III Pince ampèremétrique

(1)

13 L'AEQS consiste à négliger le temps caractéristique de propagation de l'information devant le temps caractéristique de variation des champs.
si a est la taille du système

$a/c \ll T$ ou $a \ll \lambda$ (si l'on raisonne en période).

Alors $\frac{1}{c^2}\left\|\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right\| \sim \frac{1}{c^2}\frac{E}{T}$ et

$\|\vec{rot}\,\vec{B}\| \sim \frac{B}{a}$ d'une part et $\|\vec{rot}\,\vec{E}\| = \left\|\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right\|$

devient $\frac{E}{a} \sim \frac{B}{T}$ d'autre part.

Donc $\frac{1}{c^2}\frac{E}{T} \sim \frac{1}{c^2}\frac{Ba}{T^2} \ll \frac{B}{a}$ car

$c^2T^2 \gg a^2$ et donc

MA devient $\vec{rot}\,\vec{B} = \mu_0 \vec{j}$

et $\oint_\Gamma \vec{B}\cdot\vec{d\ell} = \mu_0 \iint_{\Sigma_\Gamma} \vec{j}\cdot\vec{dS} = \mu_0 I_e$.

14 Tout plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est Π_S de $\mathcal{D}$courant donc $\vec{B}(M) = B(M)\,\vec{e}_\theta$

(2)

De plus $\mathcal{D}$courant est invariante par rotation de θ autour de Oz, donc
$B(M) = B(r, z)$

En prenant un point M intérieur et un $\Gamma_{\text{Ampère}}$ ≡ cercle centré sur z et passant par M, il vient (Γ est orienté suivant $+\vec{u}_\theta$)

$\oint \vec{B}\cdot\vec{d\ell} = B(r,z)\,2\pi r$

et $I_e = N i_1(t) + i(t)$

D'où $\vec{B} = \mu_0 \frac{N i_1(t) + i(t)}{2\pi r}\,\vec{e}_\theta$

15 $\phi_{\vec{B}\,1\text{spire}} = \iint_{1\text{spire}} \mu_0 \frac{N i_1(t) + i(t)}{2\pi r}\,dr\,dz$

$\phi_{1\text{spire}} = \frac{\mu_0}{2\pi}(N i_1 + i)\,c\,\ln\frac{b}{a}$

pour tout le bobinage, les spires étant toutes identiques :

$\phi_T = N\,\phi_{1\text{spire}} = \frac{\mu_0}{2\pi}(N^2 i_1 + N i)\,c\ln\frac{b}{a}$

Comme $\phi_T = L i_1 + M i_2$, il vient

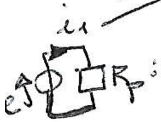
$$L = \frac{\mu_0 N^2}{2\pi} c \ln \frac{b}{a}$$ ③

$$M = \frac{\mu_0 N}{2\pi} c \ln \frac{b}{a}$$

16 N rectangles de côtés c et $b-a$
↓ 2 côtés ↳ 2 côtés.

$$L = 2dN(b-a+c)$$

17 Faisons un schéma équivalent;



: $e = -\frac{d\phi}{dt} = R_p i_1$ et $\frac{d\phi}{dt} = L\frac{di_1}{dt} + Mi.$

d'où $R_p i_1 + L\frac{di_1}{dt} + M di/dt$

en RSF $R_p \underline{I_1} + jL\omega \underline{I_1} + jM\omega \underline{I} = 0$

et donc $\underline{H} = -\frac{jM\omega}{R_p + jL\omega}$

18. Si $R_p \ll L\omega$ alors

$$\underline{H} \sim -\frac{M}{L} = -\frac{1}{N}.$$ D'où

$i_1 = -\frac{i}{N}$; on peut donc mesurer un courant i N fois plus grand que i_1 en mesurant i_1 et non i...

II Conducteur ohmique torique ④

6 ε_0 est la permittivité (di)électrique du vide; $F.m^{-1}$.

7 $\text{div}\,\vec{E} = \rho/\varepsilon_0$ et $\vec{j} = \gamma\vec{E}$ d'où

$\text{div}\,\vec{j} = \frac{\gamma}{\varepsilon_0}\rho$. De plus

$\text{div}\,\vec{j} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$ d'où

$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\gamma}{\varepsilon_0}\rho = 0$. En intégrant

% à t en un point M qcq de l'espace : $\rho = \rho(M,0)\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

avec $\tau = \frac{\varepsilon_0}{\gamma} \simeq 10^{-19}$ s. Donc

ρ est nul "instantanément", $\forall T$ en fait...

8. $j_D = \varepsilon_0 \left\|\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right\| \sim \varepsilon_0\frac{E}{T}$ et $j = \gamma E$

Donc $\gamma E \gg \varepsilon_0\frac{E}{T}$ ce qui est toujours le cas (cf. ci-dessus)

9 En régime stationnaire $\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = \vec{0}$ donc $\vec{\text{rot}}\,\vec{E} = \vec{0}$ et $\exists V / \vec{E} = -\vec{\text{grad}}\,V$.

(5)

Donc, $\mathrm{div}\,\vec{E} = \rho/\varepsilon_0$ devient, avec $\rho = 0$,

$\Delta V = 0$ (on peut repartir directement de l'équation de Poisson).

10. On a donc $\dfrac{d^2V}{d\theta^2} = 0$, soit

avec $V(0) = U$ et $V(\alpha) = 0$,

$V = U\,\dfrac{\alpha - \theta}{\alpha}$ en intégrant.

Avec $\vec{E} = -\,\vec{\mathrm{grad}}\,V$ et $\vec{j} = \gamma\vec{E}$:

$$\vec{j} = \frac{\gamma U}{\alpha} \cdot \frac{\vec{u}_\theta}{r}$$

11. $I = \displaystyle\iint_{0\,a}^{c\,b} \frac{\gamma U}{\alpha}\,\frac{\vec{u}_\theta}{r} \cdot dr\,dz\,\vec{u}_\theta$

soit $I = \dfrac{\gamma U}{\alpha}\,c\,\ln\dfrac{b}{a}$ soit

$I = \dfrac{U}{R}$ avec $R = \dfrac{\alpha}{\gamma c}\,\dfrac{1}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$

12. $R = \dfrac{L}{\gamma S}$, cf cours.

. si a et b sont proches, on écrit

$\ln\left(\dfrac{b}{a}\right) = \ln\left(\dfrac{a+b-a}{a}\right) = \ln\left(1 + \dfrac{b-a}{a}\right) \simeq \dfrac{b-a}{a}$,

(6)

car $\dfrac{b-a}{a} \ll 1$.

D'où $R = \dfrac{\alpha}{\gamma c} \cdot \dfrac{a}{(b-a)}$

or $S = (b-a)c$ et $a\alpha$ correspond à la longueur du tronçon soit L et on a bien

$$R = \frac{L}{\gamma S}$$