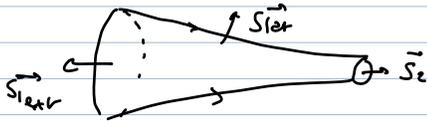


I. A. propriétés de \vec{B}

1. forme locale $\text{div } \vec{B} = 0 \xrightarrow{c/0} \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}_{\text{ext}} = 0$ forme globale

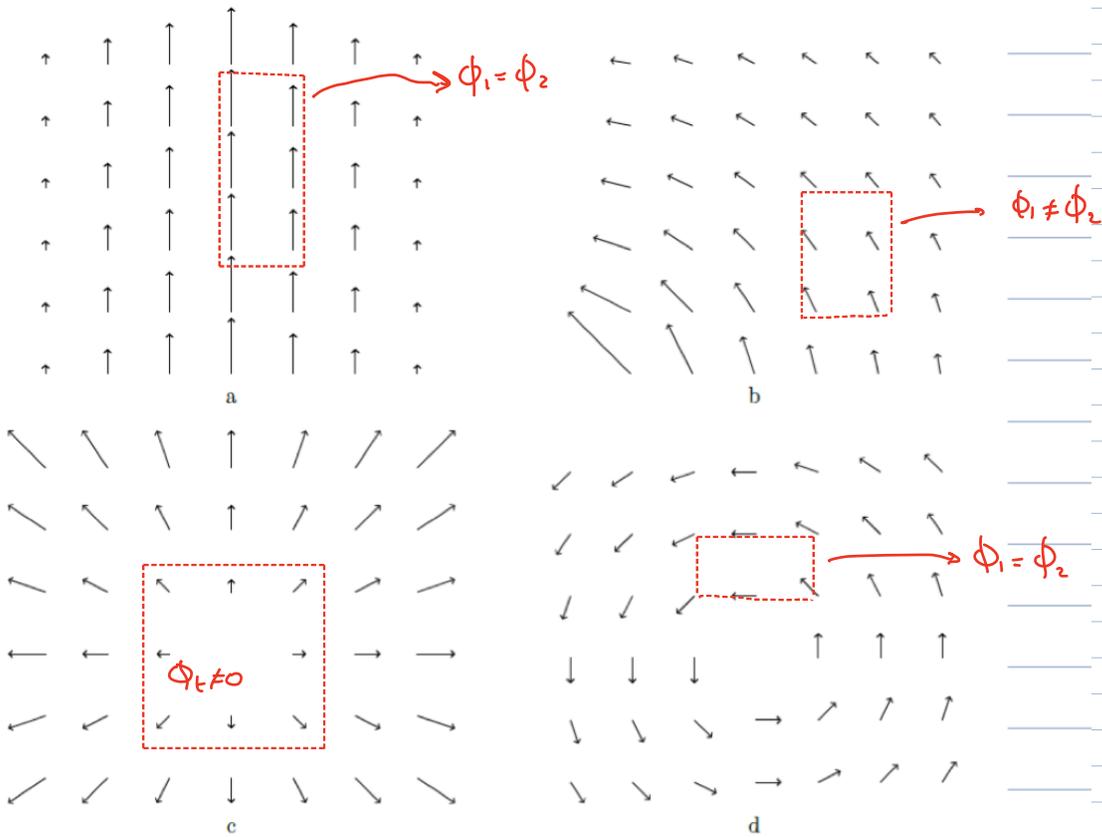
le flux de \vec{B} à travers une surface fermée quelconque est nul.

Concrètement on prend un tube de courant



$\Phi_{S_1} = 0 \Rightarrow \Phi_1 = \Phi_2$ (cf cours)

le flux se conserve le long d'un tube de courant



Φ_1 et Φ_2 sont le flux axiaux.

On peut aussi utiliser les expressions fonctions pour calculer $\text{div } \vec{A}$

a) $\vec{A} = A_x(y) \vec{e}_x$ $\begin{matrix} \uparrow \text{ox} \\ \rightarrow \text{oy} \end{matrix}$ $\text{div } \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} = 0$ c) $\vec{A} = A(r) \vec{e}_r$, $\text{div } \vec{A} \neq 0$

b) $\vec{A} = A_r(r) \vec{e}_r + A_\theta(r) \vec{e}_\theta$ $\text{div } \vec{A} \neq 0$ d) $\vec{A} = A \vec{e}_\theta$, $\text{div } \vec{A} = 0$

2. $\text{rot}(\vec{B}) = \omega (\vec{r} + \epsilon) \vec{e}_z = \omega \vec{r} \Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \omega \iint \vec{r} \cdot d\vec{S} = \omega \mathcal{I}_e$

... Stokes J.C. J.C. J.C.

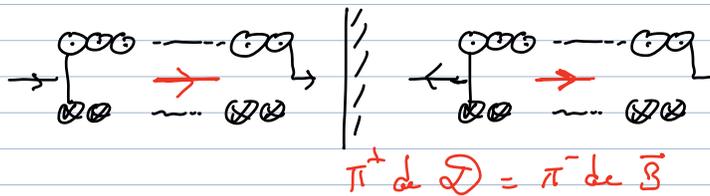
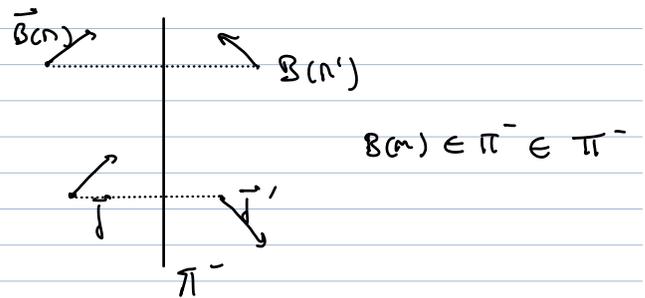
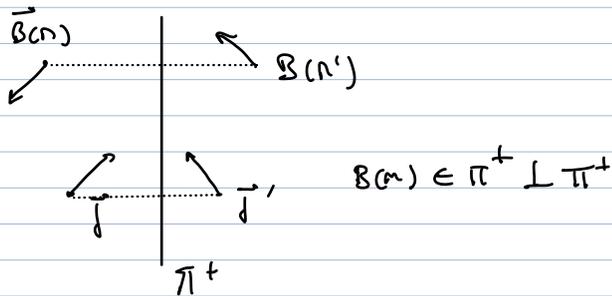
Seules a) et d) sont à considérer : a) $\text{rot } \vec{A} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} = \begin{vmatrix} \partial/\partial x & \text{Avec} \\ \partial/\partial y & \wedge \\ \partial/\partial z & \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \text{Avec} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{\partial A_x}{\partial y} \end{vmatrix}$

a) $\begin{cases} \text{div } \vec{A} = 0 \\ \text{rot } \vec{A} \neq \vec{0} \end{cases}$ \vec{A} peut être $\in \vec{B}$

d. $\text{div } \vec{A} = 0$ et $\text{rot } \vec{A} = 0$ (uniforme) \vec{A} peut être $\in \vec{B}$, en dehors des courants

3. π^+ de \vec{j} : $\vec{j}(n' = \text{sym}_{\pi^+}(n)) = \text{sym}_{\pi^+}(\vec{j}(n))$

π^- de \vec{j} : $\vec{j}(n' = \text{sym}_{\pi^-}(n)) = -\text{sym}_{\pi^-}(\vec{j}(n))$



4) a. si $l \gg R$, on peut négliger les effets de bords et considérer la solénoïde comme infinie long

b. \mathcal{D} est invariante par toute translation $\parallel \vec{O}_j$ et rotatif autour de \vec{O}_j : $\vec{B} = \mathcal{B}(r)$

$\vec{\pi}(n, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta) \pi^+$ de $\vec{j} = \vec{B} = \mathcal{B}(r) \vec{e}_\theta \Rightarrow \vec{B} = \mathcal{B}(r) \vec{e}_\theta$

c. $\text{O O O} \left[\text{O} \right] \text{O} \parallel \vec{e}_z \quad C_B = \mathcal{L} \mathcal{B}(r) = \mu \frac{N}{L} e_i \Rightarrow \vec{B} = \mu n i \vec{e}_z$

d. Avec $B = 4\pi \cdot 10^{-4} \approx 1,26 \text{ mT}$ on peut ρ_i ou ρ_m , superposer plusieurs courbes de spires

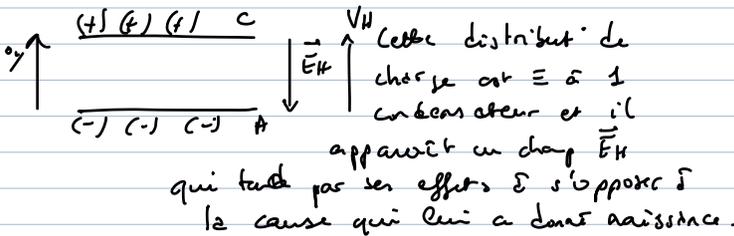
rem: l'effet joue limite l'augmentation de i

I. Effet Hall

B.1 a) $\vec{F}_L = q \vec{v} \wedge \vec{B} = q v (-\vec{e}_x) \wedge B \vec{e}_z = q v B \vec{e}_y$, avec $q < 0$ la force est dans $-dy$
 vitesse de dérive \swarrow opposée à i \searrow rem: \vec{v} est ici la vitesse moyenne de e^-

b. L'application de \vec{B} dévie les trajectoires des e^- , ceux-ci s'accumulent sur la face frontale, il y a alors un déficit en charges (-) sur la face du fond et

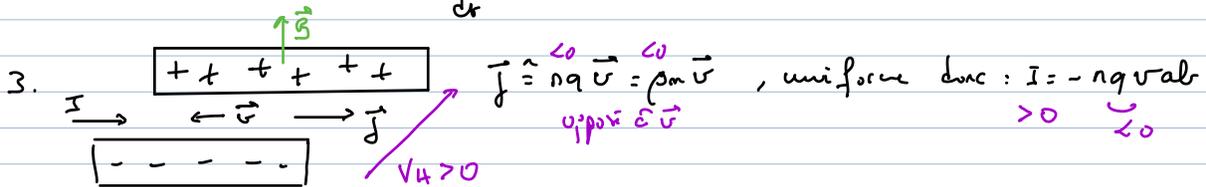
une apparition de charges (+)



$$V_H \hat{=} V_C - V_A = \int_C^A \vec{E} \cdot d\vec{l} > 0$$

si $q > 0$, les charges se distribuent à l'opposé, V_H dépend du signe de q

2. Pfd $\vec{E} \perp \vec{v}$ en RS: $m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0} = q (\vec{E}_H + \vec{v} \wedge \vec{B}) \Rightarrow \vec{E}_H = -\vec{v} \wedge \vec{B} = -v B \vec{e}_y$



$$V_H = \int_C^A E dy = v B a = -\frac{I}{nq} \frac{B}{b} \quad \text{donc: } V_H \cdot b = -\frac{1}{nq} I B, \quad R_H = -\frac{1}{nq} > 0$$

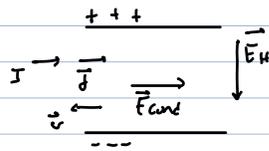
4. AN: $\rho = n \frac{1}{na} \rightarrow n = \rho \frac{na}{1} = 8.4 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}, \quad R_H = 7.45 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{C}^{-1}$

et $V_H = 7.45 \cdot 10^{-8} \text{ V}$ la valeur de I est réelle et un peu élevée de B est élevée, V_H est du signe de $-q$.

rem: c'est surtout la valeur de n qui est mal choisie. On utilise en pratique des semi-conducteurs (dopés n ou p) pour lesquels n est 10^5 à 10^6 fois plus faible qu'un conducteur et V_H bcp plus élevée.

Complément: Cette approche met de côté la conductivité du métal dans le cas d'un

conducteur de \vec{E} : $\vec{j} = \sigma \vec{E}_{\text{cond}}$
 un conducteur de \vec{E}, \vec{B} : $\vec{j} = \sigma (\vec{E} + R_H \vec{j} \wedge \vec{B}) \Leftrightarrow \vec{E} + R_H \vec{j} \wedge \vec{B} = \vec{j} / \sigma$
 (with arrows pointing from $\vec{j} \wedge \vec{B}$ to 'conduct' and 'effet Hall')



les 2 champs sont \perp (si $j \parallel Ox$)

preuve: $m \frac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) - \frac{m\vec{v}}{\tau} = \vec{0}$ (R.S.)

$$\times m \quad \underbrace{mq}_{RH^{-1}} \vec{E} + \vec{j} \wedge \vec{B} = m \frac{mq}{\tau} \vec{v} \Rightarrow \vec{E} + RH \vec{j} \wedge \vec{B} = \vec{j} / \mu$$

rem: le signe de RH dépend de la façon dont on définit le lien entre V_H et RH

Classiquement $RH \hat{=} \frac{1}{nq}$, le même signe que q .

↳ Pour traiter ceci de façon rigoureuse un traitement numérique de δ est nécessaire, \vec{j} et \vec{E} n'étant plus colinéaires.

5. n est + faible, V_H + grand (cf un val) $B = 0,345 T$

la mesure de V_H permet la détermination de B .

6. la population des e^- dans le bande de conduction des $1/2$ conducteurs \propto avec T (cf doc 2), $n \propto$, $RH \propto$ avec T

↳ Avec le rapport de 2 températures, je ne vois pas de lois similaires

Si on: facteur de Boltzmann: $n \propto e^{-E_F/kT}$

$$\hookrightarrow \frac{dRH}{RH} = -\frac{dT}{T} \Rightarrow \frac{\Delta RH}{RH} = \frac{\Delta T}{T} = ??\% \quad \text{Ces capteurs st très sensibles aux variations de T.}$$

II Réalisation d'un Volt mètre à effet Hall

II.A Étude de l'appareil.

1. Il faut faire obtenir au sens de i : $\vec{B} \parallel -\vec{e}_j \Rightarrow B_0 = -\mu_0 n i_c$

2. $V_H = \frac{1}{b} RH i_H B = \frac{RH}{b} i_H \mu_0 n i_c$ (d'après Q1. et Q3 partie précédente)

3. En C : $\underline{u}_c = (R + jL\omega) \underline{i}_c \Rightarrow \underline{i}_c = \frac{\underline{u}_c}{R + jL\omega} = \frac{U_0}{R + jL\omega} e^{j\omega t}$

a. $\varphi = -\arctan(L\omega/R) = -81^\circ$ $\hookrightarrow \underline{I}_c = |\underline{i}_c| = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$

b. $P(t) = u(t) i(t) = U_0 \cos(\omega t) \cos(\omega t + \varphi)$

$$\langle P \rangle_T = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{U_0 I_m}{T} \int_0^T \frac{1}{2} (\cos(2\omega t + \phi) + \cos \phi) dt$$

$$= \frac{U_0 I_m \cos \phi}{2} = \frac{R}{2} \frac{U_0^2}{(R^2 + L^2 \omega^2)} = 24,7 \text{ W}$$

4. Selon Q2: $V_H = \frac{R_H}{j} y_{01} i_H$ avec: $i_H = \frac{u_c}{r + R'}$ $V_H = \frac{R_H}{b} y_{01} \frac{1}{r + R'} i_{cc}$

Donc: i traversant le récepteur (R, L) est i_c ($i_H \ll i_c$)

Donc: V_H est $p(t)$ la puissance instantanée du récepteur

5. a. $V_H = k U_0 \sum_{n=1}^{\infty} I_{cn} \cos(\omega t) \cos(\omega t + \phi_n)$

b. $\langle \cos(\omega t) \cos(\omega t + \phi_n) \rangle = \langle \frac{1}{2} [\cos((n+1)\omega t + \phi_n) + \cos((n-1)\omega t + \phi_n)] \rangle$

$$\begin{cases} = 0 & \text{si } n > 1 \text{ car les 2 termes varient alors} \\ = \frac{1}{2} \cos(\phi_n) & \text{si } n = 1 \end{cases}$$

ceci: $\langle V_H \rangle = \frac{2 U_0 I_{c1} \cos \phi_1}{2}$

c. la 1^{er} composante alternative de V_H correspond à $n=2$

Sa pulsation est: ω . Un filtre passe bas avec $f_c < f$ est donc adapté

rem: ne sachant pas l'atténuation souhaitée à f , on ne peut pas en dire plus sur la valeur exacte de f .

II. B Etude du filtre: la rétroaction a lieu sur le buse -, Ali idéal: régime linéaire possible

1. IdK en A: $Y(V_1 - V_A) + Y_{c2}(-V_A) + Y(V_B - V_A) + Y(V_1 - V_A) = 0$

$$V_A = \frac{Y V_1 + Y V_B + Y V_2}{3Y + Y_{c2}}$$

IdK en B: $Y(V_A - V_B) + Y_{c1}(V_2 - V_B) = 0$

$$V_B = \frac{Y V_A + Y_{c1} V_2}{Y + Y_{c2}}$$

Ali idéal: $V_B = V^- = V^+ = 0$
(RL)

$$V_A = -\frac{Y_{c2}}{Y} V_2$$

(calculs...)

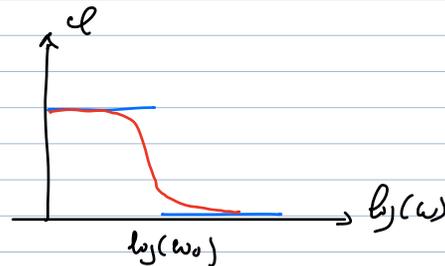
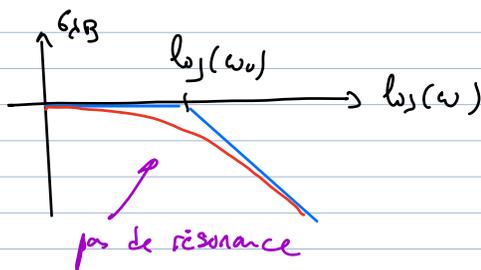
$$H = \frac{-1}{1 - R^2 C_1 C_2 \omega^2 + j3RC_1 \omega} \Rightarrow \text{filtre passe-bas} \quad \begin{cases} \lim_{\omega \rightarrow 0} H = -1 \\ \lim_{\omega \rightarrow \infty} H = 0 \end{cases}$$

2. Il vient: $H_0 = -1$, $\omega_0 = \frac{1}{R \sqrt{C_1 C_2}}$ et $\xi = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$

3. $C_1 = \frac{2\xi}{3R\omega_0} = 0,18 \mu F$; $C_2 = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 R^2 C_1} = 0,12 \mu F$

4. $\frac{H}{H_{BF}} \approx -1 \Rightarrow \begin{cases} G_{dB_{BF}} \approx 0 \\ \varphi_{BF} \approx \pi \end{cases}$

$$\frac{H}{H_{HF}} \approx \frac{1}{R^2 C_1 C_2 \omega^2} \Rightarrow \begin{cases} G_{dB_{HF}} \approx -20 \log(R^2 C_1 C_2) - 40 \log(\omega) = -40 \log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \\ \varphi_{HF} \approx 0 \end{cases}$$



5. $f = 50 \text{ Hz}$, $f_c = f_0 < f$, $G_{dB}(5f_0) = -28 \text{ dB}$, les composantes alternatives se atténuent d'un facteur $> \frac{1}{10}$ ($\approx -20 \text{ dB}$)

On dira que cela convient

III Tube métallique

A.1. $\vec{B} = \mu_0 n i(t) \vec{e}_z$

2. $\Phi_{\text{spire}} = \mu_0 n S i = \mu_0 \frac{N}{L} S i$ indépendant de la spire $\Rightarrow \Phi_p = \underbrace{\mu_0 \frac{N^2}{L}}_L S i$

B.1. $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ or $\vec{j} = \sigma \vec{E}$. \vec{j} est donc \perp aux π^t de \vec{B} : $\pi_{n, \vec{e}_r, \vec{e}_z} \Rightarrow \vec{j} = j \vec{e}_\theta$

$\pi_{n, \vec{e}_r, \vec{e}_z} \pi^t$ de $\vec{j} \Rightarrow \vec{B}_1 \perp \pi^t \vec{j} \Rightarrow \vec{B}_1 \parallel \vec{e}_z$

(Lors de la métal: $\text{rot}(\vec{B}_0 + \vec{B}_1) = \mu_0 \vec{j} \Rightarrow \text{rot } \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}$
 B_0 uniforme)

2. $N I = l b j$  $\mu_0 \frac{N i}{L} \equiv \mu_0 \frac{l b j}{L} = \mu_0 b j = \text{div}$
 $\text{div} = 0$

$\vec{j} = \nabla \vec{E}$ c'est la loi d'Ohm locale $\Rightarrow \vec{E} // \vec{e}_0$

c. 1 $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ Equat de Maxwell-Faraday

2. $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi}{dt}$ avec C: 1 l'dc de \vec{E} ; 1 cercle de rayon r

$2\pi r E(r) = -\frac{d(\pi r^2 (B_0 + B_1))}{dt} = -\pi r^2 j\omega (B_0 + B_1)$
uniformes.

$E = j/\sigma = -\frac{r(B_0 + B_1)j\omega}{2} = \frac{B_1}{\mu_0 a b \sigma} \Rightarrow B_0 + B_1 = \frac{2j}{\mu_0 a b \sigma} B_1$ ($r=a$)

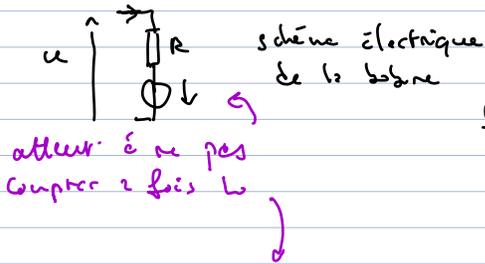
$B_1 = \frac{1}{-1 + \frac{2j}{\mu_0 \omega a b \sigma}} B_0$

3. les 2 champs sont uniformes: $\Phi_r = (B_0 + B_1) N \pi a^2 + N B_0 (\pi R^2 - \pi a^2)$ *N spires*

$\Phi_t = N B_1 S + N B_0 \pi a^2$

$e = -\frac{d\phi}{dt} = -j\omega N (S B_0 + \pi a^2 B_1)$

D. la loi d'Ohm generalise aux bornes du circuit s'ecrit $u = Ri - e$



$u = Ri + j\omega N (S B_0 + \pi a^2 B_1)$

$u = Ri + j\omega \frac{N^2 S}{l} \mu_0 i + \frac{j\omega N \pi a^2}{\mu_0 \omega a b \sigma} \mu_0 \frac{N}{l} i$

Soit: $u = Ri + jL_0 \omega i + j\omega \frac{N^2 \pi a^2}{l} \mu_0 \left(\frac{-1 - 2j/\mu_0 \omega a b \sigma}{1 + \frac{4}{\mu^2 \omega^2 a^2 b^2 \sigma^2}} \right) i$

$= Ri + \frac{\pi a^2}{S} \frac{2L_0}{\mu_0 a b \sigma} i + jL_0 \omega i - j\omega \frac{\pi a^2}{S} L_0 \times \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{\mu_0 \omega a b \sigma}\right)^2} i$

$R(\omega) i + jL(\omega) \omega i$

qfd.

III E. Détecteur synchrone

E.1 Dispositif convertisseur tension-courant

a. Le circuit a lieu sur le bornes c-1, le régime linéaire est possible.

$$\text{IdR (I): } 0 = Y_R u_i + Y(-u) \Rightarrow u = \frac{Y_R}{Y} u_i = \frac{Z}{R} u_i$$

$$b. h_u(t)/u_i(t) = k Z I_m \cos(\omega t + \varphi) u_m \cos(\omega t)$$

$$= \frac{k Z I_m u_m}{2} ((\cos(2\omega t + \varphi) + \cos \varphi))$$

un pare pas bien adapté va capter la composante alternative \tilde{e} $2\omega t$

$$\text{En sortie: } s = \frac{k I_m u_m}{2} Z \cos \varphi \text{ et } R_e(Z)$$

E.2 Déphaseur

$$a. \text{Ali idéal, RL possible, } u^+ = u^- \Rightarrow \frac{Y_R u_e}{Y_R + Y_C} = \frac{Y_{R1} u_e + Y_{R1} u_s}{2 Y_{R1}} = \frac{u_e + u_s}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{u_s}{u_e} = H = \frac{1 - Y_C R}{1 + Y_C R} = \frac{1 - jRC\omega}{1 + jRC\omega} \quad |H| = 1$$
$$\text{Arg } H = -2 \text{Arctan}(RC\omega)$$

Ce circuit ne modifie pas l'amplitude de l'entrée, seulement sa phase

$$b. \text{Il faut } RC\omega = 1$$

$$E.3. k u_i'(t) = k Z I_m \cos(\omega t + \varphi) u_m \cos(\omega t - \pi/4)$$

$$= k Z I_m \cos(\omega t + \varphi) u_m \sin(\omega t) = \frac{k Z I_m u_m}{2} (\sin(2\omega t + \varphi) - \sin(\varphi))$$

$$\text{après filtrage, } s'(t) = -\frac{k Z I_m u_m}{2} \sin \varphi \text{ et } I_m(Z)$$

$$b. \quad i. R + \frac{\pi a^2}{5} \frac{2L_0}{\mu_0 \omega a^2} > R_0 \quad \text{ii. De même } L(\omega) < L_0$$

$$\frac{1 + \left(\frac{2}{\mu_0 \omega a^2}\right)^2}{R(\omega)}$$

iii. Ces courants cycliques induits sont des courants de Foucault

iv. Dans ce cas là, les courants de Foucault sont diminués (cf exp de cours du freinage) donc R_b et L_p . la comparaison des valeurs d'1 échantillon avec un étalon de surface propre permet de connaître la qualité de la surface de l'échantillon.