

Mathématiques - Programme de colles 7
DU 19 AU 23 NOVEMBRE

Raisonnement et vocabulaire ensembliste

a) Éléments de logique

Implication, contraposition, équivalence. Négation d'une proposition.

b) Ensembles

Ensemble, appartenance, inclusion. Sous-ensemble (ou partie). Opérations sur les parties d'un ensemble : réunion, intersection, différence symétrique, passage au complémentaire. Produit cartésien
Ensemble des parties d'un ensemble : notation $\mathcal{P}(E)$.

c) Applications et relations

Graphe de E vers F . Application d'un ensemble E dans (vers) un ensemble F . (Le programme ne distingue pas les notions de fonction et d'application.)

Fonction indicatrice d'une partie d'un ensemble : notation $\mathbb{1}_A$.

Ensemble $\mathcal{F}(E, F)$ des applications de E dans F . Familles $(x_i)_{i \in I}$ d'éléments d'un ensemble E indexées par un ensemble I .

$\bigcup_{i \in I} A_i, \bigcap_{i \in I} A_i$. Partitions.

Restriction et prolongement. Image directe. Image réciproque : Notation $f^{-1} \langle B \rangle$.

Injection, surjection. Bijection, réciproque.

Quantificateurs.

Relations binaires

a) Relations binaires

Relations binaires. Relations d'équivalence, classes d'équivalence et partition.

Question de cours (énoncés et démonstrations) :

- Définitions de base sur les opérateurs logiques.
- Implication et contraposée ont même valeur logique, négation d'une implication, négation de « A et B », de « A ou B ».
- Définitions de base sur les ensembles et les applications.
- Formulations diverses avec quantificateurs ($A \subset B$; $y \in f(A)$; $y \notin f(A)$; $x \in f^{-1} \langle B \rangle$; f est injective, f est surjective...)
- Définition d'une partition.
- La famille des classes d'équivalence constitue une partition.
- Toute partition peut être associée à une relation d'équivalence dont les classes sont les éléments de la partition.

Savoir-faire :

- Démonstrations de propriétés portant sur les ensembles et les applications.
- Savoir démontrer l'injectivité, la surjectivité, la bijectivité d'une application donnée.
- Savoir démontrer l'inclusion d'un ensemble dans une autre, l'égalité de deux ensembles.
- Exercices sur les relations d'équivalence.