

## Mathématiques - Programme de colles 7

DU 19 AU 23 NOVEMBRE

### Raisonnement et vocabulaire ensembliste

a) Éléments de logique

Implication, contraposition, équivalence. Négation d'une proposition.

b) Ensembles

Ensemble, appartenance, inclusion. Sous-ensemble (ou partie). Opérations sur les parties d'un ensemble : réunion, intersection, différence symétrique, passage au complémentaire. Produit cartésien

Ensemble des parties d'un ensemble : notation  $\mathcal{P}(E)$ .

c) Applications et relations

Graphe de  $E$  vers  $F$ . Application d'un ensemble  $E$  dans (vers) un ensemble  $F$ . (Le programme ne distingue pas les notions de fonction et d'application.)

Fonction indicatrice d'une partie d'un ensemble : notation  $\mathbb{1}_A$ .

Ensemble  $\mathcal{F}(E, F)$  des applications de  $E$  dans  $F$ . Familles  $(x_i)_{i \in I}$  d'éléments d'un ensemble  $E$  indexées par un ensemble  $I$ .

$\bigcup_{i \in I} A_i, \bigcap_{i \in I} A_i$ . Partitions.

Restriction et prolongement. Image directe. Image réciproque : Notation  $f^{-1} \langle B \rangle$ .

Injection, surjection. Bijection, réciproque.

Quantificateurs.

### Relations binaires

a) Relations binaires

Relations binaires. Relations d'équivalence, classes d'équivalence et partition.

### Question de cours (énoncés et démonstrations) :

- Définitions de base sur les opérateurs logiques.
- Implication et contraposée ont même valeur logique, négation d'une implication, négation de «  $A$  et  $B$  », de «  $A$  ou  $B$  ».
- Définitions de base sur les ensembles et les applications.
- Formulations diverses avec quantificateurs ( $A \subset B$ ;  $y \in f(A)$ ;  $y \notin f(A)$ ;  $x \in f^{-1} \langle B \rangle$ ;  $f$  est injective,  $f$  est surjective...)
- Définition d'une partition.
- La famille des classes d'équivalence constitue une partition.
- Toute partition peut être associée à une relation d'équivalence dont les classes sont les éléments de la partition.

### Savoir-faire :

- Démonstrations de propriétés portant sur les ensembles et les applications.
- Savoir démontrer l'injectivité, la surjectivité, la bijectivité d'une application donnée.
- Savoir démontrer l'inclusion d'un ensemble dans une autre, l'égalité de deux ensembles.
- Exercices sur les relations d'équivalence.