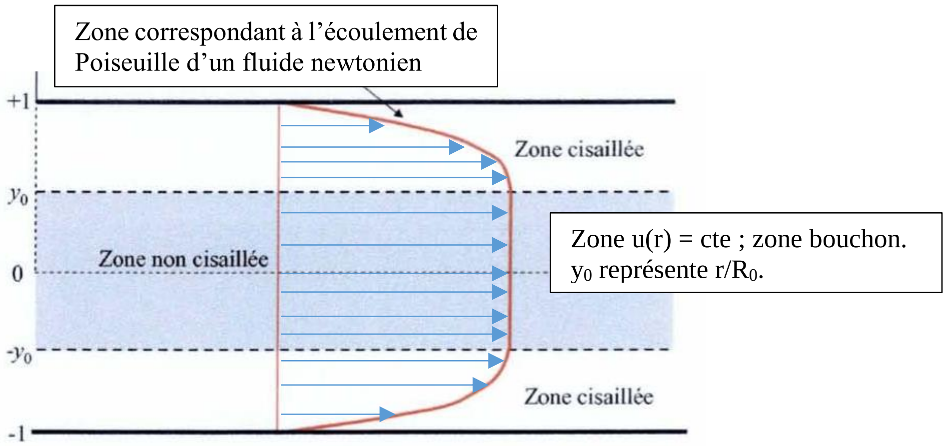

Ecoulement de Poiseuille pour un fluide de BINGHAM

Caractérisation expérimentale d'un fluide de Bingham

26- $Q = \int_0^R u(r)2\pi r dr = 2\pi\left[u(r)\frac{r^2}{2}\right]_0^R - \int_0^R 2\pi\frac{r^2}{2}(\frac{du}{dr})dr$ en intégrant par parties ; comme $\frac{du}{dr} = -\dot{\gamma}$, $u(R) = 0$ et $u(0)0^2 = 0$, on obtient le résultat demandé.

27- En 22- nous avons montré que $\tau(r) = \frac{r}{2}\frac{\Delta P}{L}$, soit $d\tau = dr\frac{\Delta P}{2L} = dr\frac{\tau_P}{R}$, d'où avec 26- :

$Q = \int_0^{\tau_P} \dot{\gamma}\pi(\frac{R\tau(r)}{\tau_P})^2 \frac{R}{\tau_P} d\tau = \pi\frac{R^3}{\tau_P^3}\int_0^{\tau_P}\tau^2\dot{\gamma}d\tau$, ce qui correspond bien à la relation de l'énoncé.

28- $\frac{U_d}{R} = \frac{1}{\tau_P^3}\int_0^{\tau_P}\tau^2\dot{\gamma}d\tau$; or, $\dot{\gamma} = 0$ pour $\tau < \tau_S$, et $\dot{\gamma} = \frac{\tau-\tau_S}{\eta_P}$, pour $\tau > \tau_S$, d'où

$\frac{U_d}{R} = \frac{1}{\tau_P^3}\int_{\tau_S}^{\tau_P}\tau^2\frac{\tau-\tau_S}{\eta_P}d\tau = \frac{U_d}{R} = \frac{1}{\tau_P^3}\left[\frac{\tau_P^4-\tau_S^4}{4\eta_P} - \frac{\tau_P^3\tau_S-\tau_S^4}{3\eta_P}\right] = \frac{\tau_P}{\eta_P}\left[\frac{1}{4} - \frac{\tau_S}{3\tau_P}\right]$, en négligeant les termes d'ordre 4 en $\frac{\tau_S}{\tau_P}$. Et finalement $\frac{U_d}{R} = \frac{1}{\eta_P}\left[\frac{R\Delta P}{8L} - \frac{R\Delta P_0}{8L}\right]$ ce qui est le résultat cherché.

29- Pour que Q soit non nul il faut que U_d soit non nul donc $\Delta P > \Delta P_0$. En disposant une prise de pression en entrée et une en sortie, on mesure la pression différentielle e/s lorsque le fluide commence à s'écouler sous l'effet d'une contrainte croissante.

30- Oui cela semble linéaire dans des domaines assez larges pour les différents types de points, mais on ne peut pas dire que la figure soit très explicite !

31- En dérivant : $\frac{d(\ln(\frac{U_d}{R}))}{d\tau_P} = -\frac{3}{\tau_P} + \frac{\tau_P^2\dot{\gamma}(R)}{\int_0^{\tau_P}\tau^2\dot{\gamma}dr}$; or, $\int_0^{\tau_P}\tau^2\dot{\gamma}dr = U_d\frac{\tau_P^3}{R}$, d'où :

$d(\ln(\frac{U_d}{R})) = (-\frac{3}{\tau_P} + \frac{\tau_P^2\dot{\gamma}(R)}{U_d\frac{\tau_P^3}{R}})d\tau_P$ et en remarquant que $\frac{d\tau_P}{\tau_P} = d(\ln(\tau_P)) = d(\ln(\frac{R\Delta P}{2L}))$ on obtient la relation donnée dans l'énoncé.

32- La mesure de Q (débit) permet d'obtenir U_d, celle de ΔP donne ν (avec U_d) et la formule du 31- permet de déterminer $\dot{\gamma}(R)$. Cette quantité pourrait aussi se mesurer à partir d'une visualisation (traceurs) de l'évolution de u(r) pour r proche de R et d'une exploitation de cette fonction permettant d'obtenir $-(\frac{du}{dr})_R = \dot{\gamma}(R)$.