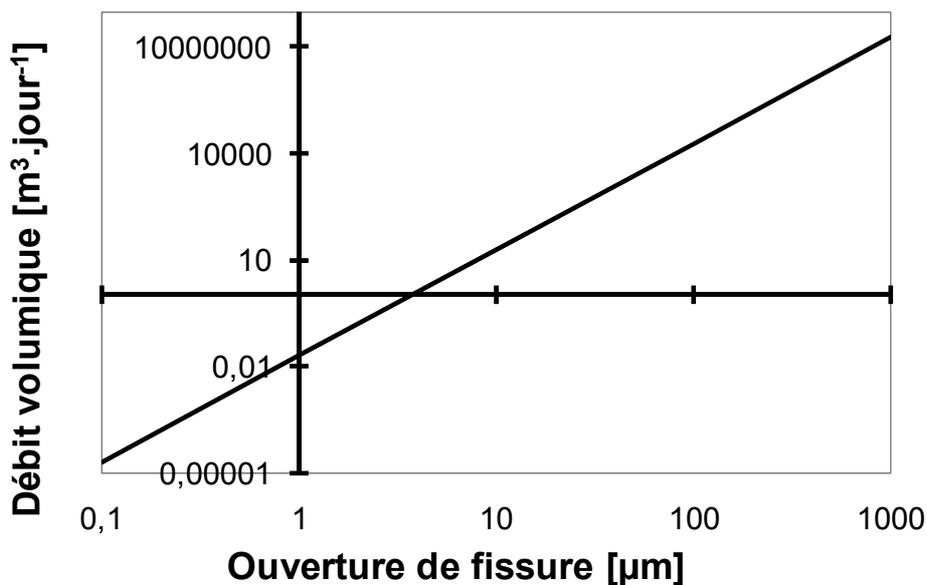


Figure 7 – Evolution du débit en fonction de l'ouverture de fissure.

190

4. Conclusion

En d'accident dans une centrale nucléaire, il existe un très faible risque qu'une fissure apparaisse dans l'ouvrage de confinement en béton. Les calculs (très simplifiés) proposés dans cette étude montrent que l'ouverture de fissure admissible est comparable au diamètre d'un cheveu pour une surface à peu près égale à celle d'un terrain de football !

195

La réalité est bien plus complexe. La géométrie de l'enceinte n'est pas aussi simple que celle nous avons prise en compte. Egalement, lors d'un accident, de la vapeur d'eau est générée, celle-ci va se condenser dans la porosité et éventuellement dans les fissures de l'enceinte en béton. Une réaction chimique (qui a lieu également lors du mélange ciment/eau lors de la confection du béton) va avoir lieu, ce qui va combler la porosité et les fissures (on parle de « cicatrisation »).

200

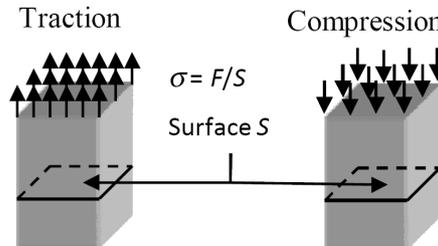
D'autre part, l'eau qui s'est condensée va bloquer le transfert d'air. Enfin, une augmentation de la température interne (140°C environ) a un effet inverse. L'eau liquide présente dans la porosité va s'évaporer, l'eau liée chimiquement avec le ciment va se désorber (ce qui entraîne une augmentation de la porosité et une diminution de la résistance du béton) et enfin le gradient de température est susceptible de fissurer l'enceinte en béton. Ainsi, il s'agira de faire un calcul numérique (fortement non linéaire !) qui couple les phénomènes de transfert de chaleur, de transfert des phases fluides (eau liquide, vapeur d'eau et air), et de fissuration !

205

Afin d'augmenter la sécurité en cas d'accident, il est prévu, pour le réacteur européen (EPR) d'ajouter une troisième barrière (en plus de l'enceinte interne et externe) : une peau métallique devrait rendre l'ouvrage encore plus résistant !

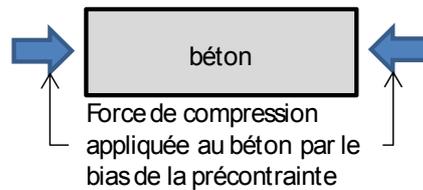
210 **Glossaire :**

Contraintes (définition très simplifiée) : La contrainte mécanique (unité Pascal, on utilise souvent le mégapascal, MPa) σ subie est égale à la force F [N] appliquée divisée par la surface S [m²] mesurée perpendiculairement à la direction d'application de l'effort F :

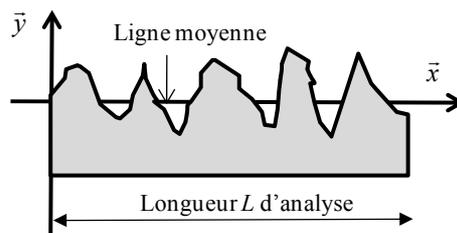


215 Les contraintes sont positives si les forces correspondent à de la traction, *c.f.* ci dessin ci dessus. Les contraintes sont négatives si les forces correspondent à de la compression.

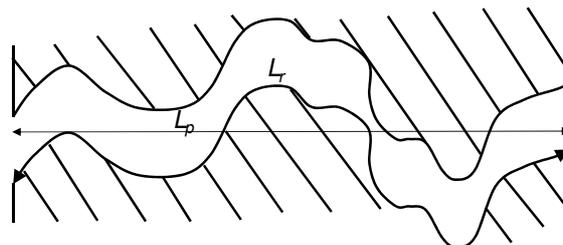
Précontrainte : Compression du béton par des câbles. Le béton résistant mal à la traction, Eugène Freyssinet eut l'idée de comprimer le béton de façon à ce que dans la mesure du possible toutes les sections de béton se trouvent comprimées.



220 Rugosité : De nombreuses définitions peuvent rendre compte de la rugosité d'une surface. Celle qui est utilisée couramment est la rugosité arithmétique moyenne R_a , qui est égale à la valeur moyenne de $|y|$ sur toute la longueur L d'analyse.



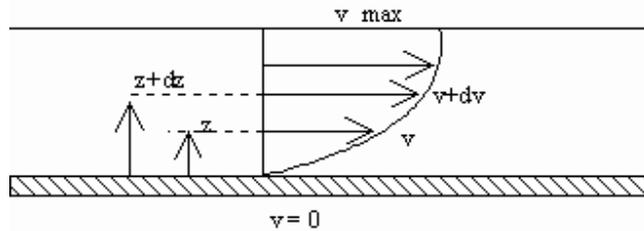
225 Tortuosité : Le facteur de tortuosité d'une fissure peut être défini comme le rapport entre la longueur réelle L_r de la fissure et la longueur projetée L_p .



ANNEXE : VISCOSITE

230 Sous l'effet des forces d'interaction entre les molécules de fluide et des forces d'interaction entre les molécules de fluide et celles de la paroi, chaque molécule de fluide ne s'écoule pas à la même vitesse. **On dit qu'il existe un profil de vitesse**

235 Si on représente par un vecteur, la vitesse de chaque particule située dans une section droite perpendiculaire à l'écoulement d'ensemble, la courbe lieu des extrémités de ces vecteurs représente le profil de vitesse. Le mouvement du fluide peut être considéré comme résultant du glissement des couches de fluide les unes sur les autres. La vitesse de chaque couche est une fonction de la distance z de cette couche au plan fixe : $v = v(z)$.



Considérons 2 couches contiguës distantes de dz .

$F = -\eta \cdot S \cdot \frac{dv}{dz}$ La force de frottement F qui s'exerce à la surface de séparation de ces deux couches s'oppose au glissement d'une couche sur l'autre. Elle est proportionnelle à la différence de vitesse des couches soit dv , à leur surface S et inversement proportionnelle à dz :

Le facteur de proportionnalité η est le **coefficient de viscosité dynamique** du fluide.

Dimension : $[\eta] = M L^{-1} T^{-1}$

240 **Unité** : Dans le système international (SI), l'unité de viscosité est le **Pa.s** ou **Poiseuille (Pl)** :
1 Pl = 1 kg/m.s

Par rapport aux faits expérimentaux, on est conduit à considérer deux types de fluides :

- D'une part **les fluides newtoniens** qui satisfont à la loi de Newton. Ces fluides ont un coefficient de viscosité indépendant du gradient de vitesse. C'est le cas des gaz, des vapeurs, des liquides purs de faible masse molaire,...
- 245 • D'autre part **les fluides non-newtoniens**. Ce sont les solutions de polymères, les purées, les gels, les boues, le sang, la plupart des peintures, etc

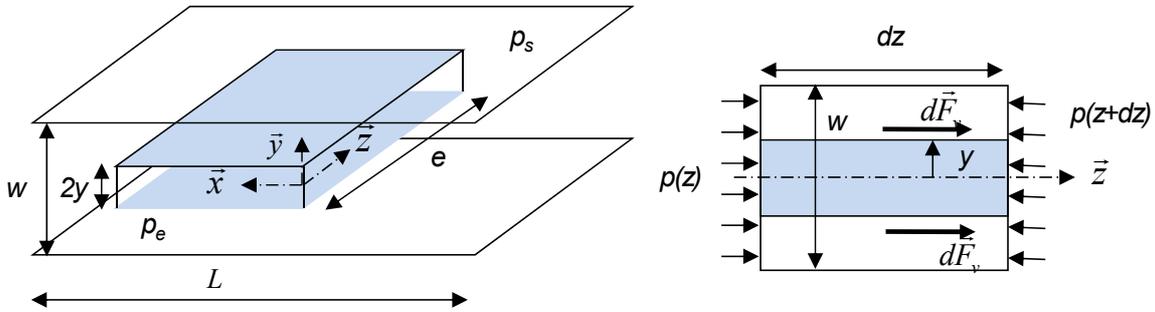
Viscosité cinématique :

Dans de nombreuses formules apparaît le rapport de la viscosité dynamique η et de la masse volumique ρ
Ce rapport est appelé **viscosité cinématique**

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

ANNEXE : EQUATION DE POISEUILLE

Considérons une fissure d'ouverture w , de longueur e et de largeur L . On a en entrée $p(z = 0) = p_e$ et en sortie $p(z = e) = p_s$.



255 L'écoulement du fluide **incompressible** est unidirectionnel suivant l'axe \vec{z} . Sa vitesse est donc égale à :

$$\vec{v} = v_z(x, y, z)\vec{z}$$

En utilisant l'équation de conservation de la masse, et en supposant que L est beaucoup plus grand que w et e , la vitesse peut s'écrire :

260
$$v_z(x, y, z) = v_z(y)$$

Les forces de viscosité peuvent s'écrire $d\vec{F}_v = Ldz\mu \frac{dv_z}{dy} \vec{z}$

En supposant le régime d'écoulement permanent et en appliquant le principe fondamental de la dynamique, on obtient, en projetant sur les axes \vec{x} et \vec{y} , que la pression ne dépend que z . En projetant sur l'axe \vec{z} , on obtient l'équation suivante :

265
$$2yL(p(z) - p(z + dz)) + 2d\vec{F}_v = 0 \rightarrow \frac{dp(z)}{dz} = \frac{\mu}{y} \frac{dv_z(y)}{dy}$$

En intégrant l'équation précédente et en supposant que la vitesse au contact des parois est nulle, on obtient l'expression suivante pour la vitesse d'écoulement :

$$v_z(y) = \frac{p_e - p_s}{2e\mu} \left[\left(\frac{w}{2} \right)^2 - y^2 \right]$$

Enfin, le débit volumique (loi de Poiseuille) s'obtient en intégrant l'expression de la vitesse sur la section $L \times w$:

$$Q_s = \frac{w^3 L (p_e - p_s)}{12\mu e}$$