

chute libre et freinage aérodynamique

1. $\mathcal{G} = \{ \text{bille} \}$ je se la pousse d'Archimède.

ppd selon $O_j \downarrow$: $m\ddot{j} = mg \rightarrow j = gt + v_{0j} \rightarrow j = \frac{1}{2}gt^2 + \underset{=0}{j_0} \Rightarrow h = \frac{1}{2}g \Delta t^2$

$$\Delta t h = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \text{Avec: } \Delta t h = 0,2s$$

rem: il y a 1 erreur ds la vidéo du MIT...

$$v_m = \frac{h}{\Delta t h} = \sqrt{\frac{g h}{2}} \approx 1 \text{ m.s}^{-1}$$

2. idem Q_1 : $m \frac{dv}{dt} = mg - \frac{1}{2} \rho S_L C_x v^2$ donc v_0 / $mg = \frac{1}{2} \rho S_L C_x v_0^2$

donc: $\frac{dv}{dt} = \frac{\rho S_L C_x}{2m} (v_0^2 - v^2) = \frac{g}{v_0^2} (v_0^2 - v^2) = \frac{v_0^2 - v^2}{v_0 z}$ avec $z = \frac{v_0}{g}$

v_0 est donc la vitesse limite de chute; z est la durée caractéristique de la chute

$$\frac{v_0}{z} = g \quad \text{et} \quad v_0 z = \frac{v_0^2}{g} = \frac{2m}{\rho S_L C_x} \quad \text{avec } S_L = \pi r^2$$

3. On garde donc $v_m \approx 1 \text{ m.s}^{-1}$ (sans résoudre l'eq. de Q_2)

4. On sait que: $R_0 = \frac{\rho 2r v_m}{3}$ (ρ, η : air)

$\approx 1300 \Rightarrow C_x \approx 0.4 \Rightarrow z = \frac{v_0}{g} = \frac{1}{g} \sqrt{\frac{2mg}{\rho S_L C_x}} \approx 6,7s$

5. Il faut environ $3z$ pour que $v \approx v_0$ ($\approx 67 \text{ m.s}^{-1}$)

or $3z \gg 4s$, donc on peut supposer que $v \approx v_m$ et $\Delta t \approx \Delta t h \Rightarrow$ la réponse est non.

En gros, cela ne frotte pas assez.

Compléments: résolv. de $\frac{dv}{dt} = \frac{v_0^2 - v^2}{z v_0} = \frac{v_0}{z} (1 - \frac{v^2}{v_0^2}) \Rightarrow \frac{d(v/v_0)}{d(t/z)} = 1 - \frac{v^2}{v_0^2}$

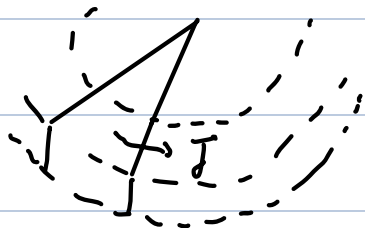
posons $x = v/v_0$ et $t' = t/z$

et vient: $\frac{dx}{1-x^2} = dt' \Rightarrow \text{Arctanh}(x) = t' + C_1 \Rightarrow 0 = 0 + C_1$
 $\Rightarrow v(t) = v_0 \tanh(t/z)$

I.B. Freinage inductif. $\vec{v} = -v\vec{e}_j$; $\vec{M} = M_0\vec{e}_j$; $\vec{j} = j(r)\vec{e}_\theta$ admis

6. (e joue le rôle de dr de l'expression $\frac{e}{rs}$)

Isolons par la pensée une portion entre θ et $\theta + d\theta$ de $(\mathcal{A})$



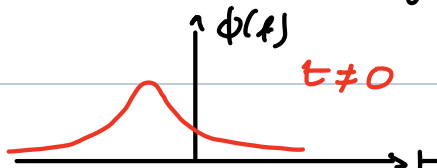
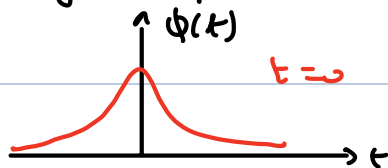
sa résistance dR est selon la formule des coeurs

$$dR = \frac{e}{\sigma s} = \frac{r_i d\theta}{\sigma e b_j}$$

Toutes ces petites tranches sont en série: $dR = \int_0^{2\pi} dR = \frac{2\pi r_i}{\sigma e b_j}$

$$dG = \frac{\sigma e d_j}{2\pi r_i}$$

7. $\phi_n = \phi_{max} = \phi_0 \frac{r_i^3}{(r_i^2 + z^2)^{3/2}}$. La courbe a une allure de cloche mais il faut réfléchir à la positi des centres: $z = -3/r_i$ (logique car $z > 0$)



$$\phi_0 = \text{"Li"} = H \cdot A = (H \cdot m^{-1})^a (A \cdot m^2)^b (m)^c = H \cdot A \cdot m^{a+b+c}$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=-1 \end{cases}$$

$$\phi_0 = \mu_0 \frac{\pi I_0}{r_i}$$

8. Il apparait ds $(\mathcal{A})$ une fem induite $e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\phi}{dx} \frac{dx}{dt}$

$$e = -\frac{v}{r_i} \frac{d\phi}{dx} \text{ avec } \phi(x) = \phi_0 \frac{1}{(1+x^2)^{3/2}} = \phi_0 (1+x^2)^{-3/2}$$

$$\hookrightarrow e = \phi_0 \frac{3}{2} \frac{v}{r_i} 2x (1+x^2)^{-5/2}$$

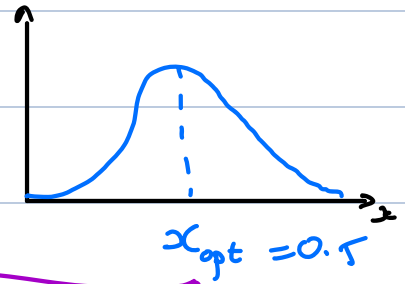
$$\text{Donc } dP_J = \frac{u^2}{R} = dG e^2 = dG \frac{9}{4} \frac{v^2}{r_i^2} (1+x^2)^{-5} \frac{\phi_0^2}{(1+x^2)^5}$$

$$\text{avec } dG = \frac{\sigma e d_j}{2\pi r_i} = \frac{\sigma e dx}{2\pi}$$

$$\text{Il vient } dP_J = \frac{9}{2} \frac{\sigma e}{\pi} \frac{v^2}{r_i^4} \mu_0^2 \pi I_0^2 \frac{x^2}{(1+x^2)^5} dx \quad \text{cqfd.}$$

9. notons déjà que $P_J(x)$ est paire $P_J(x) = \int_{x'=-x}^x dP_J(x')$

or $f: x \rightarrow \frac{x^2}{(1+x^2)^2}$ a l'allure suivante



à la machine

et dans l'expérience: $x = \frac{z+vt}{r_i}$

$$\Rightarrow x_{\max} \approx \frac{2z}{r_i} \approx 26 \gg x_{\text{opt}} \quad (v \Delta t = z)$$

$$P_J \approx \int_{x=-\infty}^{\infty} dP_J(x)$$

l'idée est de dire que $f(x)$ décroît très vite lorsque on s'éloigne de x_{opt}

~ quest' pas évidente !

10. $P_J = K \Pi_0^2 v^2 = -\vec{F} \cdot \vec{v}$ aussi $\Rightarrow \vec{F} = -K \Pi_0^2 \vec{v}$ type frottement fluide

rappel: le caractère parfait de la conversion électromécanique de

puissance s'écrit $e_i + P_{\text{rep}} = 0 \Rightarrow e_i + \vec{F} \cdot \vec{v} = 0$

11. dP_J est $\propto v$, donc K aussi. Regardons comment évolue Δt avec δ

or: $m \dot{v} = mg - K \Pi_0^2 v \Rightarrow \dot{v} + \frac{v}{\tau} = \frac{V_0}{\tau}$ avec $V_0 = mg / K \Pi_0^2$

$v(0) = 0 \Rightarrow v(t) = V_0 (1 - e^{-t/\tau})$

$\tau = m / K \Pi_0^2$

$\hookrightarrow z(t) = V_0 t + \tau V_0 e^{-t/\tau} - \tau V_0$

$h = V_0 \Delta t_h + \tau V_0 (e^{-\Delta t_h/\tau} - 1)$ dur à résoudre...

On va donc faire l'hypothèse que $\Delta t_h \gg \tau$ (à vérifier) et que $V_h = \frac{h}{\Delta t_h} \approx V_0$

$\Delta t_h \approx \frac{h}{V_0} = \frac{h}{mg} K \Pi_0^2$

ainsi, $\Delta t_h \propto \delta$

↳ durée similaire avec l'Al ($\Delta t_{hAl} \approx 2,7 \text{ s} \neq 4 \text{ s}$)

↳ environ 8x + brève avec l'Acier ($\Delta t_h \approx 0,1 \text{ s}$)

rem: $\tau = m / \mu \pi_0^2 \approx 5 \cdot 10^{-3} \text{ s} \ll \Delta t_h$ hyp ok

12. $\mu_0 = \sqrt{\frac{m g \Delta t_h}{K_{en} \cdot h}} \approx 1,7 \text{ A} \cdot \text{m}^2$

rem 5/2: cette valeur est cohérente avec l'aimanté max d'1 million ($\approx 10^6 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$)

(cf magnétisme de Bohr). $\mu_{\text{max}} \approx \frac{4}{5} \pi r^2 \cdot 10^6 \approx \frac{4 \times 3}{3} \times (10^{-2})^2 \cdot 10^{+6} \approx 4 \text{ A} \cdot \text{m}^2$

↳ l'aimant est de bonne qualité