

Le sujet est constitué de 4 extraits de concours, à rédiger sur des feuilles séparées svp.

Premier sujet: D'après CCS PSI 2015

L'extrait de problème ci-dessous s'intéresse à la corrosion et à la protection d'un alliage utilisé dans l'industrie aéronautique

L'hétérogénéité de l'alliage 2024 entraîne l'existence de contacts entre des zones riches en aluminium et des zones riches en cuivre. Ceci peut conduire à une corrosion localisée susceptible de créer des micro-cavités au sein de la structure métallique de l'avion. Pour étudier ce phénomène, des chercheurs ont élaboré un matériau modèle, représenté dans la figure 16, formé de deux cylindres concentriques l'un en aluminium et l'autre en cuivre.

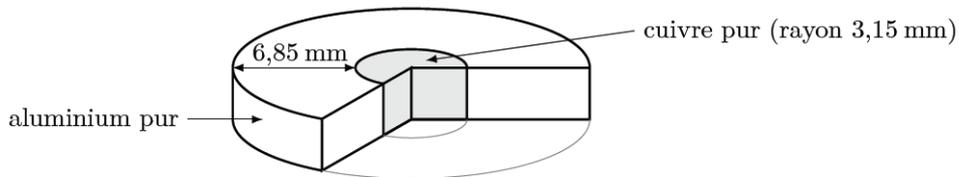


Figure 16 Coupe du matériau binaire cuivre-aluminium

Après 24 heures d'immersion dans une solution aqueuse adaptée, ce matériau fait apparaître une micro-crevasse, signe d'une dissolution locale de métal, et un dépôt de cuivre à la surface de l'aluminium (voir figure 17).

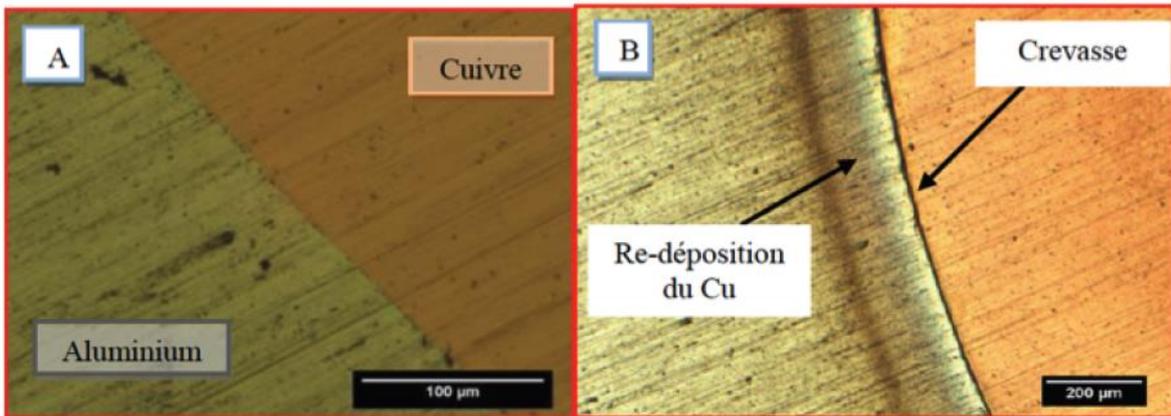


Figure 17 État du matériau avant (A) et après (B) immersion pendant 24 h

L'objectif de cette sous-partie est de rendre compte d'un mécanisme probable pour ce phénomène. Le mécanisme proposé par les chercheurs a été schématisé dans la figure 18.

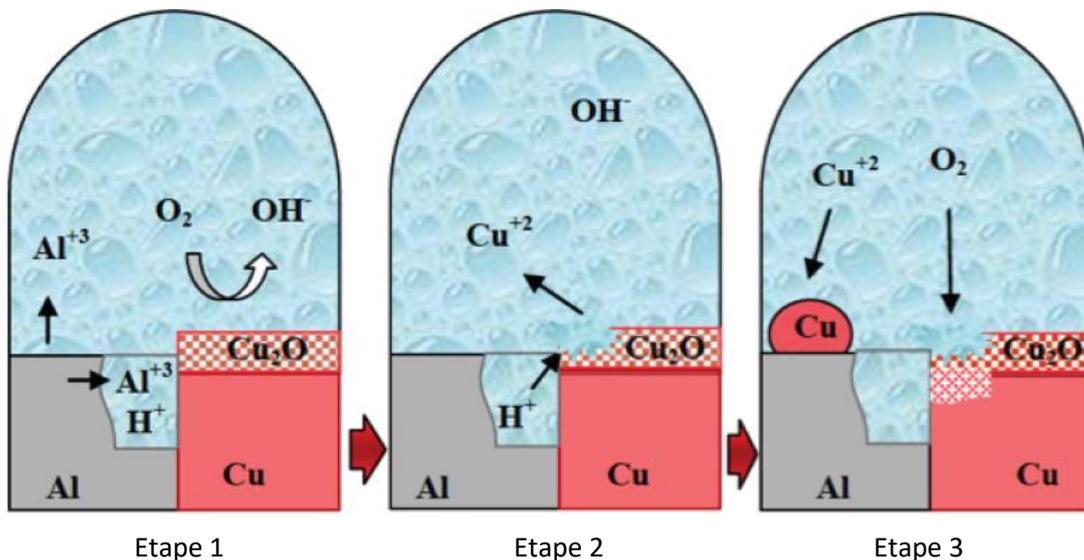


Figure 18 Mécanisme de corrosion localisée de l'aluminium

1. Corrosion galvanique de l'aluminium

Montrer que les indications et courbes ci-dessous permettent d'expliquer l'étape 1 du mécanisme ci-dessus ; identifier notamment l'anode et la cathode et écrire les demi-réactions qui s'y produisent.

- La surface de cuivre se recouvre spontanément d'une couche d'oxyde de cuivre (I) $\text{Cu}_2\text{O}_{(s)}$ au début de l'immersion.
- Les courbes courant-potential limitées aux portions mettant en jeu les espèces présentes dans le milieu sont représentées ci-dessous :

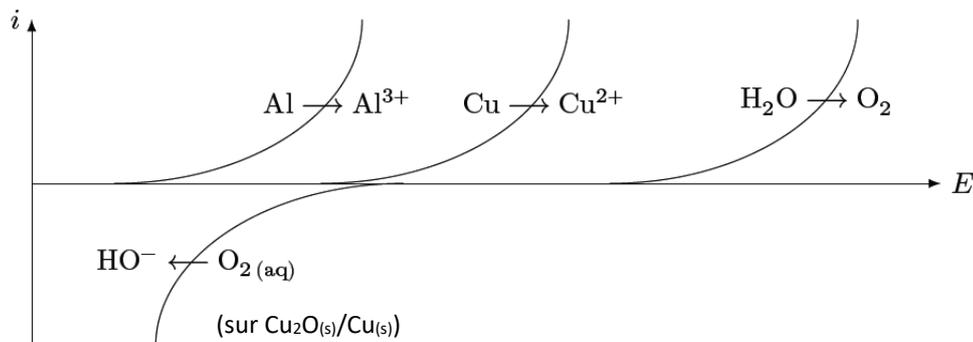


Figure 19

- Le cation Al^{3+} est en réalité présent sous forme $\text{Al}(\text{H}_2\text{O})_6^{3+}$, acide du couple $\text{Al}(\text{H}_2\text{O})_6^{3+} / \text{Al}(\text{H}_2\text{O})_5(\text{OH})^{2+}$, dont le pKa vaut 3.

2. Dissolution de l'oxyde de cuivre (I)

Le caractère confiné de la zone d'oxydation (cavité visible sur les figures 18)) empêche toute modération de l'acidification par la migration des OH^- depuis l'extérieur de cette cavité.

- Écrire l'équation de la réaction d'oxydo-réduction mettant en jeu les couples $\text{Cu}^{2+} / \text{Cu}_2\text{O}$ et $\text{O}_2(\text{aq}) / \text{H}_2\text{O}$.
- En déduire que l'acidification locale du milieu rend favorable la formation des ions Cu^{2+} .

3. Redéposition du cuivre

Les portions de courbes courant-potential associées aux espèces présentes sont reproduites figure 20. Justifier le dépôt de cuivre à la surface de l'aluminium.

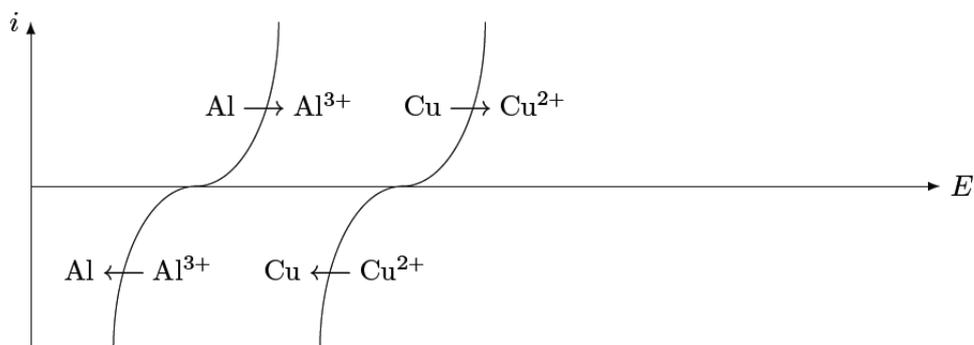


Figure 20

La réaction est-elle directe ou correspond-t-elle à une pile de corrosion ?

4. Conclusions

Les analyses faites ci-dessus sont-elles en accord avec les étapes de la figure 18 ? Discuter notamment de l'attaque du cuivre dans l'étape 3.

Commenter les photos de la figure 17.

5. Protection contre la corrosion

Une couche d'alumine, $\text{Al}_2\text{O}_3(\text{s})$, barrière contre la corrosion, peut se former à la surface de l'aluminium et ainsi protéger le métal. Il est d'usage d'augmenter l'épaisseur de cette couche

au moyen d'une électrolyse pour en améliorer l'efficacité. La figure 21 reproduit la courbe courant surfacique (I) – potentiel (E) acquise avec une électrode de travail en aluminium plongeant dans une solution conductrice.

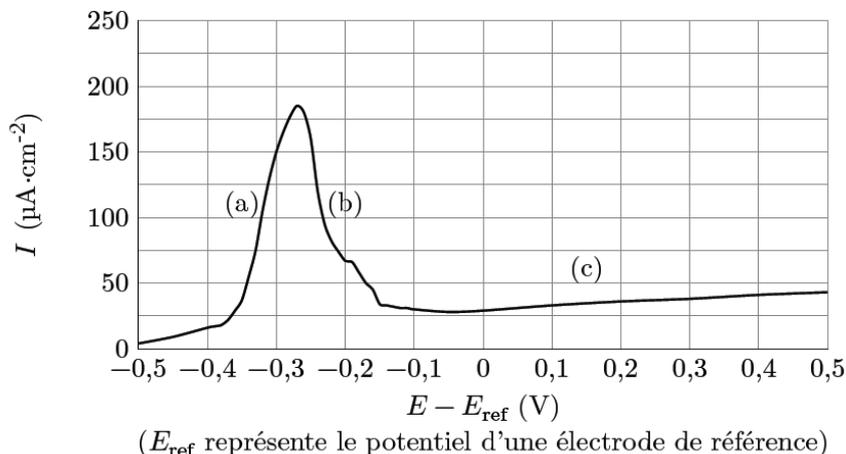


Figure 21 Courbes courant-potential avec une électrode de travail en aluminium

- Expliquer ce qui se produit à la surface de l'aluminium lors des phases (a) et (b). Proposer une explication au fait que l'intensité reste très faible lors de la phase (c).
- Lors de l'électrolyse, à quelle borne d'un générateur continu faut-il brancher la pièce en aluminium afin d'augmenter le dépôt d'alumine Al_2O_3 ? Justifier au moyen d'un schéma électrique.
- En fixant le potentiel de l'électrode d'aluminium à $-0,25$ V par rapport à l'électrode de référence, déterminer l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la couche d'alumine obtenue au bout d'une heure de fonctionnement.

Données à 298 K.

	O	Al	Cu
Numéro atomique	8	13	29
Masse molaire ($\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)	16,0	27,0	63,5
Rayon métallique (pm)		143	128

Densité de l'alumine Al_2O_3 : $d = 4$.

Constantes

Constante d'Avogadro $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Constante de Faraday $F = 96,5 \times 10^3 \text{ C}\cdot\text{mol}^{-1}$

Constante des gaz parfaits $R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$

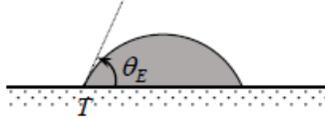
Potentiels standard d'oxydoréduction

Couple	Al^{3+}/Al	$\text{H}^+/\text{H}_2(\text{g})$	Fe^{2+}/Fe	Cu^{2+}/Cu	$\text{S}_4\text{O}_6^{2-}/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$	I_2/I^-	$\text{NO}_3^-/\text{NO}(\text{g})$	$\text{O}_2(\text{g})/\text{H}_2\text{O}$
E° (V)	-1,66	0,00	-0,44	0,34	0,080	0,62	0,96	1,23

DS 3

2 CCINP PC 2021, partie 3

Grâce à des effets de surface (non étudiés dans ce DS), une goutte d'eau au contact d'une surface plane peut y rester accrochée. C'est notamment le cas des gouttes de pluie sur une vitre ou un pare-brise. Mais certaines surfaces sont connues pour laisser glisser très facilement l'eau de pluie. L'exemple le plus connu est celui des feuilles de lotus.



À l'image de la constitution de celle-ci, rendre la surface rugueuse par l'adjonction de micro-textures a permis d'observer à l'échelle macroscopique des angles de contact apparent pouvant avoisiner 180° . On parle alors de superhydrophobie ou encore d'effet lotus.

Fig 1 angle de contact d'une goutte d'eau

L'étude d'écoulements au sein de microsystèmes, c'est-à-dire de canaux de taille de l'ordre de quelques dizaines de micromètres, présente aujourd'hui un enjeu industriel majeur. Des recherches portent sur l'utilisation de surfaces hydrophobes texturées pour lesquelles l'expérience met en évidence des propriétés de glissement des liquides à l'échelle de la microfluidique, donc une réduction des effets de friction de l'écoulement sur les parois solides.

On propose dans cette sous-partie d'étudier l'influence du glissement d'un liquide sur une paroi solide dans le cas d'un écoulement de Poiseuille plan.

Le liquide considéré est assimilé à un fluide newtonien de masse volumique ρ et de viscosité dynamique η . L'écoulement est stationnaire, incompressible et unidirectionnel. Il s'effectue entre deux plans, fixes dans le référentiel d'étude galiléen, de longueur L selon \vec{u}_x , de largeur considérée comme infinie selon \vec{u}_y , situés en $z = -h/2$ et $z = +h/2$ (**figure 9**).

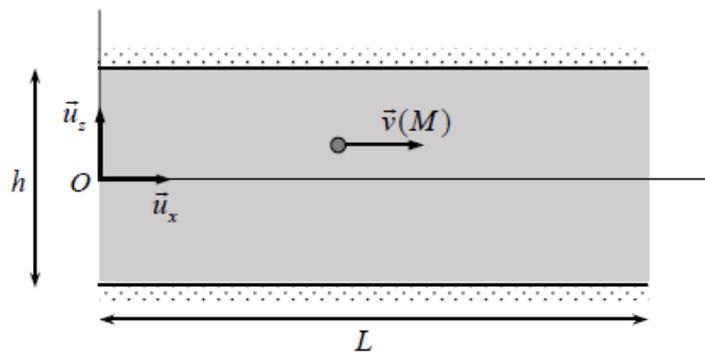


Figure 9 - Écoulement dans un canal rectangulaire (écoulement de Poiseuille plan)

L'écoulement est induit par un gradient de pression horizontal, appliqué parallèlement à la direction \vec{u}_x , de la forme $\frac{\partial P}{\partial x} = -K$ où K est une constante positive. Les effets de la pesanteur sont par ailleurs négligés. Dans ces conditions, le champ des vitesses en tout point M entre ces deux plans est de la forme $\vec{v}(M) = v_x(z)\vec{u}_x$

Données viscosité dynamique de l'eau à 20°C sous 1 bar : $\eta = 1,00 \times 10^{-3}$ Pa.s

Q30. Rappeler le sens de l'accélération locale et du terme convectif présent dans l'expression de l'accélération de la particule de fluide. (sens en terme de signification)

Q31. Démontrer que la densité volumique de forces de pression s'écrit

$$\vec{f}_{v,p} = -\vec{\text{grad}}(P)$$

Q32. Montrer que la résultante des forces de viscosité s'exerçant sur la particule de fluide s'écrit:

$$\vec{f}_{v,v} = \eta \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \vec{u}_x$$

Q33. Calculer le nombre de Reynolds Re pour un écoulement d'eau dans un canal d'une hauteur de $10\mu\text{m}$ à une vitesse typique de $1\text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$. Comment se simplifie dans ces conditions l'expression de l'accélération?

Q34. Justifier que la forme supposée du champ des vitesses (écoulement parallèle) conduit à la même simplification et ce, indépendamment de la valeur du nombre de Reynolds.

Q35. Montrer finalement que l'équation du mouvement se réduit ici à : $-\frac{\partial P}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} = 0$.

l'équation du mouvement est appelée équation de Navier-Stokes en mécanique des fluides

La condition de non glissement habituellement adoptée dans les écoulements à une échelle macroscopique suppose la vitesse relative liquide-solide nulle. L'existence d'un glissement observé à l'échelle micrométrique impose de fait une modification des conditions aux limites pour le champ des vitesses en $z = \pm h/2$. Navier puis Maxwell ont proposé d'écrire ces conditions sous la forme :

$$v_x(z = +h/2) = -L_g \left. \frac{\partial v_x}{\partial z} \right|_{z=+h/2} \quad \text{et} \quad v_x(z = -h/2) = +L_g \left. \frac{\partial v_x}{\partial z} \right|_{z=-h/2}$$

où la longueur L_g est appelée longueur de glissement.

Q36. Dédire de ces conditions aux limites que $v_x(z) = \frac{KL_g h}{2\eta} + \frac{K}{2\eta} \left(\frac{h^2}{4} - z^2 \right)$.

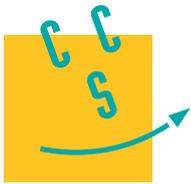
Q37. Déterminer les positions théoriques z_0 des plans au niveau desquels le champ des vitesses devrait s'annuler. Dans l'hypothèse où $L_g \ll h$, montrer que $L_g = |z_0| - \frac{h}{2}$. Justifier alors l'appellation longueur de glissement attribuée à la longueur L_g .

Q38. Exprimer le débit volumique D_v à travers une section droite comprise entre les deux plans et de largeur ℓ selon \vec{u}_y .

Q39. Exprimer K en fonction de L et de la perte de charge $\Delta P = P(0) - P(L)$ imposée entre l'entrée ($x = 0$) et la sortie ($x = L$) du canal.

Q40. En déduire que $\Delta P = R_h D_v$. Donner l'expression de R_h en fonction de η , L_g et des dimensions du canal. Justifier par une analogie électrique le nom de « résistance hydraulique » qu'on lui donne.

Q41. En considérant que $L_g/h = 0,5$, calculer le rapport $R_h/R_{h,ng}$ où $R_{h,ng}$ désigne la résistance hydraulique en l'absence de glissement ($L_g = 0$). Conclure.



Le feu et l'eau

Le 15 avril 2019, un violent incendie s'est déclaré dans la cathédrale de Notre-Dame de Paris. La charpente constituée de milliers de poutres provenant de chênes centenaires a entièrement brûlé, la flèche réalisée en plomb s'est effondrée et la structure a été endommagée. Ce sujet traite quelques points concernant cet incendie. Il est constitué de trois parties.

Certaines questions peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une barre en marge. Il est alors demandé d'explicitier clairement la démarche et les choix effectués et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

Certaines données numériques sont regroupées en fin d'énoncé.

Seule la partie III est étudiée.

III L'eau

III.A – Extinction du feu

Comme évoqué en première partie, éteindre un feu nécessite la suppression d'un élément du triangle du feu : le combustible, le comburant ou l'apport d'énergie nécessaire à l'amorçage de la combustion. L'eau, par ses deux effets, permet d'agir sur deux des éléments du triangle du feu :

- l'eau présente une grande capacité thermique et une enthalpie de vaporisation élevée, elle utilise de l'énergie pour se vaporiser. Elle peut donc « refroidir » le feu ;
- l'eau vaporisée remplace partiellement l'air, et donc le dioxygène, à proximité des gaz de pyrolyse et des flammes.

On admet que la molécule d'eau ne se décompose pas en H_2 et O_2 à haute température.

Q 35. Quelle est l'énergie nécessaire pour vaporiser à pression constante 1 kg d'eau initialement à $15\text{ }^\circ\text{C}$ et de température finale $800\text{ }^\circ\text{C}$?

Q 36. Les pompiers appellent *puissance d'un feu* l'énergie thermique qu'il dégage chaque seconde. On constate que, pendant l'aspersion d'eau, seulement un tiers de l'eau se vaporise. Estimer dans ce cas la puissance de feu que peut traiter une lance de débit $500 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$. Dans le cas de l'incendie de Notre-Dame, les pompiers ont estimé que la puissance du feu a atteint 1500 MW . Commenter.

Q 37. Estimer la quantité d'eau réellement évaporée par minute, toujours pour un débit de $500 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$. En déduire le volume de vapeur d'eau produit par minute.

III.B – Lances à incendie

Pour éteindre les feux, les pompiers utilisent des lances à incendie, reliées à de longs tuyaux acheminant l'eau depuis des fourgons ou des moto-pompes. Ces lances permettent de régler le débit et la forme du jet. Lors de l'incendie de Notre-Dame de Paris, le débit Q des lances utilisées était de l'ordre de $500 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$ et le diamètre d de 70 mm .

Q 38. Estimer la valeur de la vitesse d'éjection V_e du jet arrosant la charpente du chevet de la cathédrale situé le plus en avant sur la photographie présentée figure 6. On admettra que cette image ne présente pas de déformation de perspective.



Figure 6 Photographie du chevet (côté Est) de Notre-Dame de Paris le soir de l'incendie

Q 39. Comparer la valeur de V_e à la vitesse de l'eau dans le tuyau et expliquer la différence observée.

L'eau utilisée est pompée dans un camion-citerne ou fourgon-pompe stationné sur la route (figure 7). On appelle $\Delta P = P_p - P_l$, la différence de pression entre la sortie de la pompe (pression P_p) et l'extrémité de la lance (pression P_l).

Q 40. En supposant le fluide parfait, quelle doit être, en régime permanent, la différence de pression pour que l'eau arrive au niveau d'une nacelle située à 30 m de hauteur ?

En réalité, l'eau est visqueuse ; il est nécessaire de prendre en compte des frottements sur la paroi interne des tuyaux.

Q 41. Pour le débit des lances étudiées, l'écoulement dans les tuyaux est-il laminaire ou turbulent ?

Les frottements induisent une perte de charge (diminution de pression) lors du passage dans les tuyaux. La perte de charge linéique, notée J , est donnée par la formule de Darcy-Weisbach

$$J = f \frac{\rho V^2}{2d}$$

où d est le diamètre intérieur du tuyau, V la vitesse moyenne du fluide, ρ sa masse volumique et f un facteur pouvant dépendre du nombre de Reynolds et de la rugosité relative ε/d .

Q 42. Quelle est la dimension du facteur f ?

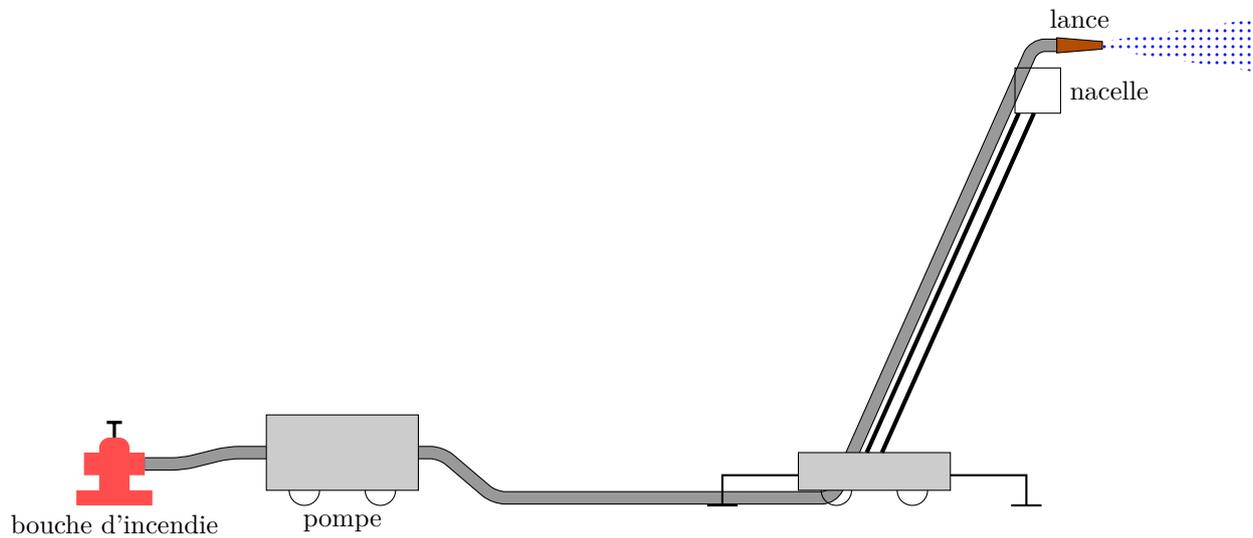


Figure 7 Schéma d'acheminement de l'eau depuis la prise d'eau jusqu'à la nacelle

Pour un écoulement laminaire, le facteur f vaut $f = 64/R_e$ où R_e est le nombre de Reynolds de l'écoulement. Si l'écoulement est turbulent, on utilise la formule de Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon/d}{3,7} + \frac{2,51}{R_e \sqrt{f}} \right)$$

où ε est la rugosité, c'est-à-dire la dimension moyenne des aspérités de la paroi interne du tuyau. Cette formule de Colebrook n'est pas soluble littéralement et les pompiers utilisent des abaques ou des tableaux qui donnent les pertes de charge. Le tableau 2 donne les pertes de charge en fonction du débit et de la longueur d'un tuyau de diamètre 70 mm.

Débit (L·min ⁻¹)	Longueur (m)										
	40	80	100	120	160	200	240	280	320	360	400
125	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
250	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6
375	0,1	0,2	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,9	1,0	1,1	1,2
500	0,2	0,4	0,55	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2
675	0,4	0,8	1,0	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2	3,6	4,0
750	0,5	1,0	1,2	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
875	0,7	1,3	1,7	2,0	2,7	3,4	4,0	4,7	5,4	6,1	6,7
1000	0,9	1,8	2,2	2,6	3,5	4,4	5,3	6,2	7,0	7,9	8,8
1250	1,4	2,8	3,4	4,1	5,5	6,9	8,3	9,6	11,0	12,4	13,8
1500	2,0	4,0	5,0	5,9	7,9	9,9	11,9	13,9	15,8	17,8	19,8

Tableau 2 Pertes de charge (en bar) en fonction du débit Q et de la longueur L pour un tuyau de diamètre $d = 70$ mm

Q 43. D'après le tableau 2, le facteur f de la relation de Darcy dépend-il de la longueur du tuyau pour un débit de 500 L·min⁻¹ ?

Q 44. Exploiter la formule de Colebrook afin de calculer la rugosité relative, ε/d , d'un tuyau de 70 mm pour un nombre de Reynolds de $1,5 \times 10^5$. Commenter.

Q 45. Quelle doit être la différence de pression ΔP si le tuyau qui alimente la lance en haut de la nacelle a une longueur totale de 200 m ? Peut-il y avoir d'autres causes de perte de charge ?

Q 46. En s'aidant d'un bilan de puissance, déterminer la puissance électrique minimale à fournir à la pompe pour obtenir une pression à la lance $P_l = 6$ bar et un débit de 500 L·min⁻¹ dans les conditions décrites plus haut (hauteur de la nacelle 30 m, longueur du tuyau 200 m). On supposera que la pression d'alimentation de la pompe est de 1 bar (en réalité elle peut aller jusqu'à 16 bar pour les bouches d'incendie).

Q 47. L'incendie a duré 15 heures et a mobilisé plus de 500 pompiers, appuyés par 18 lances supposées toutes identiques et de même débit 500 L·min⁻¹. Toutes les lances n'ont pas été en action pendant cette durée. En admettant que les lances ont été utilisées à leur maximum pendant 2 heures, quelle quantité d'eau a été déversée sur Notre-Dame ?

Données

elles ne sont pas forcément toutes utiles

Constantes et conversions de quelques unités

Constante des gaz parfaits	$R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
Constante d'Avogadro	$N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Planck	$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Charge élémentaire	$e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
Accélération normale de la pesanteur terrestre	$g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
Le faraday	$1 \text{ F} = 9,65 \times 10^4 \text{ C}\cdot\text{mol}^{-1}$
La minute d'arc	$1' = 1/60^\circ$

Données atomiques

Élément	H	C	O	Pb
Numéro atomique	1	6	8	82
Masse molaire ($\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)	1,0	12,0	16,0	207,2

Données thermodynamiques et autres caractéristiques

Viscosité dynamique de l'eau (supposée indépendante de la température) : $\eta = 1,0 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$.

Masses volumiques dans les conditions usuelles de températures et de pression :

eau liquide	$1,0 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
air	$1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$

Capacités thermiques dans les conditions usuelles de températures et de pression (on admet que ces grandeurs ne dépendent pas de la température)

eau liquide	$c_P = 4180 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
eau vapeur	$c_P = 1850 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
air sec	$c_P = 1005 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
air saturé en vapeur d'eau	$c_P = 1030 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

Enthalpie massique standard de vaporisation de l'eau à 100°C : $\Delta_{\text{vap}}H^\circ = 2257 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$

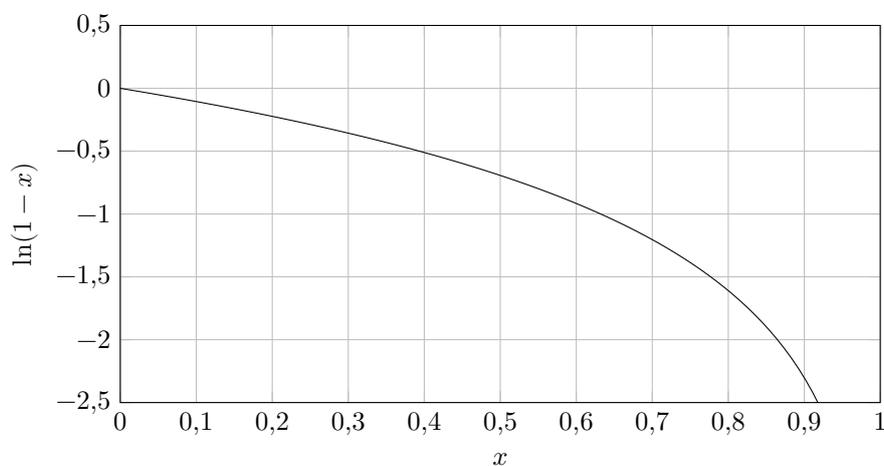
Données spécifiques à l'élément plomb et description de quelques oxydes

Numéro atomique	82
Masse molaire	207,2 g·mol ⁻¹
Masse volumique	11,35 g·cm ⁻³
États d'oxydation	2 et 4
Température de fusion	327 °C
Température d'ébullition	1749 °C
Enthalpie molaire de fusion $\Delta_{\text{fus}}H^\circ$	4,9 kJ·mol ⁻¹

toutes ne sont pas
nécessairement utiles

Type	Couleur	Masse volumique (kg·m ⁻³)	Évolution
PbO	jaune (litharge)	9500	décomposition entre 300 °C et 400 °C en Pb ₃ O ₄
Pb ₃ O ₄	orange (minium)	9100	fusion et décomposition après 500 °C
PbO ₂	noir	9380	fusion et décomposition à 290 °C en Pb ₃ O ₄ puis PbO
PbCO ₃	blanc (céruse)		instable au-dessus de 400 °C en PbO, CO et CO ₂

Représentation graphique de la fonction $\ln(1-x)$



La cathédrale Notre-Dame de Paris

Principales dimensions de l'édifice :

longueur	127 m
largeur	48 m
superficie intérieure	4800 m ²
hauteur des tours	69 m
hauteur de la flèche	96 m
hauteur de la façade sans les tours	45 m
hauteur estimée de chaque arc-boutant	30 m

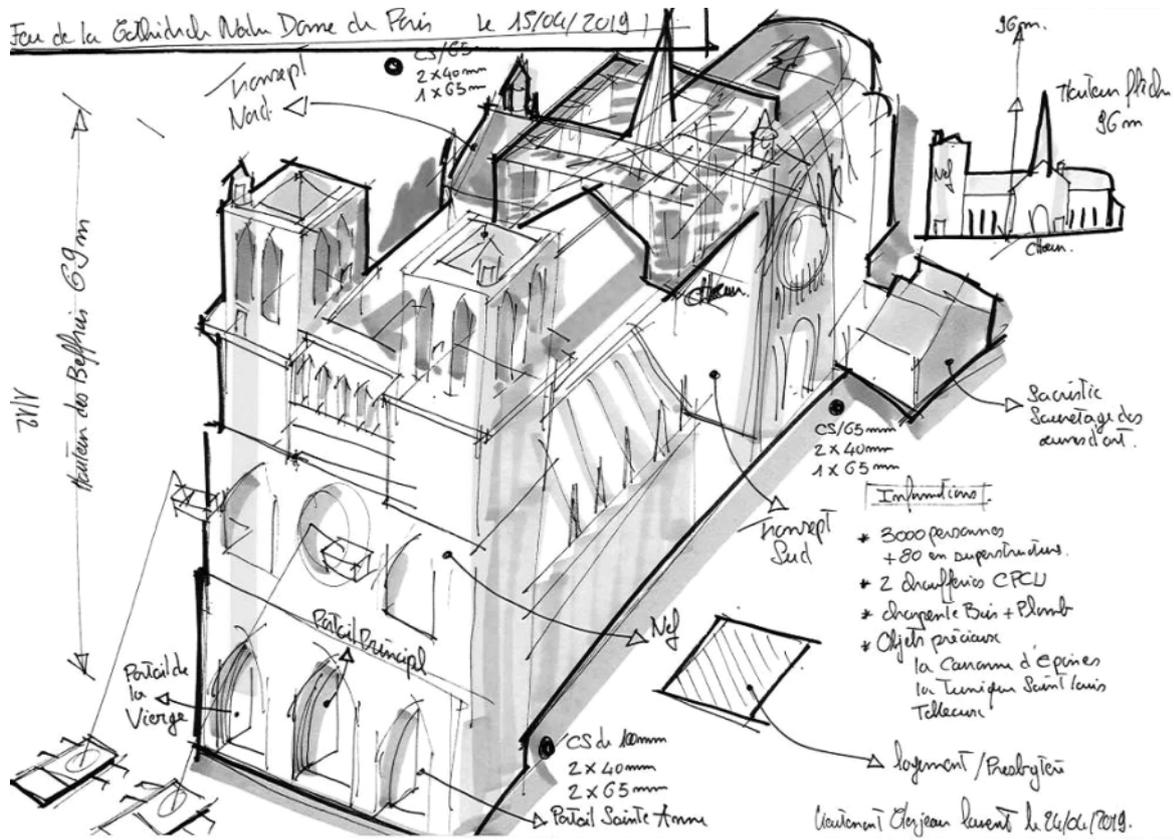


Schéma réalisé par le dessinateur de la Brigade des Sapeurs-Pompiers de Paris. Les marques circulaires noires indiquent les positions des pieds des échelles coulissantes porte-nacelles ou BEA (bras élévateurs aériens).

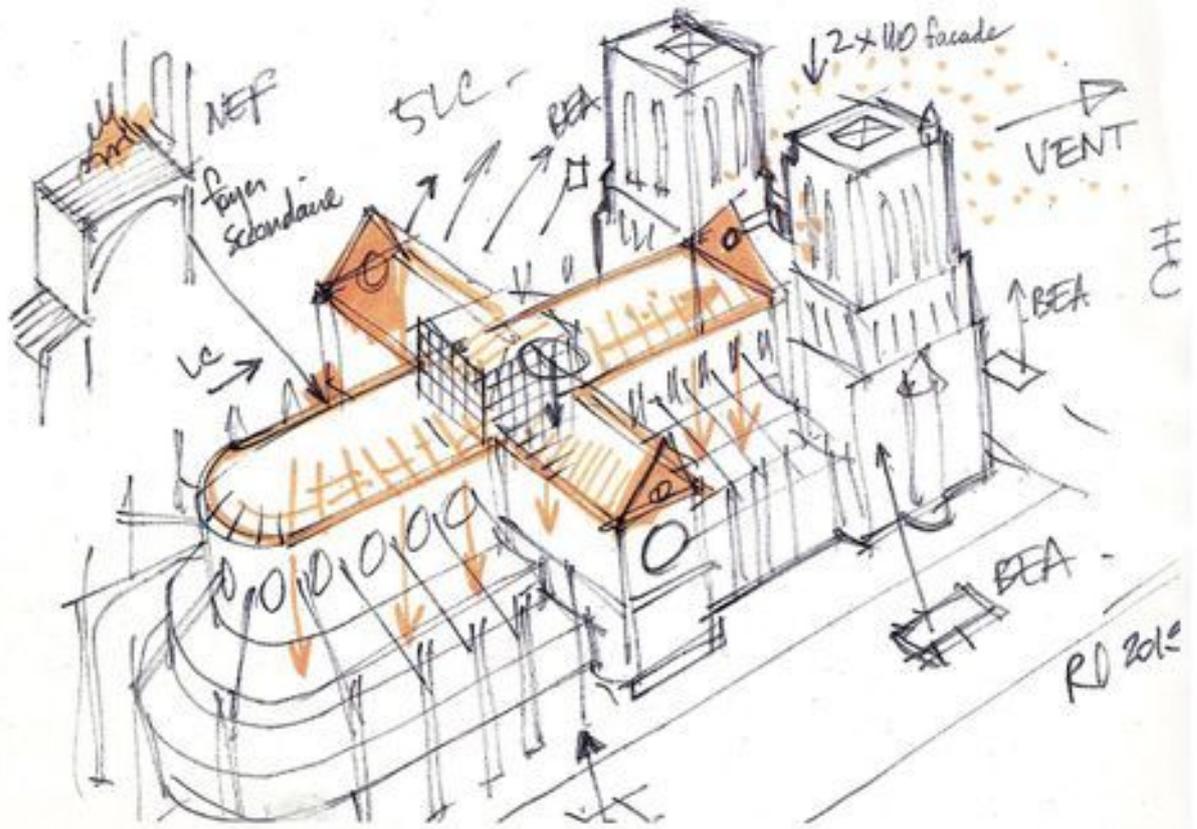
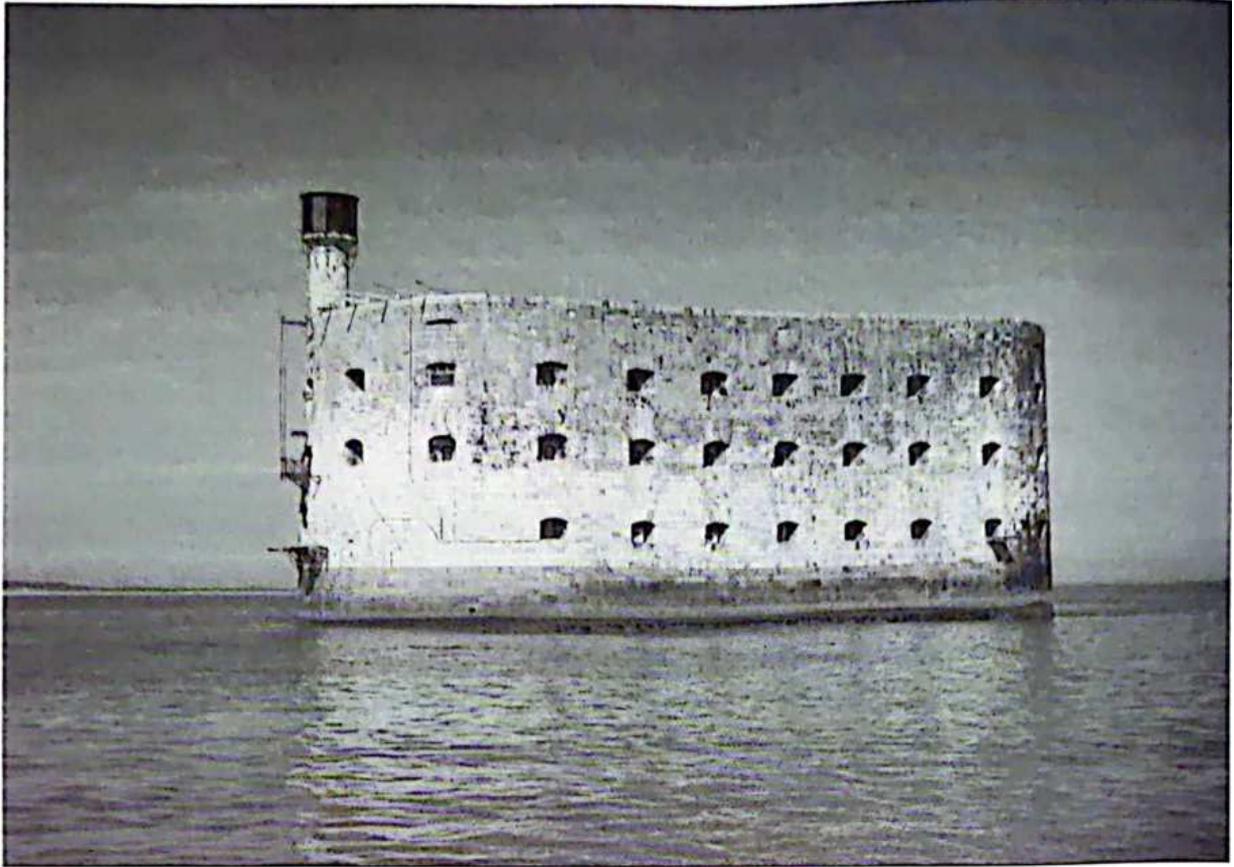


Schéma de la cathédrale réalisé lors de l'incendie par René Dosne, pompier retraité.

• • • FIN • • •

FORT BOYARD



Le fort Boyard est une ancienne fortification militaire située au large des côtes de La Rochelle entre l'île d'Aix et l'île d'Oléron. La construction s'achève en 1857 avec pour objectif initial de défendre la rade contre les anglais. Vite devenu inutile, il est transformé en prison avant d'être abandonné. En 1990, il retrouve une utilité grâce à l'émission Fort Boyard que l'on ne présente plus.

Ce sujet comprend quatre parties indépendantes, en lien avec l'émission Fort Boyard.

Problème 1 : Mégagaf

Dans cette épreuve, après une démonstration de Mégagaf (Vincent Lagaffe), un des candidats doit s'élever, à l'aide d'un flyboard, à environ cinq mètres de la surface de l'eau afin d'attraper la clé suspendue dans les airs (figure 1).



FIGURE 1 – Mégagaf et son flyboard

I. Présentation du système

Un flyboard est une plateforme sur laquelle les pieds d'un individu sont fixés et qui est composée :

- d'un tuyau de section S_e amenant jusqu'au flyboard de l'eau pompée par un jetski situé plus loin à la surface de l'eau ;
- de deux tuyères de section S_s évacuant l'eau à grande vitesse vers le bas dans l'air extérieur à la pression uniforme P_0 (indépendante de z).

Dans toute la suite, on adopte les notations et la géométrie simplifiée de la figure 2 sur laquelle le tuyau central, beaucoup plus long si on respecte l'échelle, a été tronqué par aspect pratique, mais il fait partie du système.

On ne s'intéresse pas au système de pompage (jetski) et on suppose que l'eau est propulsée depuis la surface de l'eau ($z = 0$) à la vitesse \vec{v}_e et à la pression P_e .

L'eau est considérée comme un fluide parfait homogène incompressible de masse volumique μ .

On note :

- M_{eau} la masse d'eau contenue dans le dispositif flyboard (ensemble des tuyaux) ;
- $M = M_c + M_{\text{fly}}$ la masse de l'ensemble { candidat + flyboard (sans l'eau qu'il contient) } ;
- $v_e = \|\vec{v}_e\|$ la vitesse de l'eau à l'entrée du flyboard ;
- $v_s = \|\vec{v}_s\|$ la vitesse de l'eau à la sortie du flyboard.

II. Vitesse d'expulsion nécessaire à l'équilibre

Q1. Peut-on appliquer le principe fondamental de la dynamique (deuxième loi de Newton) au système { candidat + flyboard + eau qu'il contient } ? Justifier.

On désire effectuer un bilan de quantité de mouvement pour le système $\Sigma^* = \{ \text{eau contenue dans le flyboard} \}$, grisé et délimité par les pointillés dans la figure 2. Pour ce faire, on se place en régime stationnaire et on suppose le candidat en équilibre à l'altitude $H = 5$ m.

Q2. Que signifie concrètement, pour les grandeurs v_e , v_s , S_e et S_s , le fait de se placer en régime stationnaire ?

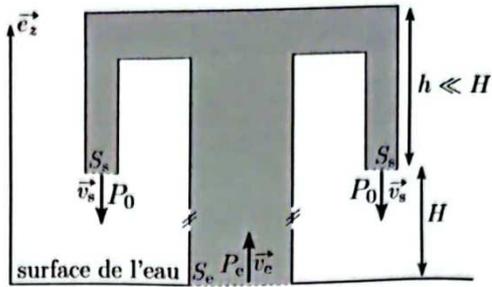


FIGURE 2 – Schématisation du flyboard

- Q3.** Définir le système fermé Σ correspondant au système ouvert Σ^* en précisant sa composition à l'instant t et à l'instant $t + dt$.
- Q4.** Rappeler la définition générale du débit volumique D_v et justifier qu'il se conserve ici le long de l'écoulement. En déduire deux expressions de D_v en fonction de v_e , v_s , S_e et S_s .
- Q5.** Effectuer le bilan de quantité de mouvement en projection sur \vec{e}_z . En notant $F \vec{e}_z$ la force exercée **par l'eau sur les parois** intérieures du flyboard, montrer que :

$$F = P_e S_e + 2P_0 S_s - M_{\text{eau}} g + \mu D_v^2 \alpha$$

où α est une constante dont on déterminera l'expression en fonction de S_e et de S_s .

- Q6.** Après avoir vérifié toutes les hypothèses nécessaires, appliquer le théorème de Bernoulli entre deux points à préciser afin d'exprimer P_e en fonction de P_0 , μ , g , H , D_v , S_e et de S_s .
- Q7.** Dédire des trois questions précédentes que :

$$F = P_0(2S_s + S_e) - M_{\text{eau}} g + \mu g H S_e + \mu D_v^2 \beta$$

où β est à expliciter en fonction de S_e et de S_s .

La masse d'eau contenue dans le flyboard se décompose en deux parties :

- première partie : la masse d'eau contenue dans le tube d'alimentation de hauteur H et de section S_e ;
- deuxième partie : la masse d'eau contenue dans les tuyaux de la plateforme, à une distance h sous les pieds du candidat.

Puisque l'on s'intéresse à un vol stationnaire à une altitude de cinq mètres, on a $H \gg h$ et on néglige donc la masse d'eau contenue dans cette deuxième partie.

- Q8.** Donner l'expression de M_{eau} en fonction de H . En déduire une expression simplifiée de F .
- Q9.** Appliquer le PFD, toujours en projection sur \vec{e}_z au système { candidat + flyboard (sans l'eau qu'il contient) } considéré comme étant à l'équilibre à l'altitude H dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Montrer que le débit volumique $D_{v,\text{éq}}$ permettant cet équilibre s'écrit :

$$D_{v,\text{éq}} = \sqrt{\frac{Mg}{\mu\beta}}$$

- Q10.** L'application numérique donne $D_{v,\text{éq}} = 6,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. En déduire les valeurs numériques de v_e et de v_s à $0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ près, avec $S_e = 80 \text{ cm}^2$ et $S_s = 25 \text{ cm}^2$.

Fin de la partie étudiée