

I. ETUDE D'UN CUISEUR A ŒUFS (Centrale PSI 2016)



Figure 4 Vue de profil, vue de dessus, vue de dessus sans la cloche (laissant voir la grille)

Cet appareil cuit des œufs (au nombre de 1 à 7) grâce à la vapeur d'eau qui se forme par ébullition de l'eau placée dans le fond du cuiseur.

Les œufs à cuire selon différents degrés de cuisson (coque, mollet, dur) sont placés sur une grille percée de 7 trous circulaires et de 6 trous périphériques permettant la circulation de la vapeur d'eau dans l'enceinte de cuisson.

Des orifices sont percés au sommet de la cloche métallique pour permettre à la vapeur de s'échapper.

La puissance électrique consommée par l'appareil est : $\mathcal{P} = 350 \text{ W}$. On considérera que cette puissance est intégralement consommée par la résistance chauffante.

La quantité d'eau placée dans le cuiseur est mesurée à l'aide d'un gobelet gradué selon le nombre d'œufs à cuire et le type de cuisson désirée (voir figure 6). Le fond est bombé à cause de la présence d'une pique sous la base du gobelet permettant le perçage du sommet de l'œuf lors de la cuisson afin d'éviter la rupture de la coquille.

Problématique

On voit sur les graduations du gobelet que la quantité d'eau nécessaire à la cuisson est d'autant plus grande que le nombre d'œufs à cuire est faible, ce qui est a priori étonnant. Les sous-parties qui suivent vont permettre d'analyser ce phénomène.

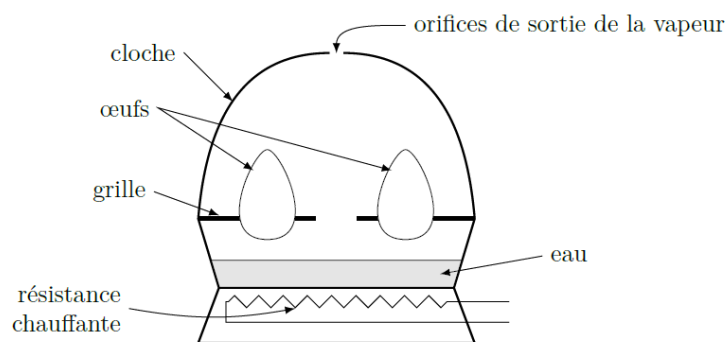


Figure 5 Schéma général du cuiseur

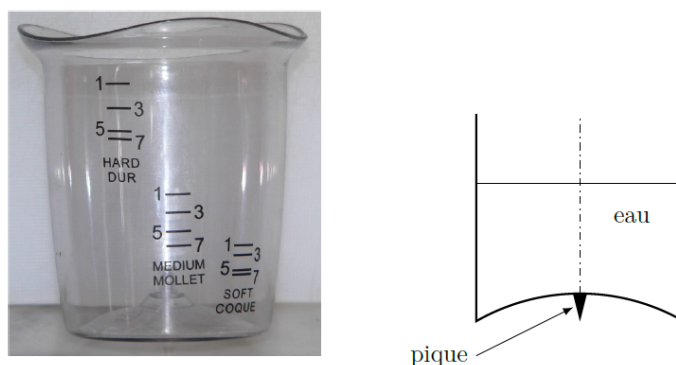


Figure 6 Photo et schéma du gobelet

Fonctionnement du cuiseur

Le volume d'eau nécessaire à la cuisson d'un seul œuf dur est de 120 mL. Les œufs à la température initiale $T_0 = 20\text{ °C}$ sont placés dans le cuiseur et la masse d'eau m_0 contenue dans le gobelet (à la même température initiale T_0) est versée sous les œufs. Cette eau est portée à ébullition sous $p = 1\text{ bar}$, puis évaporée. Le cuiseur s'arrête quand toute l'eau s'est évaporée.

Notons c la capacité thermique massique de l'eau liquide, T_{eb} sa température d'ébullition dans les conditions de l'expérience, $h \approx 1200\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ le coefficient de transfert conducto-convectif (eau↔œuf) et $m(t)$ la masse d'eau contenue dans le cuiseur à l'instant t .

Soient Δt_1 la durée de chauffage de l'eau de T_0 à T_{eb} et Δt_2 la durée de la cuisson des œufs, qui correspond à l'évaporation totale de l'eau. Pendant cette deuxième phase, on supposera que la vapeur d'eau est à la température T_{eb} sous la pression $p = 1\text{ bar}$.

II.A – Chauffage de l'eau

II.A.1) Soit m_c la valeur en eau du cuiseur (on rappelle que la valeur en eau d'un objet est la masse d'eau ayant même capacité thermique que cet objet). En supposant la transformation adiabatique pendant le chauffage, exprimer Δt_1 en fonction des données.

II.A.2) On place dans le cuiseur une masse d'eau $m_0 = 125\text{ g}$. On mesure alors une durée de chauffage $\Delta t_0 = 150\text{ s}$ avant de parvenir à l'ébullition. En déduire la valeur en eau du cuiseur.

II.B – Détermination de la durée de cuisson Δt_2

II.B.1) Mécanisme de la cuisson des œufs

Un œuf est composé de trois parties :

- une coquille très mince ;
- le blanc d'œuf constituant les deux tiers de l'œuf. C'est un liquide composé à environ 90% d'eau et 10% de protéines, sels minéraux et vitamines ;
- le jaune d'œuf est composé à moitié d'eau, de 15% de protéines et de 30% de lipides.

D'autre part un œuf possède, au niveau de sa partie la plus « bombée », une petite poche d'air.

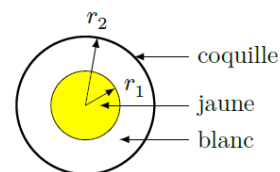


Figure 7 - Structure interne d'un œuf

Lors de la cuisson (type œuf dur) les protéines se déroulent partiellement et se lient pour former un réseau qui piège l'eau : c'est un gel. Les œufs caoutchouteux sont ceux qui ont perdu trop d'eau ; c'est aussi la sur-cuisson du jaune qui le fait devenir sableux. Quand un œuf est cuit à 100 °C , la masse diminue progressivement à mesure que l'eau est éliminée du gel formé. Quand un œuf est cuit à une température peu

supérieure à la température de coagulation de ses protéines, il coagule en conservant son eau, gage de moelleux. Le jaune d'œuf commence à épaissir à 65 °C . Il coagule totalement à une température de 85 °C .

Justifier l'existence de la pique sous le fond du gobelet.

II.B.2) Modélisation et établissement de l'équation de la chaleur

Pour déterminer le temps de cuisson, il est nécessaire de résoudre l'équation de la chaleur en régime dépendant du temps. On modélise un œuf comme un ensemble de deux sphères concentriques de rayons r_1 et r_2 limitant le jaune et le blanc (figure 7).

Afin de simplifier l'étude, on va négliger l'influence de la coquille et considérer l'intérieur de l'œuf comme homogène et ayant les propriétés thermodynamiques de l'eau : masse volumique μ , capacité thermique massique c et conductivité thermique λ .

a) Établir l'équation de la chaleur en coordonnées sphériques, en faisant un bilan énergétique sur une couche sphérique de rayon r et d'épaisseur dr .

b) On introduit les variables réduites : $\rho = r/r_2$ et $\tau = t/\theta$. Exprimer θ en fonction de μ , c , r_2 et λ pour que l'équation de la chaleur s'écrive :

$$\frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho^2 \frac{\partial T(\rho, \tau)}{\partial \rho} \right) = \frac{\partial T(\rho, \tau)}{\partial \tau} \quad (\text{II.1})$$

Commenter la dépendance de θ par rapport à r_2 .

II.B.3) Résolution de l'équation de la chaleur

a) Afin de résoudre cette équation en régime dépendant du temps, on pose dans un premier temps

$$T(\rho, \tau) = T_{\text{eb}} + f(\rho)g(\tau)$$

En utilisant l'équation de la chaleur, montrer que la composante temporelle $g(\tau)$ vérifie l'équation

$$\frac{1}{g(\tau)} \frac{dg(\tau)}{d\tau} = -A^2$$

où A est une constante réelle positive, inconnue à ce stade de la résolution.

Donner l'expression de $g(\tau)$ à une constante multiplicative près et justifier le signe $-$ figurant devant A^2 .

b) Pour trouver la composante spatiale de $T(\rho, \tau)$, on pose $f(\rho) = \frac{F(\rho)}{\rho}$. Montrer alors que $F(\rho)$ est solution de l'équation

$$\frac{d^2 F(\rho)}{d^2 \rho} + A^2 F(\rho) = 0$$

En déduire l'expression de $f(\rho)$.

c) Montrer alors que la solution générale de l'équation II.1 peut s'écrire sous la forme

$$T(\rho, \tau) = T_{\text{eb}} + \sum_i \frac{\beta_i \sin(A_i \rho)}{\rho} \exp(-A_i^2 \tau) \quad (\text{II.2})$$

Quelles sont les différentes conditions qui permettent théoriquement de calculer les coefficients β_i et A_i ?

II.B.4) Détermination des constantes dans l'approximation de Fourier

Dans le cadre de l'approximation de Fourier, on ne conserve dans l'expression II.2 que le terme associé à la constante de temps la plus longue, donc celui correspondant au coefficient A_i le plus petit (qui sera noté A dans la suite), car les autres termes sont rapidement amortis au cours du temps :

$$T(\rho, \tau) \approx T_{\text{eb}} + \frac{\beta \sin(A\rho)}{\rho} \exp(-A^2 \tau)$$

a) On suppose que les échanges thermiques au niveau de la coquille sont donnés par la loi de Newton $\vec{j}_{\text{th}} = h(T(\rho = 1, \tau) - T_{\text{eb}})\vec{u}_r$. En écrivant deux expressions permettant d'exprimer le flux thermique entrant dans l'œuf, montrer que A est solution de l'équation

$$\frac{A}{1 - r_2 h / \lambda} = \tan A$$

b) Pour un œuf moyen, on a $r_2 = 2,5$ cm. Montrer que dans ces conditions, on peut prendre $A \approx \pi$ comme première solution de l'équation précédente dans \mathbb{R}^+ . Évaluer l'erreur commise.

c) Exprimer alors $T(\rho, \tau)$ avec la valeur de A précédente. Quelle conséquence peut-on en tirer sur la température à la surface de l'œuf ? Montrer que cela revient à considérer une des grandeurs caractéristiques du problème comme infinie.

d) Calculer β en exprimant la température au centre de l'œuf à $t = 0$.

II.B.5) Calcul de la durée de cuisson Δt_2 pour un œuf dur

a) Exprimer en fonction de θ et des autres données du problème la durée de cuisson Δt_2 à l'état dur d'un œuf de rayon r_2 , pour lequel la température au centre doit atteindre $T_c = 80$ °C.

b) Calculer Δt_2 pour un œuf de rayon $r_2 = 2,5$ cm. Commenter le résultat obtenu.

II.C – Détermination de la masse d'eau à placer dans le cuiseur

II.C.1) Détermination approchée de l'énergie de cuisson d'un œuf dur \mathcal{E}_d

a) En faisant un bilan énergétique très simple entre l'état final et l'état initial, donner une borne inférieure $\mathcal{E}_{d\text{min}}$ de l'énergie de cuisson \mathcal{E}_d d'un œuf dur. Faire l'application numérique.

b) De la même façon, donner une borne supérieure $\mathcal{E}_{d\text{max}}$ de l'énergie \mathcal{E}_d . Faire l'application numérique.

c) Dans la suite, on adoptera comme valeur de l'énergie \mathcal{E}_d la moyenne arithmétique de $\mathcal{E}_{d\text{min}}$ et $\mathcal{E}_{d\text{max}}$. Calculer numériquement cette valeur.

II.C.2) Pendant la phase de cuisson, on peut considérer l'eau contenue dans le cuiseur comme un système ouvert en écoulement permanent, admettant en entrée de l'eau liquide à la température T_{eb} et en sortie de la vapeur d'eau à T_{eb} (noter que, dans cette modélisation, les œufs font partie de l'extérieur du système).

Soit \mathcal{P} la puissance thermique fournie par la résistance chauffante, \mathcal{P}_f la puissance associée aux pertes thermiques dans les différentes parties du cuiseur (socle, cloche...).

On note :

- D_m le débit massique de vapeur en sortie ;
- n le nombre d'œufs dans le cuiseur ;
- ℓ_v la chaleur latente massique de vaporisation de l'eau liquide à 100 °C, $\ell_v = 2,26 \times 10^6$ J·kg⁻¹ ;
- $\mathcal{E}(t)$ l'énergie cédée à un œuf entre le début de sa cuisson et l'instant t ;

- \mathcal{E}_X l'énergie nécessaire à la cuisson d'un œuf dans l'état $X \equiv \begin{cases} d : \text{dur} \\ m : \text{mollet} \\ c : \text{coque} \end{cases}$.

En appliquant le premier principe au système ouvert en régime permanent pendant la durée dt , établir la relation entre D_m , \mathcal{P} , \mathcal{P}_f , $\frac{d\mathcal{E}(t)}{dt}$ et le nombre d'œufs n .

II.C.3) On introduit dans le cuiseur une masse m_0 d'eau liquide, qui va donc être vaporisée pendant la phase de cuisson de durée Δt_2 . Montrer que

$$m_0 = \frac{(\mathcal{P} - \mathcal{P}_f)\Delta t_2 - n\mathcal{E}_X}{\ell_v}$$

Justifier alors les graduations du gobelet.

II.C.4) Exprimer la puissance thermique minimale que doit fournir la résistance électrique pour pouvoir cuire 7 œufs durs. Faire l'application numérique en considérant $\mathcal{P}_f \approx 0$ et en prenant $\mathcal{E}_d = 19$ kJ pour un œuf de 2,5 cm de rayon dont le temps de cuisson est d'environ 10 minutes. Comparer à la puissance du cuiseur et commenter.

II.C.5) On donne figure 8 la représentation graphique de la masse d'eau m_0 contenue dans le gobelet en fonction du nombre d'œufs pour les trois degrés de cuisson (d, m, c). Analyser ces courbes à la lumière des résultats précédents. En particulier :

- déterminer la taille des œufs (c'est-à-dire leur rayon) qui ont servi à « étalonner » le gobelet ;
- le temps de cuisson d'un œuf dur vous semble-t-il conforme aux résultats obtenus plus haut ?

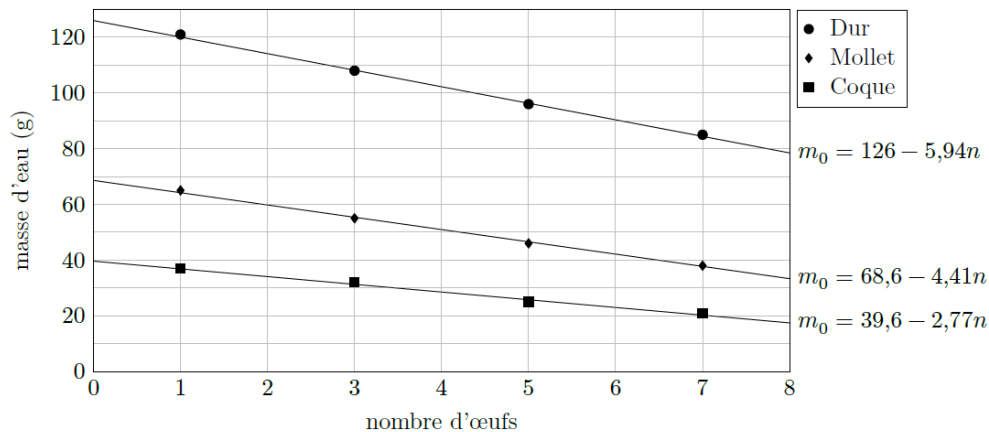


Figure 8 Masse d'eau à introduire dans le cuiseur en fonction du nombre d'œufs, pour les différents choix de cuisson

Données sur l'eau

masse volumique : $1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$

conductivité thermique : $0,6 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

capacité thermique massique : $4180 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

chaleur latente massique de vaporisation : $2,26 \times 10^6 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$

température d'ébullition sous 1 bar : 100°C

II. ETUDE DE MACHINES THERMIQUES (e3a PSI)

PREMIERE PARTIE : CYCLE DE CARNOT

A / Diagramme de Watt

Le cycle réversible de Carnot décrit par le fluide est constitué des quatre transformations :

- deux isothermes ($1 \rightarrow 1'$) et ($2 \rightarrow 2'$) de températures respectives T_1 et T_2 ($T_2 < T_1$) au cours desquelles sont échangés les transferts thermiques respectifs Q_1 et Q_2 ;
- deux adiabatiques ($1' \rightarrow 2$) et ($2' \rightarrow 1$) joignant les deux isothermes.

Ce cycle moteur est représenté dans le diagramme de Watt (P, V), visualisant la pression P du gaz en fonction du volume V qu'il occupe.

- A1.** Comparer qualitativement les pentes des tangentes aux courbes représentant une isotherme et une adiabatique réversible en un point commun du diagramme (P, V). Cette propriété étant indépendante de la nature du fluide, exprimer, dans le cas du gaz parfait, le rapport de ces deux pentes en fonction du rapport γ de ses capacités thermiques à pression et volume constants.
- A2.** En déduire la représentation du cycle moteur de Carnot en précisant son orientation, les états 1, 1', 2 et 2' du fluide, les isothermes T_1 et T_2 . Que représente l'aire du cycle ?
- A3.** Définir le rendement η de ce cycle puis l'exprimer en fonction des températures T_1 et T_2 . Calculer sa valeur pour $T_1 = 1300 \text{ K}$ et $T_2 = 300 \text{ K}$.
- A4.** Ce rendement dépend-il de la nature du fluide considéré ? Justifier que la valeur du rendement de Carnot ne peut être dépassée par aucun moteur réel fonctionnant entre les deux mêmes sources de chaleur.

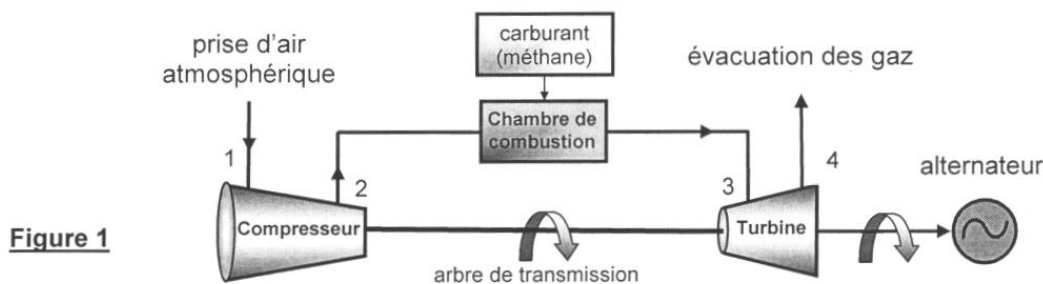
B / Diagramme entropique

Le diagramme entropique (T,S) est la représentation de la température T en fonction de l'entropie S du système étudié.

- B1.** Montrer que, lorsque la transformation subie par le fluide thermique est adiabatique et réversible, son entropie est conservée.
- B2.** Représenter le cycle de Carnot dans le diagramme (T,S) en précisant son orientation, les états 1, 1', 2 et 2' du fluide, les températures T_1 et T_2 ainsi que les entropies maximale et minimale du système, notées respectivement S_{\max} et S_{\min} .
- B3.** Exprimer $\Delta S_{1 \rightarrow 1'}$ et $\Delta S_{2 \rightarrow 2'}$ en fonction de S_{\max} et S_{\min} , puis en fonction de Q_1 , Q_2 , T_1 et T_2 .
- B4.** Comparer, en le justifiant, l'aire de ce cycle réversible à l'aire du cycle visualisé en diagramme de Watt. Retrouver l'expression du rendement de Carnot par une méthode graphique.

DEUXIEME PARTIE ETUDE D'UN GENERATEUR A TURBINE A GAZ

Le schéma simplifié du générateur à turbine (figure 1) est représenté ci-dessous :



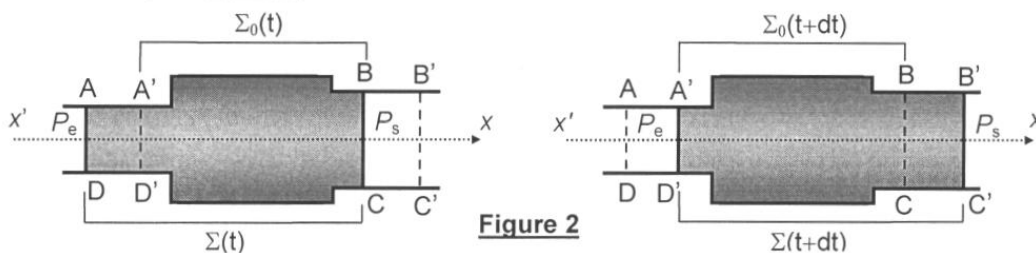
L'énergie thermique est fournie dans la chambre de combustion et l'énergie mécanique est récupérée sur l'arbre de transmission de la turbine pour entraîner le compresseur et actionner l'alternateur. Les éléments de la turbine à gaz (compresseur, chambre de combustion, turbine, échangeurs thermiques) traversés par le fluide en écoulement sont des systèmes ouverts.

C / Premier principe pour un système ouvert

Les hypothèses suivantes seront adoptées tout au long du problème :

- le régime de fonctionnement de la machine est permanent ;
- les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle de pesanteur du fluide traversant chaque partie du dispositif sont négligeables devant les autres formes d'énergie.

Schéma de principe : (figure 2)



Le volume de contrôle $A'B'C'D'$ définit le système machine ouvert Σ_0 . La masse de fluide gazeux contenue dans ce volume est notée $m_0(t)$ à la date t et $m_0(t+dt)$ à la date $t+dt$. Le fluide s'écoule du réservoir de pression P_e au réservoir de pression P_s ($P_e > P_s$) : pendant la durée dt , une masse δm_e (contenue dans le volume $AA'D'D'$) entre par l'ouverture de section S_e et une quantité de matière de masse δm_s (contenue dans le volume $BB'CC'$) sort par l'ouverture de section S_s .

Le système fermé Σ considéré pour cette étude occupe à l'instant t le volume ABCD puis à l'instant $t + dt$ le volume A'B'C'D'.

Pour les fluides entrant et sortant, u , h et v désignent respectivement l'énergie interne massique, l'enthalpie massique et le volume massique du fluide. L'indice « e » est relatif aux grandeurs d'entrée du secteur AA'D'D et l'indice « s » aux grandeurs de sortie du secteur BB'C'C.

Les grandeurs d'échange massiques entre ce système et le milieu extérieur sont :

- le transfert thermique massique q ;
- le travail massique d'écoulement ou de transvasement w_p qui est exercé par les forces pressantes à l'entrée et à la sortie de la machine ;
- le travail massique utile w_u fourni à l'intérieur de la machine par des pièces mobiles (ailettes ou pistons).

- C1.** Etablir un bilan de masse pour le système Σ entre les instants t et $t + dt$. En déduire une relation simple entre δm_s et δm_e .
- C2.** Déterminer en fonction de P_e , P_s , v_e et v_s le travail massique de transvasement w_p exercé par les forces de pression sur le système Σ entre les instants t et $t + dt$.
- C3.** En appliquant le premier principe de la thermodynamique au système Σ entre les instants t et $t + dt$, montrer que : $h_s - h_e = w_u + q$.

D / Cycle de Brayton idéal

Le fluide utilisé dans les générateurs à turbine à gaz est l'air atmosphérique.

Les étapes successives du cycle de Brayton réversible décrit par l'air sont les suivantes :

1→2 : l'air atmosphérique s'engage en (1) dans le compresseur où il est comprimé de façon isentropique.

2→3 : l'air frais est ensuite admis dans la chambre de combustion où le gaz naturel est injecté et s'enflamme. Le fluide est porté à des températures très élevées de façon isobare, sans apport de travail. Sa composition n'est pas modifiée.

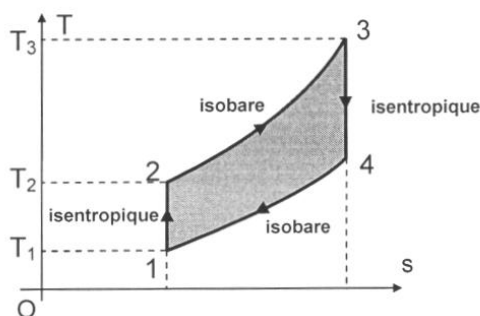
3→4 : le gaz chaud subit dans la turbine une détente isentropique. Cette détente est utilisée pour produire un travail mécanique dont une partie sert à faire fonctionner le compresseur alors que l'autre actionne l'alternateur. A la sortie (4) de la turbine, les gaz d'échappement sont évacués vers l'atmosphère.

4→1 : le gaz chaud qui s'échappe subit un refroidissement sans apport de travail au contact de la source froide (l'air atmosphérique). Le transfert thermique est isobare.

La puissance fournie par la turbine est modulée grâce au débit d'air envoyé dans le compresseur à l'entrée (1) du dispositif et à la quantité de gaz naturel injecté dans la chambre de combustion.

L'air atmosphérique, le mélange initial {air-gaz naturel} et les gaz brûlés d'échappement sont assimilés à un même gaz parfait. Le rapport de ses capacités thermiques à pression et volume constants est supposé constant et égal à : $\gamma = 1,4$. Sa capacité thermique massique à pression constante est : $c_p = 1 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

Le cycle de Brayton est représenté (figure 3) dans le diagramme entropique, où T est la température du gaz et s son entropie massique :



$$T_1 = 300 \text{ K} \quad P_1 = 1 \text{ bar}$$

$$T_3 = 1300 \text{ K} \quad P_2 = 10 \text{ bars}$$

Posons pour simplifier :

$$\lambda = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \text{et} \quad \tau = \frac{T_3}{T_1}$$

Figure 3

L'air est aspiré dans le compresseur à la pression $P_1 = 1 \text{ bar}$ et à la température $T_1 = 300 \text{ K}$ pour y être comprimé à la pression $P_2 = 10 \text{ bar}$.

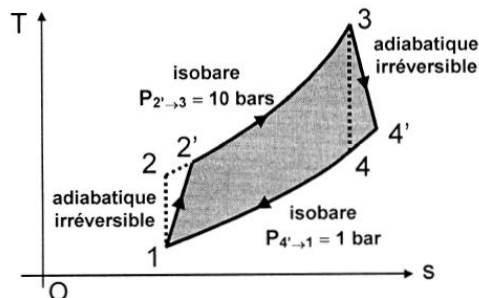
- D1.** Démontrer la loi de Laplace relative au couple (P,T) en précisant ses conditions d'utilisation. En déduire T_2 et T_4 en fonction de λ , τ et T_1 . Applications numériques.
- D2.** Exprimer puis calculer le travail massique de compression w_{12} absorbé par le gaz (fourni au gaz par le compresseur) au cours de la transformation adiabatique $1 \rightarrow 2$, en fonction de c_p , T_1 et λ .
- D3.** A l'issue de la combustion (étape $2 \rightarrow 3$), la chambre fournit au gaz une énergie thermique massique de combustion q_{23} qui amène la température de celui-ci à la valeur $T_3 = 1300$ K. Exprimer q_{23} en fonction de c_p , T_1 , λ et τ . Réaliser l'application numérique.
- D4.** Exprimer puis calculer le travail massique w_T récupéré par la turbine (fourni à la turbine par le gaz) au cours de la transformation $3 \rightarrow 4$, en fonction de c_p , λ , T_1 et τ .

Le travail w_c fourni au compresseur par la turbine est intégralement transféré au gaz par le compresseur au cours de la transformation $1 \rightarrow 2$: $w_c = w_{12}$.

- D5.** Ecrire le travail utile w_a fourni par la turbine pour actionner l'alternateur, puis l'exprimer en fonction de c_p , λ , T_1 et τ ; effectuer l'application numérique. Pour quelle valeur λ_{\max} de λ (fonction de τ) ce travail w_a est-il maximal ? Comparer λ_{\max} à la valeur numérique de λ adoptée pour la turbine.
- D6.** Calculer le rapport $\mathcal{R} = \frac{w_c}{w_a}$ qui évalue la répartition entre le travail w_c que fournit la turbine au compresseur et le travail utile w_a qu'elle fournit à l'alternateur. Commenter.
- D7.** Définir le rendement thermique η du générateur à turbine et l'exprimer en fonction du paramètre λ . Calculer η pour le travail w_a fourni par la turbine à l'alternateur et le comparer à celui d'un cycle de Carnot fonctionnant entre les mêmes températures extrêmes.
- D8.** Exprimer puis calculer le transfert thermique massique q_{41} reçu par le gaz au cours de la phase d'échappement $4 \rightarrow 1$, en fonction de c_p , λ , T_1 et τ . Cette énergie thermique est-elle une énergie récupérable ? Commenter.

E / Cycle de Brayton réel

En réalité, des phénomènes irréversibles tant au niveau du compresseur qu'au niveau de la turbine se produisent et des chutes de pression apparaissent dans les conduits et dans la chambre de combustion. Le cycle réel décrit par la turbine diffère alors du cycle idéal décrit précédemment. Il est représenté (figure 4) dans le diagramme entropique par le cycle $1 \rightarrow 2' \rightarrow 3 \rightarrow 4' \rightarrow 1$ comme schématisé ci-dessous :



Les irréversibilités dans le compresseur et dans la turbine sont prises en compte grâce aux rendements isentropiques :

$$\eta_C = \frac{h_2 - h_1}{h_{2'} - h_1} = 0,80 \quad \text{et} \quad \eta_T = \frac{h_4' - h_3}{h_4 - h_3} = 0,85$$

- $1 \rightarrow 2'$ et $3 \rightarrow 4'$: adiabatiques irréversibles
- $2' \rightarrow 3$ et $4' \rightarrow 1$: isobares

Figure 4

- E1.** Déterminer la température réelle de sortie du compresseur $T_{2'}$, puis la température réelle à la sortie de la turbine $T_{4'}$, en fonction de λ , T_1 , τ , η_C et η_T . Applications numériques.
- E2.** Exprimer puis calculer le travail massique de compression $w_{12'}$ absorbé par le gaz en fonction de c_p , T_1 , λ et η_C .
- E3.** Déterminer l'énergie thermique massique de la combustion réelle $q_{2'3}$, puis le travail réel $w_{T'}$ récupéré par la turbine au cours de la transformation $3 \rightarrow 4'$, en fonction de c_p , λ , T_1 , τ , η_C et η_T . Applications numériques.
- E4.** Le travail w_c' fourni au compresseur par la turbine est intégralement transféré au gaz par le compresseur au cours de la transformation $1 \rightarrow 2'$. Déterminer, en fonction de c_p , λ , T_1 , τ , η_C et η_T , le travail utile w_a' fourni par la turbine pour actionner l'alternateur. Application numérique. Pour quelle valeur λ'_{\max} de λ (fonction de τ , η_C et η_T), ce travail w_a' est-il maximal ? Comparer cette valeur numérique λ'_{\max} à la valeur λ adoptée pour la turbine.

- E5.** Calculer le rapport $\mathcal{R}' = \frac{w_c'}{w_a'}$ qui évalue la répartition entre le travail $w_c' = w_{12'}$ que fournit la turbine pour actionner le compresseur et le travail w_a' qu'elle destine à la rotation de l'alternateur. Calculer le rendement thermique η' du générateur à turbine pour le cycle réel. Comparer \mathcal{R}' au rapport idéal \mathcal{R} et η' au rendement η du cycle théorique. Commenter.

F / Régénérateur

La température des gaz d'échappement à la sortie de la turbine est considérablement plus élevée que la température de l'air comprimé admis dans la chambre de combustion. Une partie de la chaleur des gaz d'échappement peut ainsi être avantageusement récupérée pour le préchauffage de l'air de combustion. Le rendement du générateur à turbine, de faible valeur dans le cas du cycle de Brayton réel, en est ainsi amélioré.

Le « régénérateur » est un échangeur de chaleur intercalé entre le compresseur et la chambre de combustion. En traversant le régénérateur, les gaz d'échappement échauffent l'air comprimé en écoulement vers la chambre de combustion, moins de chaleur issue de la combustion du carburant est donc requise et moins de combustible se révèle nécessaire.

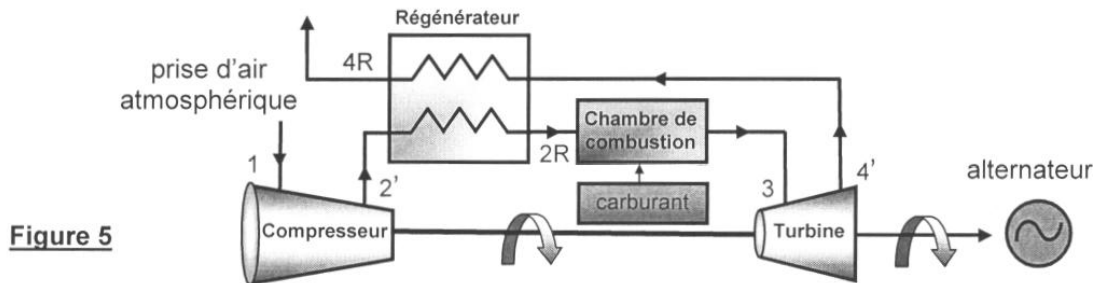


Figure 5

Les travaux et la chaleur $q_{2'3}$ échangés restent les mêmes que dans le cas précédent sans régénération, seul l'apport de chaleur que doit fournir la combustion est modifié

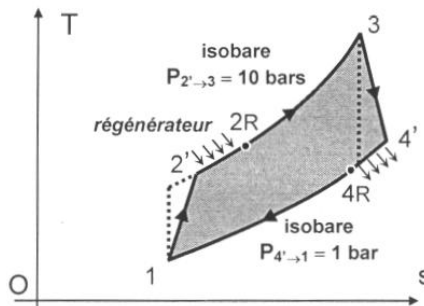


Figure 6

Le régénérateur fonctionne de manière isobare. Le coefficient d'efficacité ε de l'échangeur est défini comme le rapport entre le transfert thermique reçu par le gaz et celui que l'on pourrait recueillir au maximum :

$$\varepsilon = \frac{h_{2R} - h_{2'}}{h_4 - h_{2'}} = 0,95.$$

- F1.** Préciser la valeur numérique de la température de sortie du régénérateur T_{2R} .
- F2.** Calculer le transfert thermique massique $q_{2'2R}$ reçu par le gaz en sortie de l'échangeur.
- F3.** Conclure sur la valeur du rendement η_R du cycle de Brayton réel avec régénération.