

PSI – PSI 2017 – 2018*
DS N°4
27-01-2018 – 4 heures

Les trois parties sont totalement indépendantes.

A l'intérieur de chacune d'elles :

- Des résultats intermédiaires sont fournis et donc utilisables sans démonstration.
- De nombreuses questions sont indépendantes.

I. PREMIERE PARTIE : ISOLATION PHONIQUE (e3a PSI 2014)

Pour lutter contre les nuisances sonores, des barrières anti-bruit sont disposées le long des axes de circulation à fort trafic ou des voies ferrées.

Cette partie du problème traite d'un filtrage sonore efficace assuré par une structure assemblée à partir de plaques rigides, de grandes dimensions par rapport à la longueur d'onde de l'onde, et disposée normalement à la direction principale de propagation de la nuisance sonore.

E / MOUVEMENT D'UNE PLAQUE SOUS L'EFFET D'UNE ONDE SONORE

Une plaque indéformable de masse surfacique σ est placée verticalement selon le plan (Myz) dans un fluide parfait (l'air) de masse volumique μ_0 et de coefficient de compressibilité adiabatique χ_0 (figure 3). La pression, égale à $P = P_0$, est uniforme lorsque le fluide est au repos. L'équilibre de l'air est perturbé par le passage d'une onde acoustique plane et sinusoïdale de pulsation ω qui se propage à la célérité C le long des x croissants. La surpression incidente s'écrit, en notation complexe :

$$p_i = \underline{A}_i \exp[j(\omega t - kx)], \text{ où } \underline{A}_i \text{ est l'amplitude complexe et } \vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u}_x = \frac{\omega}{C} \vec{u}_x \text{ le vecteur d'onde.}$$

L'onde incidente frappe la plaque sous incidence normale et, à l'issue d'une phase transitoire non étudiée dans ce problème, entretient ses oscillations. La plaque est repérée par son abscisse $x_M(t)$, son épaisseur e est négligeable, de même que l'influence de la pesanteur.

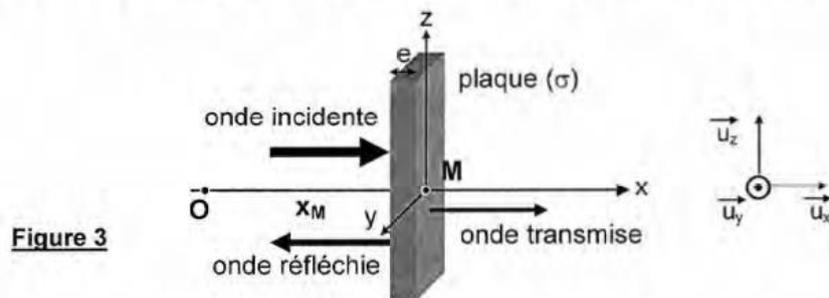


Figure 3

E1. Analyser pourquoi la plaque se met à osciller et à quelle pulsation ?

Le mouvement de la plaque donne naissance à une onde réfléchie se propageant dans le demi-espace $z < z_p$ et à une onde transmise se propageant dans le demi-espace $z > z_p$. Les amplitudes des ondes transmises et réfléchies sont notées respectivement \underline{A}_t et \underline{A}_r . Toute absorption de l'onde dans le volume de la paroi est négligée.

E2. Expliquer l'existence, en régime permanent, d'une onde réfléchie de surpression notée $\underline{p}_r = \underline{A}_r \exp[j(\omega t + kx)]$ et d'une onde transmise de surpression notée $\underline{p}_t = \underline{A}_t \exp[j(\omega t - kx)]$.

L'air présent de part et d'autre de la plaque a pour impédance acoustique $Z = \mu_0 C$.

E3. Justifier l'expression de l'impédance acoustique Z d'une onde. Préciser son unité.

E4. Dédire de la définition de Z et de l'écriture des surpressions, les expressions des vitesses \vec{v}_i , \vec{v}_r et \vec{v}_t dans les deux demi-espaces.

E5. Traduire la continuité de la composante normale de la vitesse du fluide sur la paroi solide. Exprimer la vitesse $\frac{dx_M(t)}{dt}$ de déplacement de la plaque selon Oz en fonction notamment de Z, $x_M(t)$ et \underline{A}_i , puis de Z, $x_M(t)$, \underline{A}_i et \underline{A}_r .

En déduire la relation : $\underline{A}_t = \underline{A}_i - \underline{A}_r \exp(j\alpha)$ {R1}, avec $\alpha = 2kx_M$

E6. À partir du principe fondamental de la dynamique appliqué à un élément de surface dS de la plaque, exprimer l'accélération $\frac{d^2x_M(t)}{dt^2}$ de la plaque selon Ox en fonction notamment de sa masse surfacique σ , de $x_M(t)$ et des amplitudes \underline{A}_i , \underline{A}_r et \underline{A}_t .

E7. Déduire de la vitesse et de l'accélération de la plaque, la relation :

$$j\omega \frac{\sigma \underline{A}_t}{Z} \left(1 - \frac{k}{\omega} \frac{dx_M(t)}{dt} \right) = \underline{A}_i - \underline{A}_r + \underline{A}_t \exp(j\alpha) \quad \{R2\}.$$

E8. Simplifier les relations {R1} et {R2} en considérant que l'amplitude du mouvement de la plaque est faible devant la longueur d'onde λ de l'onde sonore et que la vitesse de déplacement de la plaque est très petite devant la célérité C de l'onde. ($\exp(j\alpha) \approx 1$)

E9. Résoudre le système des deux équations vérifiées par les amplitudes \underline{A}_i , \underline{A}_r et \underline{A}_t afin d'obtenir les amplitudes \underline{A}_r et \underline{A}_t , en fonction notamment de \underline{A}_i , ω , σ et Z.

Les coefficients de réflexion \underline{r} et de transmission \underline{t} relatifs aux amplitudes des surpressions sont définis respectivement par : $\underline{r} = \underline{A}_r / \underline{A}_i$ et $\underline{t} = \underline{A}_t / \underline{A}_i$.

E10. En déduire les expressions des coefficients \underline{r} et \underline{t} en fonction de ω et de $\omega_0 = 2Z/\sigma$.

E11. Vérifier la dimension de ω_0 et préciser son sens physique pour cette plaque « filtrante ».

Par définition, la puissance moyenne temporelle transportée par l'onde sonore par unité de surface (ou intensité acoustique) est donnée par l'expression : $I(z) = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \underline{p}(z, t) \cdot \underline{v}^*(z, t) \}$.

E12. Déterminer les intensités acoustiques incidente I_i , réfléchie I_r et transmise I_t .

Le coefficient de réflexion (resp. transmission) énergétique \mathcal{R} (resp. \mathcal{T}) est le rapport, en valeur absolue, entre l'intensité acoustique réfléchie (resp. transmise) et l'intensité acoustique incidente, au niveau de la plaque.

E13. Exprimer $\mathcal{R}(\omega)$ et $\mathcal{T}(\omega)$ en fonction de ω et ω_0 . Vérifier la pertinence des résultats.

E14. Représenter schématiquement, sur le même graphe, les variations de $\mathcal{R}(X)$ et $\mathcal{T}(X)$ en fonction de la pulsation réduite $X = \omega/\omega_0$. Analyser ces deux tracés.

F / EFFETS DE LA BARRIÈRE ANTI-BRUIT

Considérons une barrière anti-bruit installée le long d'une voie ferrée et soumise à des fréquences sonores allant de 125 à 4000 Hz. Elle est constituée d'un matériau isolant phonique de masse surfacique $\sigma = 50 \text{ kg.m}^{-2}$. L'onde sonore se propage à la célérité $C = 340 \text{ m.s}^{-1}$ et la masse volumique de l'air vaut $\mu_0 = 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$.

F1. Calculer la valeur de la pulsation ω_0 introduite en E10, puis de la fréquence f_0 . A quel domaine fréquentiel, cette fréquence correspond-elle ?

F2. Pour une fréquence f de l'ordre de 1000 Hz, montrer que la variation du coefficient de transmission en puissance \mathcal{T} peut s'écrire, en fonction de la fréquence f, sous la forme : $\mathcal{T} \approx f_0^2 / f^2$. Préciser le type de sons qui sont les plus atténués.

Le domaine des fréquences accessibles à une oreille humaine s'étend de 20 Hz à 20 kHz. Le niveau sonore est défini en décibel (dB) par $L = 10 \log(I/I_0)$, avec I l'intensité acoustique et $I_0 = 10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$ l'intensité de référence, correspondant au seuil d'audition.

Le train est une source sonore de forte puissance émettant un mélange complexe de sons ayant chacun leur fréquence et leur niveau d'intensité sonore. Plutôt que de représenter le spectre réel (intensité sonore en fonction de la fréquence), il est plus simple de représenter les bruits par octave (intensité sonore moyenne de l'intervalle de fréquences correspondant à une octave, en fonction de la fréquence médiane de l'octave correspondante). Le tableau ci-dessous (et sa représentation sur le document-réponse B) fournit le spectre d'intensité sonore par octave, déduit de mesures de niveaux d'intensité sonore, effectuées à 25 m de la voie ferrée.

Fréquence médiane f de la bande d'octave (Hz)	125	250	500	1000	2000	4000
Niveau d'intensité sonore L par bande d'octave (dB)	83,0	82,0	80,3	81,7	81,0	77,5

- F3.** Quelle remarque ce tableau vous inspire-t-il ?
Calculer l'intensité sonore I_{125} correspondant à la fréquence médiane de 125 Hz.
Évaluer le niveau d'intensité sonore global L_G de ce bruit ferroviaire (somme des niveaux d'intensité sonore de toutes les bandes d'octave).

L'indice d'affaiblissement acoustique de la paroi par rapport aux bruits extérieurs s'exprime sous la forme : $R_{dB} = 10 \log(I_i/I_e)$.

- F4.** Écrire cet indice en fonction du coefficient de transmission en puissance \mathcal{T} , puis montrer que, dans le domaine des fréquences considérées, l'indice R_{dB} vérifie une loi affine du logarithme de la fréquence.

Se pose maintenant le choix du matériau constitutif de la barrière anti-bruit : parmi les matériaux simples, retenons le béton armé, le bois, le verre. Le tableau ci-dessous rassemble leurs masses volumiques respectives.

Matériau	béton	bois	verre
Masse volumique ρ (kg.m^{-3})	$2,2 \cdot 10^3$	$0,75 \cdot 10^3$	$2,5 \cdot 10^3$

Pour fixer les idées, un affaiblissement acoustique de 50 dB à la fréquence de 250 Hz (fréquence pour laquelle le niveau d'intensité sonore demeure très élevé) est souhaité.

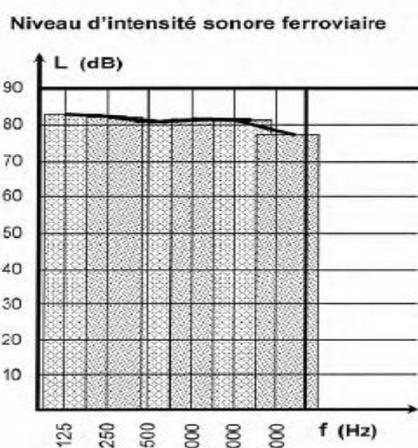
- F5.** Déterminer la masse surfacique appropriée pour réaliser cette atténuation ; en déduire l'épaisseur envisagée de la paroi, pour chacun des matériaux proposés.
Analyser ces résultats.

La solution béton a été retenue avec les caractéristiques précédemment obtenues.

- F6.** Représenter, sur le document-réponse B l'évolution de l'indice d'affaiblissement acoustique R_{dB} , compte tenu de la valeur de la masse surfacique obtenue.
- F7.** Reporter, sur le tracé du niveau sonore du train par octave, les nouveaux niveaux d'intensité sonore pour chaque bande d'octave. Tracer le profil sonore derrière la barrière anti-bruit.
Commenter ces résultats en soulignant les sources d'erreur et/ou les simplifications réalisées pour ce modèle par rapport à la réalité.

Document-réponse B, à compléter et rendre avec la copie

Questions F3 et F7



Question F6

