

Certaines questions, repérées par une barre en marge, ne sont pas guidées et demandent de l'initiative de la part du candidat. Elles sont très significativement valorisées dans le barème. Même si elles n'ont pas abouti, les pistes de recherche doivent être consignées par le candidat et seront valorisées si elles sont pertinentes. Le barème tient compte du temps nécessaire pour explorer ces pistes et élaborer un raisonnement.

III.A – Champ magnétique rotorique

Le rotor sera assimilé à un bloc cylindrique homogène d'axe $z'z$, d'aimantation permanente uniforme d'axe $y'y$. L'axe $x'x$ est un axe fixe dans le référentiel du stator permettant de repérer les angles dans le plan perpendiculaire à $z'z$ (figure 4) :

- α repère la direction de l'axe $y'y$;
- θ repère la position angulaire d'un point M quelconque.

Dans la suite, on s'intéressera surtout aux points M situés dans l'entrefer entre la culasse statorique (de rayon intérieur a) et le rotor (de rayon extérieur $a - e$), soit tels que $a - e < r < a$.

III.A.1) Rappeler la relation entre \vec{B}_r , \vec{H}_r et \vec{M}_r représentant respectivement le vecteur champ magnétique, le vecteur excitation magnétique et le vecteur aimantation du milieu magnétique constitutif du rotor.

III.A.2) Au sein des aimants permanents, la relation peut s'écrire $\vec{B} = \mu_0 \mu_p \vec{H} + \vec{J}$, où μ_p est la perméabilité relative de « recul » de l'aimant (légèrement supérieure à l'unité pour les aimants performants) et \vec{J} le champ magnétique rémanent de l'aimant. Au passage du milieu aimanté constituant le rotor à l'entrefer, les continuités aboutissent à l'expression suivante des composantes du champ magnétique rotorique

$$\begin{cases} B_r(r, \theta) = \frac{1}{2}(1 - x_e)^2 \left(1 + \left(\frac{a}{r}\right)^2\right) J \cos(\theta - \alpha) \\ B_\theta(r, \theta) = -\frac{1}{2}(1 - x_e)^2 \left(1 - \left(\frac{a}{r}\right)^2\right) J \sin(\theta - \alpha) \end{cases}$$

pour $a - e < r < a$ et $x_e = \frac{e}{a}$.

Sachant que l'entrefer avoisine $e = 3$ mm et l'alésage $a = 15$ cm, on considère un champ magnétique d'entrefer indépendant de r . En déduire l'expression approchée du champ magnétique rotorique.

III.A.3) On note Ω la vitesse angulaire constante du rotor dans le référentiel fixe du stator et on prend $\alpha = \alpha_{rs}$ nul à l'instant initial. Réécrire l'expression simplifiée du champ magnétique rotorique à un instant t en un point M de position angulaire θ dans l'entrefer.

Donner l'allure de la composante radiale du champ rotorique ressenti à l'instant t dans l'entrefer dans la direction $\theta = \pi/2$.

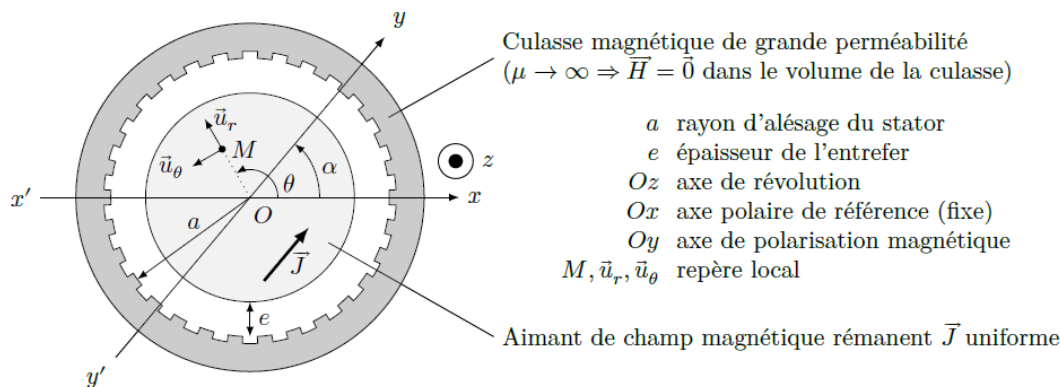


Figure 4

III.B – Champ magnétique statorique

On cherche alors à réaliser un champ magnétique statorique \vec{B}_s tournant à vitesse angulaire constante $\omega_s > 0$ (donc dans le sens direct) grâce à une implantation particulière de spires dans les encoches du stator. Pour cela, nous utiliserons deux enroulements porteurs de courants déphasés de $\pi/2$:

$$\begin{cases} i_1(t) = I \cos(\omega_s t + \beta_s) \\ i_2(t) = I \cos(\omega_s t + \beta_s - \pi/2) \end{cases}$$

Dans un premier temps, une seule paire d'encoches, située sur l'axe perpendiculaire à $x'x$ (figure 5) est bobinée et parcourue par le courant d'intensité $i_1(t)$. On cherche à déterminer le champ \vec{B}_{s1} en tout point M de l'entrefer.

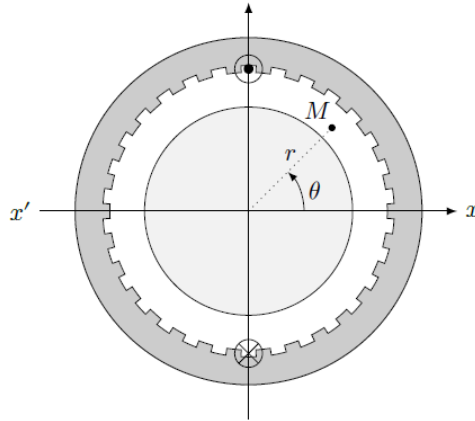


Figure 5

III.B.1) En utilisant le schéma de la figure 5, les symétries et la circulation du vecteur excitation magnétique, montrer que

$$\begin{cases} \bar{B}_{s1}(r, \theta, t) = \frac{\mu_0 i_1(t)}{2e} \bar{u}_r & \text{pour } \theta \in]-\pi/2, \pi/2[\\ \bar{B}_{s1}(r, \theta, t) = -\frac{\mu_0 i_1(t)}{2e} \bar{u}_r & \text{pour } \theta \in]\pi/2, 3\pi/2[\end{cases}$$

III.B.2) Justifier qu'une répartition judicieuse des brins dans des encoches régulièrement réparties autour du stator puisse fournir un champ dont l'allure théorique est de la forme donnée figure 6.

Combien d'encoches réparties correspondent à la courbe de la figure 6 ? Précisez les repères angulaires sur l'axe des abscisses.

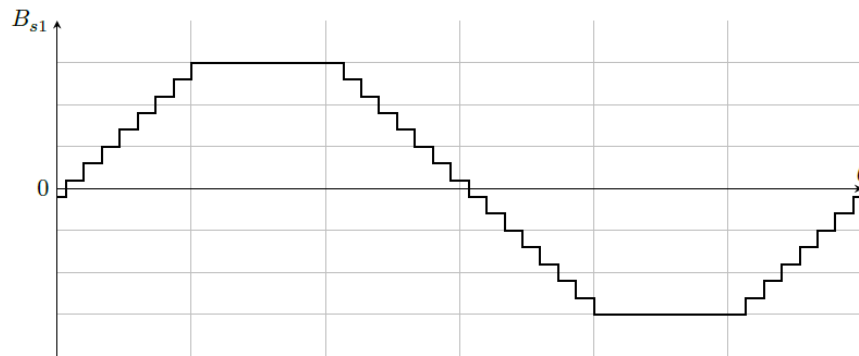


Figure 6

III.B.3) Le champ statorique radial B_{s1} s'approche d'une fonction sinusoïdale de la forme $B_{s1}(\theta, t) \approx K_s i_1(t) \cos \theta$ que l'on prendra désormais comme la contribution réelle du courant $i_1(t)$ dans l'enroulement.

De quoi dépend la constante K_s ?

III.B.4) On rajoute le second enroulement décalé spatialement de l'angle $+\pi/2$ (donc sur l'axe $x'x$). Le courant $i_2(t)$ de cet enroulement est en quadrature retard sur le courant $i_1(t)$.

Montrer que sa participation au champ radial statorique s'écrira $B_{s2}(\theta, t) = K_s I \sin(\omega_s t + \beta_s) \sin \theta$.

III.B.5) Montrer que le champ magnétique statorique résultant est un champ tournant dans le sens trigonométrique à la vitesse angulaire ω_s dont on donnera l'amplitude.

III.C – Énergie magnétique dans l'entrefer

III.C.1) Rappeler l'expression de la densité volumique d'énergie magnétique dans un milieu de perméabilité relative μ_r .

III.C.2) Calculer l'énergie magnétique dans l'entrefer (siège des champs rotorique et statorique) en négligeant les effets de bord et en notant l la longueur du rotor.

On pourra alléger l'expression finale en faisant apparaître le volume d'entrefer $V = 2\pi a e l$.

III.D – Moment électromagnétique s'exerçant sur le rotor

III.D.1) Rappeler l'expression du couple des forces électromagnétiques exercées sur le rotor, à partir de l'énergie magnétique.

En déduire l'expression de ce couple en utilisant le résultat de la question III.C.2.

III.D.2) Quelles conditions sont nécessaires à l'obtention d'un couple moteur moyen positif ?

III.D.3) Discuter le rôle de β_s (angle de « calage » des courants) et la stabilité de deux points de fonctionnement associés à deux valeurs de β_s .