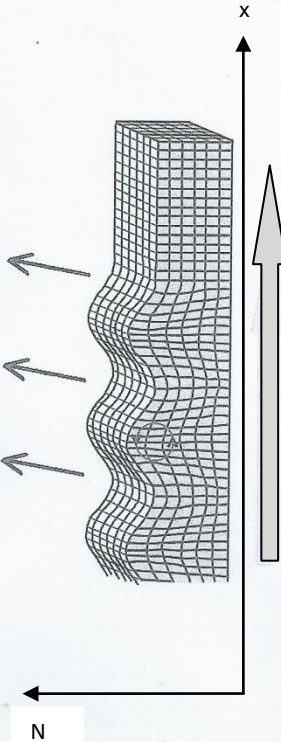


PREMIER PROBLEME : Détection des ondes sismiques par sondage ionosphérique

Données : $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$; $m_{\text{électron}} = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

pour les ondes de surface de Rayleigh, est nettement supérieure à la vitesse du son dans l'air.

Schéma représentant le mouvement du sol induit par une onde de Rayleigh



flèche grise : direction de propagation de l'onde sismique de Rayleigh,
flèches noires : direction de propagation de l'onde infrasonore générée dans l'air.

Pour des tremblements de Terre de forte magnitude, l'amplitude de l'onde de Rayleigh peut atteindre quelques mm, voire cm, même à une distance de 10 000 km de l'épicentre du séisme, comme cela a pu être observé pour le tremblement de Terre dévastateur du 26 décembre 2004 au large de Sumatra. Avec leur grande période temporelle (de l'ordre de 10 s à 20 s au moins), les ondes infrasonores générées dans l'air ne sont que très faiblement atténuées par la viscosité de l'atmosphère. Elles se propagent alors en gardant leur énergie cinétique et de ce fait, leur amplitude croît avec l'altitude, de manière inversement proportionnelle à la racine carrée de la densité de l'air. Ainsi, lorsque les ondes infrasonores atteignent 200 km d'altitude, leur amplitude a augmenté de plusieurs ordres de grandeur. Cette amplification va permettre leur détection grâce à un sondage de la partie haute de l'atmosphère appelée l'ionosphère.

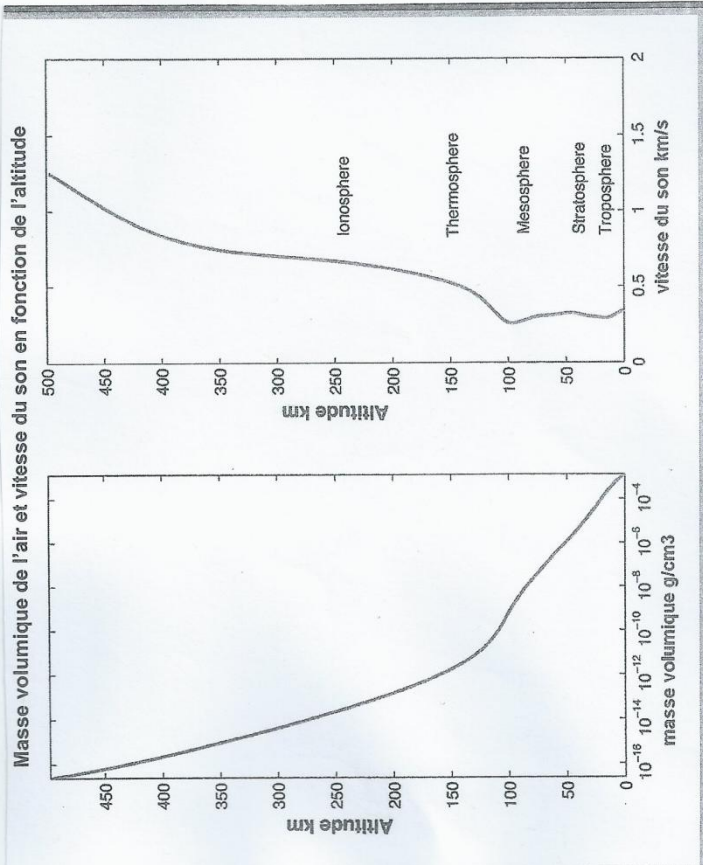
Au-delà d'environ 100 km d'altitude, une faible proportion des molécules constituant l'atmosphère est ionisée : c'est le domaine de l'ionosphère. La densité d'électrons libres atteint un maximum entre 350 et 400 km d'altitude, sa valeur, très fluctuante, dépendant essentiellement de l'activité solaire. Typiquement, en pleine journée, elle peut monter à $2 \cdot 10^{12}$ électrons par m^3 et descendre à 10^{11} électrons par m^3 en pleine nuit.

La détection des oscillations verticales de l'ionosphère générées par un tremblement de Terre ou un tsunami exploite le comportement de celle-ci vis-à-vis des ondes électromagnétiques : quand une onde radio (la bande de fréquence utilisée en pratique étant de 1 et 15 MHz) est envoyée en direction de l'ionosphère, le champ électrique de l'onde met en mouvement les électrons libres, ce qui modifie en retour sa propagation. A une certaine altitude, l'onde radio est alors entièrement réfléchi. Cette réflexion se produit lorsque la densité électronique est telle que la fréquence plasma est égale à la fréquence de l'onde. Grâce à l'effet Doppler, on accède au mouvement vertical de l'ionosphère en mesurant la fréquence de l'onde radio revenant au sol. Les instruments actuels peuvent ainsi mesurer des vitesses verticales de quelques dizaines de cm/s, permettant la détection et le suivi de séisme de magnitude supérieure ou égale à 7. De telles mesures permettront d'améliorer la compréhension de la propagation des tsunamis et offriront peut-être la possibilité de rendre plus efficace les systèmes d'alerte.

DOCUMENT : « Des ondes sismiques dans l'ionosphère ! »

d'après l'article *seismic waves in the ionosphere* de Philippe Lognonné et al. paru dans la revue *europphysicnews*, No 4, Vol. 37 (2006)

Il y a encore quelques années de cela, l'enregistrement des ondes sismiques se faisait exclusivement par l'intermédiaire de réseaux de sismomètres au sol. Mais la Terre étant recouverte de 70% d'eau, de nombreuses zones ne disposaient d'aucune mesure locale. Une nouvelle technique apparue dans les années 2000 est venue révolutionner l'imagerie et le suivi des ondes sismiques. Le principe de cette technique consiste non pas à mesurer directement les ondes sismiques au niveau du sol, mais ses conséquences sur l'atmosphère. En effet, un tremblement de Terre génère des oscillations verticales et horizontales du sol : les mouvements verticaux du sol entraînent un mouvement identique de l'air situé juste au dessus, créant ainsi dans l'atmosphère une onde acoustique. Celle-ci se propage alors quasi-verticalement étant donné que la vitesse des ondes sismiques dans le sol, entre 3 et 4 km/s



1^{ère} partie

Exprimer la forme générale d'une onde sismique de Rayleigh

d'amplitude A , de pulsation ω et de vitesse v_R .

On écrit l'onde infrasonore produite sous la forme :

$$\xi(x, z, t) = \xi_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi). \text{ Déterminer } \xi_0, \phi \text{ et l'angle } \theta$$

que fait le vecteur \vec{k} avec la verticale.

En utilisant le document, donner un encadrement de θ .

On considère l'atmosphère isotherme à la température $T = 275 \text{ K}$. On suppose que l'air est un gaz parfait de composition uniforme et l'on note M sa masse molaire, égale à $29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$. On note p_{sol} la pression atmosphérique au niveau du sol, égale à $1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Dans toute la suite, on considère la pesanteur g comme uniforme entre le sol et 400 km d'altitude, égale à $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

2) Quantifier l'erreur commise par cette approximation. On rappelle le rayon de la Terre $R_T = 6400 \text{ km}$.

3) Compte tenu des hypothèses, établir l'expression de la pression $p_0(z)$ et de la masse volumique $\mu_0(z)$ de l'air au repos en fonction de l'altitude z . On posera $H = \frac{RT}{Mg}$.

Donner la valeur numérique de H issue de ce modèle.

4) Expliquer comment trouver la valeur expérimentale de H à partir du document et comparer à la valeur précédente. Préciser à partir de quelle altitude le modèle précédent n'est plus du tout valable. Proposer des explications.

On rappelle la définition du coefficient de compressibilité isentropique :

$$\chi_s = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_s = +\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial \mu}{\partial p} \right)_s. \text{ On note } \gamma = 1,4 \text{ le rapport de la capacité calorifique à}$$

pression constante sur la capacité calorifique à volume constant de l'air.

$$5) \text{ Montrer que } \chi_s(z) = \frac{1}{\gamma p_0(z)}.$$

On étudie maintenant la propagation des ondes infrasonores dans l'atmosphère.

6) Lors de leur montée dans l'atmosphère, les ondes infrasonores se propagent-elles à vitesse constante ? Comment expliquer que l'on retrouve la même limite qu'à la question 4 ?

7) Justifier la phrase du document expliquant que l'amplitude de l'onde croît avec l'altitude de manière inversement proportionnelle à la racine carrée de la densité de l'air.

8) En admettant que l'énergie totale de l'onde infrasonore se conserve également au cours de la montée, que peut-on dire de l'évolution de l'amplitude de la surpression en fonction de l'altitude ?

9) Estimer le temps que met l'onde infrasonore émise au sol pour atteindre 200 km d'altitude.

10) En exploitant les informations fournies dans le document, donner les ordres de grandeur de l'amplitude du champ de vitesse ainsi que celle du déplacement de l'air au niveau de l'ionosphère à 200 km d'altitude lors d'un tremblement de Terre de forte magnitude. L'approximation acoustique est-elle encore valable à cette altitude ?

2^{ème} partie

On rappelle les valeurs numériques des grandeurs suivantes :

Charge d'un électron : $-e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$,

Masse d'un électron : $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$,

Permittivité diélectrique du vide : $\epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$,

On étudie dans le début de cette partie la propagation d'une onde électromagnétique plane progressive harmonique (OPPH) de pulsation ω à l'intérieur de l'ionosphère, assimilée à un plasma neutre sans collision de densité électronique n_e . Le champ électrique de l'onde en notation complexe est de la forme :

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \exp(i(\omega t - kz)) \vec{u}_x \text{ avec } k \text{ pouvant être complexe.}$$

On montre que le plasma se comporte comme un conducteur de conductivité complexe

$$\underline{\sigma} = -i \frac{n_e e^2}{m \omega}.$$

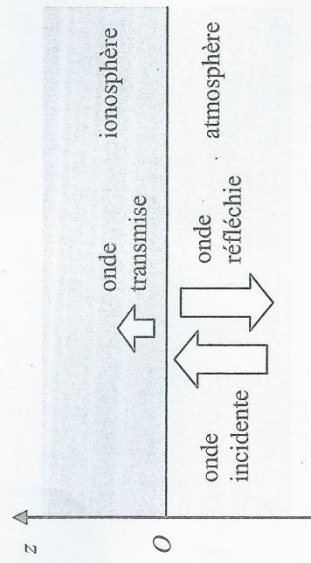
1) Montrer que la relation de dispersion pour l'onde électromagnétique s'écrit :

$$k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}. \text{ Exprimer } \omega_p, \text{ appelé pulsation plasma, en fonction de } n_e, e, m \text{ et } \epsilon_0.$$

Dans toute la suite du problème, on considère le cas où $\omega < \omega_p$ (domaine réactif du plasma). On rappelle que l'axe Oz est ascendant et que, dans le cadre du sondage ionosphérique, l'onde électromagnétique vient du sol.

12) En posant $\delta = \frac{c}{\sqrt{\omega_p^2 - \omega^2}}$, donner les expressions réelles du champ électrique et du champ magnétique de l'onde. En déduire l'expression du vecteur de Poynting puis calculer sa valeur moyenne. Commenter et donner le nom attribué à ce type d'onde.

On étudie maintenant la réflexion d'une OPPH polarisée rectilignement selon \vec{u}_x , en incidence normale sur l'ionosphère en faisant l'hypothèse simplificatrice suivante : on place l'origine de l'axe Oz descendant en considérant que pour $z < 0$, l'air n'est pas ionisé (que l'on assimilera à du vide) et pour $z > 0$ se trouve l'ionosphère avec une densité électronique uniforme.



On admet que les champs électrique et magnétique tangentiels sont continus au niveau de l'interface ionosphère-atmosphère.

- 13) Rappeler le lien entre le champ électrique et le champ magnétique de l'onde incidente. Même question pour l'onde réfléchie.
- 14) Exploiter la continuité des champs en $z = 0$ pour déterminer l'expression du coefficient de réflexion complexe Γ_E du champ électrique. Exprimer le retard de phase ϕ_r subi par l'onde lors de sa réflexion sur l'ionosphère. Commenter son signe.

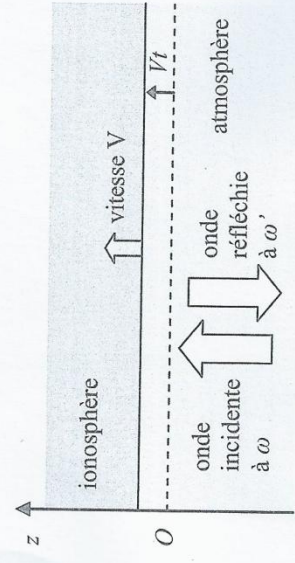
15) Définir puis exprimer le coefficient de réflexion en puissance. Pourquoi le résultat était-il prévisible ?

On étudie maintenant un paquet d'ondes électromagnétiques dont le spectre est centré sur la pulsation ω_0 arrivant sur l'ionosphère en incidence normale depuis le sol. On montre alors

qu'il est entièrement réfléchi si $\omega_0 < \omega_p$ et que l'enveloppe du paquet d'ondes subit lors de la réflexion sur l'ionosphère un retard temporel τ_g , appelé retard de groupe, égal à $\left(\frac{d\phi_r}{d\omega}\right)_{\omega=\omega_0}$.

16) Déterminer l'expression de τ_g . Commenter son signe. Comment peut-on interpréter la présence de ce retard ?

Pour simplifier l'étude de l'effet Doppler, on considère à nouveau une OPPH incidente de pulsation ω et l'on suppose dans la suite que l'onde transmise dans l'ionosphère est nulle. En présence d'un tremblement de Terre ou d'un séisme, l'atmosphère et l'ionosphère se déplacent verticalement. On se place dans le cas particulier où l'interface atmosphère-ionosphère monte à la vitesse constante V , de sorte que son abscisse à la date t soit égale à Vt .



17) En exploitant à nouveau la continuité du champ électrique à l'interface, montrer que la pulsation ω' de l'onde réfléchie a pour expression :

$$\omega' = \frac{1 - \frac{V}{c}}{1 + \frac{V}{c}} \omega$$

- 18) Sachant que $V \ll c$, donner une expression approchée de $\omega' - \omega$.
- 19) Comparer la plage de fréquence utilisée pour le sondage ionosphérique par effet Doppler aux valeurs que peut prendre la fréquence plasma de l'ionosphère et commenter.
- 20) Estimer la résolution spectrale du sondeur Doppler, exprimée en Hz, nécessaire pour détecter des séismes de magnitude 7.