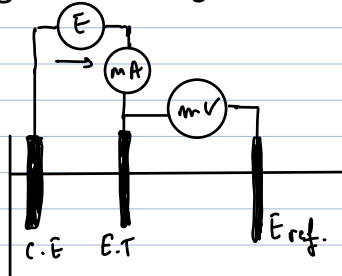


I.3 Recupérat° de l'ur résiduel

7. rem: la réduction a lieu sur la cathode, la branche cathodique correspond à $i < 0$

Il s'agit de monter c 3 électrodes:

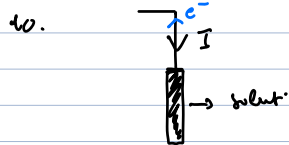


rem: choisir $i_a > 0$ (et $i_c < 0$) revient à
branche E (→) vers E.T

8. Afin de porter le moins possible la mesure de $E(E.T. - E.ref.)$ il faut $Z_E(\omega) \rightarrow 0$

Les valeurs typiques st de l'ordre de 17Ω

9. Les ions $Au(CN)_2^-$ se réduisent en $Au(s)$ selon: $Au(CN)_2^- + e^- \rightleftharpoons Au(s) + 2CN^-$



on retrouve le remarque de Q7. Le sens du courant est imposé par le générateur conventionnellement branché vers l'ET.

$I > 0$: oxydat° sur ET (et l'inverse sur CE)

$I < 0$: réduct°

11. Le courant est < 0 , donc il se doit.

Pour répondre à la question, il faut calculer E_{eq} ($E / i = 0$) et voir si la valeur que le potentiel / $i \neq 0$ diffère de E_{eq} ou non.

E_{eq} est donné par la formule de Nernst: $E = E^0 + 0.06 \log \left(\frac{[Au(CN)_2^-]}{[CN^-]^2} \right)$

En l'absence de C , on suppose que $E_{eq} \approx E^0 \approx E_{Au}$

Le couple correspondant est donc rapide.

Si I et v sont on a une intensité i réduire la valeur du potentiel de la cathode pour en restant dans le zone d'élaboration du selant

si on peut redonner l'eau. Il peut aussi y avoir un pôle de diffusion.

12. $\vec{I} = I \cdot \vec{S}$. On lit sur la courbe $|J| = 7.6 \text{ mA} \cdot \text{cm}^{-2} = 76 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}$

la loi de Faraday dit que : $m = \frac{\pi I \Delta t}{n F} = \frac{\pi |J| S \Delta t}{n F}$ avec $n=1$ (cf Q9)

preuve : $dq = n F d\varphi \Rightarrow I \Delta t = n F \varphi_f = n F \frac{m}{\gamma} \Rightarrow m = \frac{\pi I \Delta t}{n F}$

13. Plus la surface est grande, plus le coût de récupération sera élevé (+ de déplacements...)

Partie II. Décantation : rem : la force de frottement est donnée par la formule de Stokes ce qui suppose l'écoulement laminaire.

II. Décantation statique

14. $\mathcal{P} = \{ \text{1 particule polluante, de masse } m = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 \}$

2^e loi de Newton ($\equiv$ pfd) à $\mathcal{P}$ dans R gelée

$$m \vec{a} = \sum \vec{f} \xrightarrow{\text{O}_3} m \frac{dv}{dt} = mg - \pi A - F \xrightarrow{Vl=gr} 0 = (m - m_e)g - 6\pi \eta r v$$

$$Vl = \frac{1}{6\pi \eta r} (\rho_0 - \rho_e) \frac{4}{3} \pi r^3 g = \frac{(\rho_0 - \rho_e) 2 g r^2}{9 \eta} > 0 \text{ car } \rho_0 > \rho_e$$

l'Eq du mouvement s'écrit $\frac{dv}{dt} + \frac{6\pi \eta r v}{m} = (1 - \frac{m_e}{m})g = g(1 - \rho_e/\rho_0)$

$$\tau = \frac{m}{6\pi \eta r} = \frac{2}{9} \frac{r^2 \rho_0}{\eta}$$

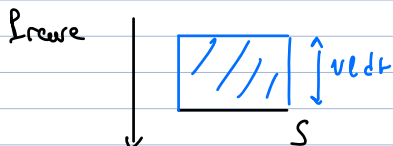
15. Invert tel que : $dN = \varphi_r dt = \iint_S \vec{J}_r \cdot d\vec{S} \cdot dt$

Le flux de $\vec{J}_r$ est donc le débit de particules à travers une sect. S

↑ convection ou diffusion

$\vec{J}_r$ en $\text{S}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ pour la diffusion ou la convection

On a : $\vec{J} = n(z) \vec{V}_e$



isolons par la pensée une sect. $S \parallel O_z$ dans la

base. Pendant dt , les dN particules qui

viennent traverser S st dans le volume $dV = dx S = S V_e dt$

Il y en a : $dN = n(z) dV = n(z) V_e S \cdot dt \Rightarrow \varphi = n(z) V_e S = \vec{J} \cdot \vec{S}$

16. Loi phénoménologique de Fick: $\vec{J}_D = -D \text{grad}(n)$ D en $\text{s}^{-1} \cdot \text{m}^2$ est le coefficient de diffusion

$\downarrow$ $\quad \quad \quad \downarrow$
 $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ $\quad \quad \quad \text{m}^{-4}$

Le gradient de concentration provient de la chute verticale des particules.

Le concentrat en particule est + élevée au fond (décantation statique)

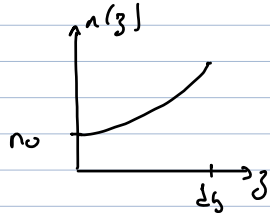
$\vec{J}_D$ est donc vertical et s'oppose à $\vec{J}_S$

$\uparrow \vec{J}_S$
 $\downarrow \vec{J}_D$

17. Rem: $dN = (\vec{J}_D + \vec{J}_S) S dz \xrightarrow{RP} \vec{J}_D + \vec{J}_S = \vec{0}$ en R.E les 2 flux se compensent.

il vient: $n(z) v_L = D \frac{dn(z)}{dz} \rightarrow \frac{dn}{dz} - \frac{v_L}{D} n(z) = 0$ $n(z) = n_0 e^{z/H}$ $n(z)$ avec J .

$H = D/v_L$



rem: pas de source de divergence car J est borné

18. On a: $\underbrace{N_0 \cdot S \cdot \Delta b}_{\substack{\text{nb total} \\ \text{de particules dans } S}} = S \int_0^{\Delta b} n(z) dz = S n_0 \int_0^{\Delta b} e^{z/H} dz = H S n_0 [e^{z/H}]_0^{\Delta b}$

rem: si $S = S_0$, ce nb est le nb total de particule

$n_0 = \frac{N_0 \cdot \Delta b}{H (e^{\Delta b/H} - 1)} = \frac{N_0 v_L \Delta b}{D (e^{v_L \Delta b/D} - 1)}$

19. Attention à ne pas confondre z_c et z_s

$z_s / \Delta b = v_L \cdot z_s \rightarrow z_s = \frac{\Delta b}{v_L}$

par ailleurs l'équation de diffusion s'écrit: $\frac{dn}{dt} = D \frac{d^2 n}{dz^2}$

rem: officiellement cette équation n'est pas à connaître par cœur, mais c'est quand même un grand classique!

qui donne: $\frac{\Delta n}{z_d} = D \frac{\Delta n}{\Delta b^2} \rightarrow z_d = \frac{\Delta b^2}{D}$

20. $n_0 = N_0 \frac{z_d}{z_s} \frac{1}{(e^{z_s/z_s} - 1)}$ le chargement statique est efficace si $n_0 \ll n_0$

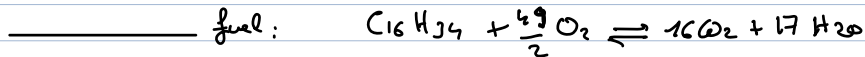
$\Rightarrow z_d \gg z_s$ donc si le sédimentation est beaucoup plus rapide que la diffusion (logique)

II.2 Criticité dynamique Ce modèle considère un écoulement laminaire du fluide

21. Alors ~ $LS = \tau_r \cdot u \Rightarrow \tau_r = Lh/u$

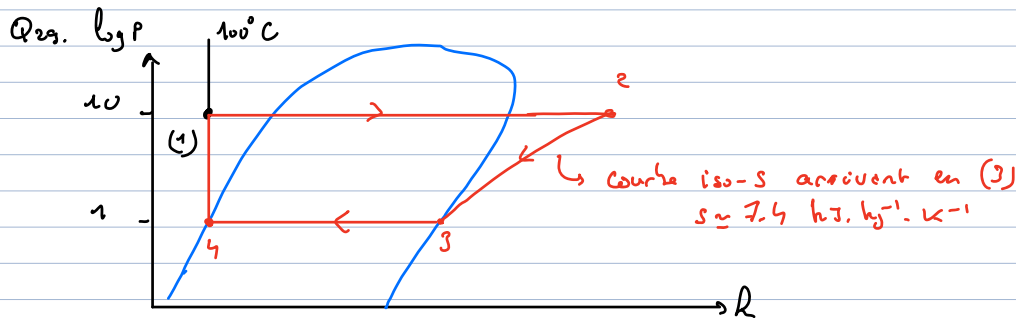
$\tau_t > \tau_r$ suffit: les particules atteignant le fond du bassin avant de l'avoir traversé

Sortie V turbine à gaz



Ainsi pour une même libération d'énergie il faut brûler $\frac{7600}{803}$ fois plus de moles de CH_4 , disons 10 fois plus

donc 10 moles de CH_4 / 1 mole de fuel mais ces 10 moles libèrent 10 moles de CO_2 contre 16 pour l'unique mole de fuel



	Point 1	Point 2	Point 3	Point 4
$T^\circ C$	100	≈ 370	100	100
$P(\text{bar})$	10	10	1	1
$h(\text{h}_3 \cdot \text{h}_j^{-1})$	400	3200	2700	400
état	L	Vap. tide	Vap. sat $x=1$	liq. sat. $x=0$

30. On a pour les 4 transfos: $\Delta_r h = w_i + q$ (PPSO)

Il vient: $w_{12} = h_3 - h_2 \approx -500 \text{ h}_3 \cdot \text{h}_j^{-1}$ la turbine reçoit du travail.

$q_{23} = h_2 - h_1 = 2800 \text{ h}_3 \cdot \text{h}_j^{-1}$ l'évaporation est endothermique
(pas de parties molles)

$$q_{\text{cond}} = h_4 - h_3 = -2200 \text{ kJ.kg}^{-1} \quad \text{le condensat est exothermique}$$

$$\eta = \frac{|W_{\text{it}}|}{q_{\text{cv}}} = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_1} \approx 0,18 \approx 18\%$$

Q31. $P_{\text{elec}} = \dot{m} |W_{\text{it}}| \rightarrow \dot{m} = \frac{P_{\text{elec}}}{|W_{\text{it}}|} \approx 0,5 \text{ kg.s}^{-1}$

Mines/Ponts PSI 2022, extrait

III. Diffusion thermique

$$15. \frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Rightarrow [D] = L^2 \cdot T^{-1} \text{ or: } [\lambda] = W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1} = \frac{ML^2T^{-3}}{L} \cdot L^{-1} \cdot K^{-1} = \frac{ML^2T^{-3}}{K}$$

$$[\rho] = M \cdot L^{-3}$$

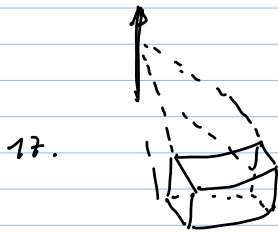
$$[c] = \frac{ML^2T^{-2}}{M \cdot L^{-3} \cdot K^{-1}} = L^2 T^{-1} K^{-1}$$

$$D = \frac{\lambda}{\rho c}$$

$$\text{on a: } \frac{\partial T}{\partial t} \sim \frac{T_0}{\tau} \text{ or } \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \sim \frac{T_0}{L^2} \Rightarrow L^2 = D\tau \rightarrow \tau = \frac{L^2}{D} = \frac{(0.5)^2}{\frac{1}{9875} \cdot \frac{1}{\lambda}} = 9875 \text{ s}$$

$$16. \vec{j} = -\lambda \vec{\text{grad}} T = -\lambda \frac{\partial T}{r \partial \theta} \vec{e}_\theta \approx -\frac{\lambda}{R} \frac{\partial T}{\partial \theta} \vec{e}_\theta \rightarrow \text{les lds st des cercles concentriques d'axe } Oz$$

$\rightarrow \vec{j}$ est selon les T



17.

$$dV = a^2 R d\theta; dS_{\text{lat}} = 4aR d\theta \rightarrow \text{4 faces}$$

$\mathcal{V} = \{ \text{le sect de fer torique comprise entre } \theta \text{ et } \theta + d\theta \}$

1^{er} Principe à $\mathcal{V}$ pendant dt : $\int_{\mathcal{V}} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV = \delta Q_e - \delta Q_s - \delta Q_{\text{lat}}$



$$= (j(\theta, t) - j(\theta + d\theta, t)) a^2 d\theta - h(T - T_e) dS_{\text{lat}} dt$$

$$\rho c a^2 R d\theta \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{\delta j}{\delta \theta} a^2 d\theta - 4 h a R d\theta (T - T_e)$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} - \frac{4h}{a} (T - T_e) \quad \text{ce qui est l'eqt. demandée}$$

$$18. \text{régime stationnaire } \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{d^2 T}{d\theta^2} - \frac{4hR^2}{a\lambda} T = -\frac{4hR^2}{a\lambda} T_e$$

$$\frac{d^2 T}{d\theta^2} - \frac{R^2}{\delta^2} T = -\frac{R^2}{\delta^2} T_e \xrightarrow{\text{solut.}} T(\theta) = T_e + A e^{R\theta/\delta} + B e^{-R\theta/\delta}$$

Comme $T(0) = \phi$, il faut $[R^2/\delta^2] = \phi \Rightarrow \delta$ est 1 longueur

19. Commentaires: on retrouve la parité de $T(\theta)$ (conséquence d'une symétrie / x)

et l'impairité de j_{th} (lié à la dérivée de T)

- plus on s'éloigne ($\theta \rightarrow$) du point de chauffe, plus T s'approche vers une valeur extrême.

- le gradient de T est d'autant + marqué que l'on est proche du point de chauffe et tend vers 0 aux extrémités, T étant de + en + uniforme.

Détermination de A et B : on résout sur $[\omega, \pi]$

On a: $T - T_c = A e^{R\theta/\delta} + B e^{-R\theta/\delta}$ et: $T(0) - T_c = T_1 - T_c \Rightarrow A + B = T_1 - T_c$

de +: $j_{th} = -\frac{1}{R} \frac{\partial T}{\partial \theta} = -\frac{1}{R} \left(\frac{R}{\delta} A e^{R\theta/\delta} - \frac{R}{\delta} B e^{-R\theta/\delta} \right) = \frac{1}{\delta} \left(B e^{-R\theta/\delta} - A e^{R\theta/\delta} \right)$

on observe que $j_{th}(\theta = \pi) = 0 \Rightarrow A e^{R\pi/\delta} = B e^{-R\pi/\delta} \Rightarrow B = A e^{2R\pi/\delta}$

$$\begin{cases} A = \frac{T_1 - T_c}{1 + e^{2R\pi/\delta}} \\ B = \frac{T_1 - T_c}{1 + e^{2R\pi/\delta}} e^{2R\pi/\delta} \end{cases}$$

rem: on résout sur $[\omega, \pi]$ car il n'y a pas unicité de l'expression sur $[-\pi, \pi]$

En effet une résolut. complète sur $[-\pi, \pi]$ avec $T(0) - T_c = T_1 - T_c$ et $T(\pi) = T_1 - T_c$ conduirait à une solut. ne donnant pas $j(\pi) = j(-\pi) = 0$

Il faut donc: $T = T_c + A^+ e^{(\cdot)} + B^+ e^{(\cdot)}$ sur $[\omega, \pi]$ et $A^- e^{(\cdot)} + B^- e^{(\cdot)} + T_c$ sur $[-\pi, 0]$

20. Si on réplique le flux enducto-conductif devant le flux diffusif

l'équati. vérifiée par T a régime transitoire devient

$$\frac{\lambda}{R^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} = \mu c \frac{\partial T}{\partial t} \quad \xrightarrow[\text{caractéristique}]{\text{grandeurs}} \quad \frac{1}{R^2} \frac{T_u}{\theta_c^2} = \mu c \frac{T_u}{\tau}$$

$$\tau = \mu c \frac{R^2}{\lambda} \theta_c^2$$

Pour que toutes les sect. soient concernées, prenons $\theta_c = \pi$

$$\tau = \mu c \frac{R^2}{\lambda} \pi^2 \approx 10^4 \text{ s} \approx 2^h 45$$

l'ordre de grandeur correspond

21. On suppose donc les pertes latérales : $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\mu c R^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}$

On écrit que $T_n(\theta, t)$ est solution de l'équation précédente

$$g_n'(t) f_n(\theta) = \alpha f_n''(\theta) g_n(t) \rightarrow \underbrace{g_n'(t)}_{\text{dépend de } t} = \alpha \underbrace{f_n''(\theta)}_{\text{dépend de } \theta} = \alpha t = \beta_n$$

} t et θ indépendants

$$\begin{cases} g_n'(t) - \beta_n g_n(t) = 0 & \rightarrow g_n(t) = \delta_n e^{\beta_n t} \\ f_n''(\theta) - \beta_n f_n(\theta) = 0 \end{cases}$$

pour éviter toute divergence
il faut $\beta_n < 0$

on pose $z_n = -\frac{1}{\beta_n} > 0$
 $g_n(t) = \delta_n e^{-t/z_n}$

Alors : $f_n''(\theta) + \frac{1}{\alpha z_n} f_n(\theta) = 0 \rightarrow f_n(\theta) = \xi_n \cos\left(\sqrt{\frac{1}{\alpha z_n}} \theta\right) + \varepsilon_n \sin\left(\sqrt{\frac{1}{\alpha z_n}} \theta\right)$

$T(\theta, t) = T(-\theta, t) \rightarrow \varepsilon_n = 0$

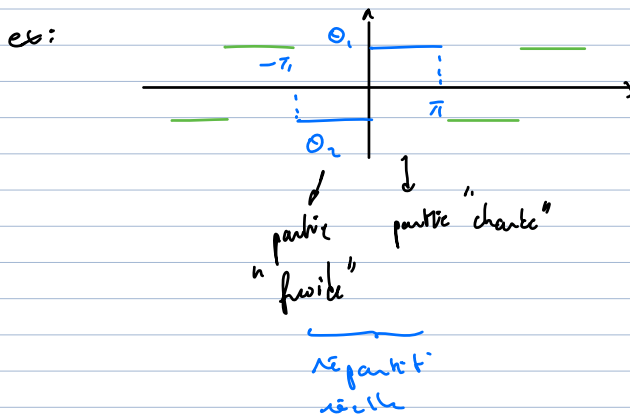
Après Gradl : $T_n(\theta, t) = \underbrace{\delta_n \xi_n}_{\beta_n} \cos\left(\underbrace{\sqrt{\frac{\mu c}{\lambda z_n}} R \theta}_{d_n}\right) e^{-t/z_n} = \beta_n \cos\left(\frac{R \theta}{d_n}\right) e^{-t/z_n}$

avec $d_n = \sqrt{\frac{\lambda z_n}{\mu c}}$

d_n est une distance et z_n un temps.

22. rev : la distribution initiale de température dans l'anneau n'est pas strictement 2π -périodique.

Partant de la distribution réelle, on crée une fonction 2π -périodique à partir de celle-ci :



répartition fictive, 2π -périodique $\rightarrow$ DSE

- T_m est la valeur moyenne de $T_0(\theta)$
- l'Eq dont $T(\theta, t)$ est solution est linéaire: toute combinaison de solut^s est solut^s (T_m , une constante, est aussi solution)

$$T(\theta, t) = T_m + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos\left(\frac{R\theta}{d_n}\right) e^{-t/\tau_n} \rightarrow T(\theta, 0) = T_m + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos\left(\frac{R\theta}{d_n}\right)$$

par identification: $B_n = b_n$; $\frac{R}{d_n} = n \rightarrow d_n = \frac{R}{n}$; $\tau_n = \frac{R^2}{n^2} \frac{\mu c}{\lambda}$

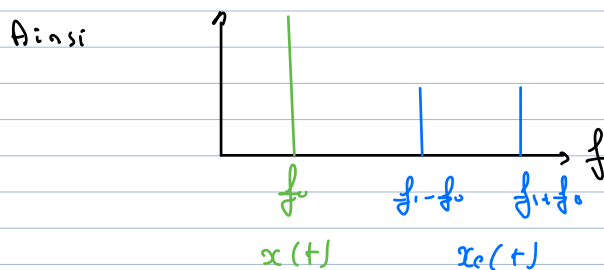
b_n étant supposé connu, $T(\theta, t)$ est entièrement déterminée

23. $\tau_n \propto \frac{1}{n^2}$, ainsi $\tau_1 = \frac{\tau_1}{1}$, $\tau_2 = \frac{\tau_1}{4}$...

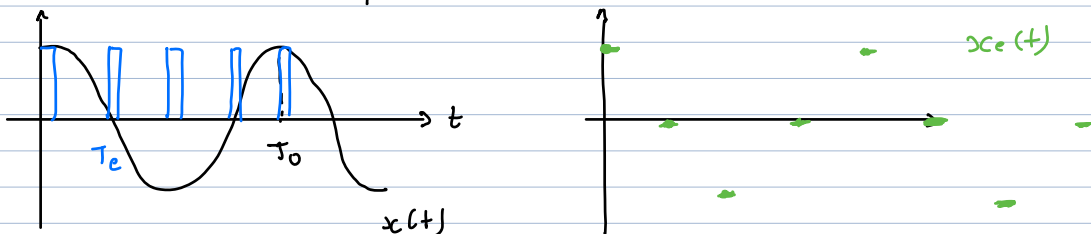
les tps caractéristiques des e^{-t/τ_n} décroissent rapidement, les termes associés disparaissent vite.

I. Échantillonnage

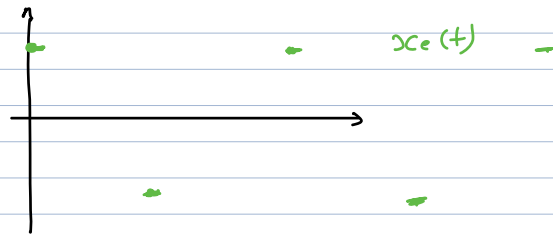
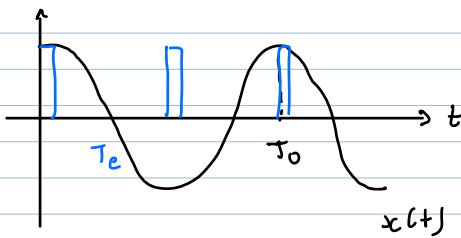
$$\begin{aligned} 1. \quad x(t) &= \cos(2\pi f_0 t) & x_e(t) &= \cos(2\pi f_0 t) \cos(2\pi f_1 t) \\ f(t) &= \cos(2\pi f_1 t) & &= \frac{1}{2} [\cos(2\pi (f_1 - f_0)t) + \cos(2\pi (f_1 + f_0)t)] \end{aligned}$$



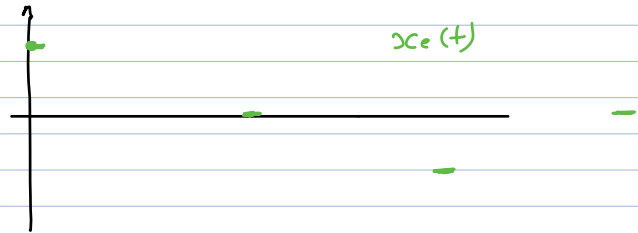
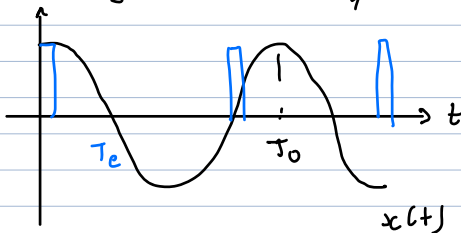
2. $f_e = 4f_0 \Rightarrow T_e = \frac{1}{4} T_0$



$$f_e = 2f_0 \Rightarrow T_e = \frac{1}{2} T_0$$



$$f_e = \frac{4}{3}f_0 \Rightarrow T_e = \frac{3}{4}T_0$$



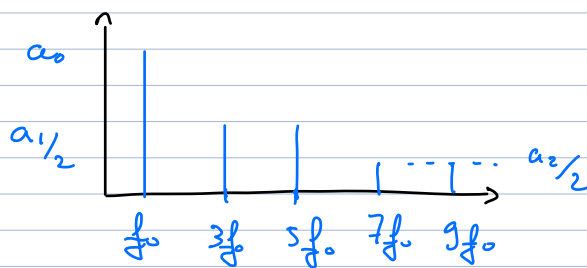
dans le dernier cas la période
de $x_e(t)$ est $\neq$ de celle de $x(t)$

$\Rightarrow$ le signal échantillonné n'est pas représentatif de $x(t)$

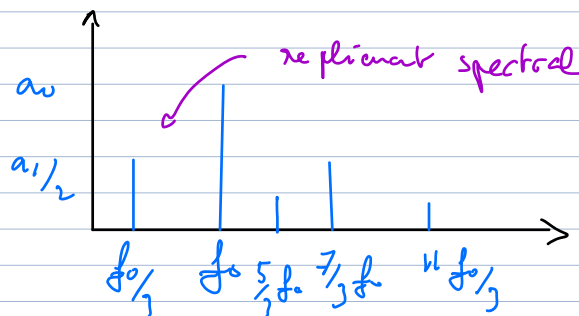
$$3. \quad x_e(t) = a_0 \cos(2\pi f_0 t) + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(2\pi f_0 t) \cos(2\pi k f_e t)$$

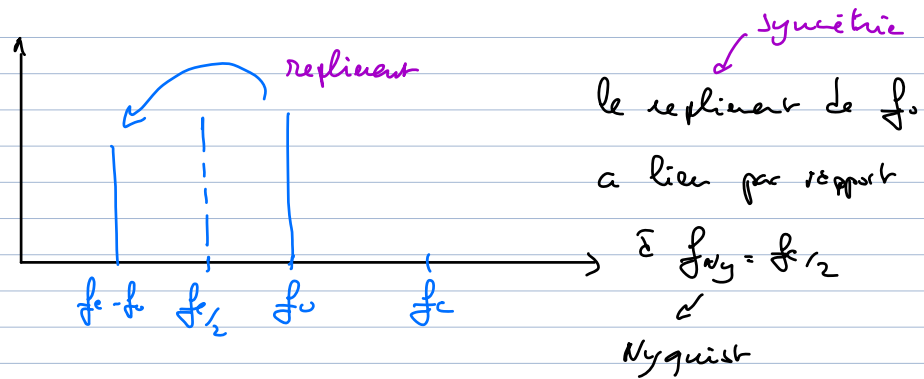
ainsi le spectre de $x_e(t)$ contient : $f_0, f_e - f_0, f_e + f_0, 2f_e - f_0, 2f_e + f_0$
etc...

$$f_e = 4f_0$$



$$f_e = \frac{4}{3}f_0$$





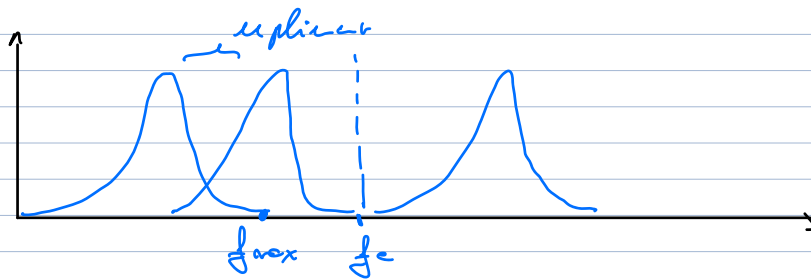
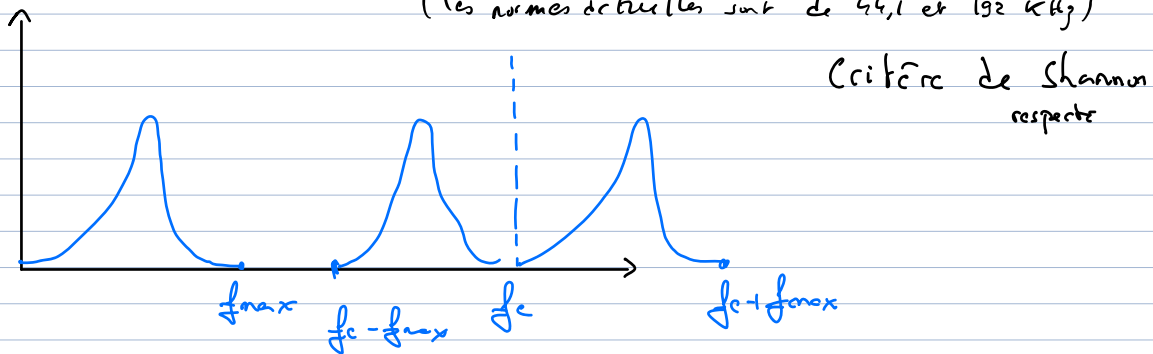
f_0 , $f_c - f_0$ sont symétriques / $f_c/2$

4. Il faut que la 1^{re} raie latérale $f_c - f_0$ soit $> \frac{1}{2} f_0$

soit $f_c > 2f_0$

5. Il faut: $f_c \geq 2f_{max}$. Pour l'audio: $f_{max} \approx 20 \text{ kHz}$ et $f_c \geq 40 \text{ kHz}$

(les normes actuelles sont de 44,1 et 192 kHz)



6. Un filtre passe-bas de fréquence de coupure $f_{max} < f_c < f_c - f_{max}$ permet de récupérer le signal $x(t)$

7. Il faut: $\Delta t \times 60 \times f_c \times 16 \times 2 \times \frac{1}{8} \times 10^{-6} N_0 = 793 N_0$

nb d'échantillons $\rightarrow$ stéréo

réducteur $\leftarrow$ en N_0