

Mathématiques - Programme de colles 24

DU 29 AVRIL AU 3 MAI

Développements asymptotiques

Relations de comparaison pour les fonctions : Étant donné un point a (appartenant à I ou extrémité de I) et une fonction φ à valeurs réelles définie sur I , définition d'une fonction f à valeurs réelles, dominée par φ (négligeable devant φ) au voisinage de a .

Définition de l'équivalence au voisinage de a de deux fonctions f et g à valeurs réelles. Équivalent d'un produit, d'un quotient. Application à la comparaison des fonctions usuelles.

Développement limité à l'ordre n d'une fonction au voisinage d'un point ; opérations algébriques sur les développements limités : somme, produit ; développement limité de $u \mapsto 1/(1-u)$, application au quotient.

Développement limité des fonctions usuelles $\exp, \ln, \sin, \cos, x \mapsto (1+x)^\alpha$. Existence d'un développement limité à l'ordre n : formule de TAYLOR-YOUNG. Développement limité d'une primitive.

Application à l'étude locale d'une courbe, à l'étude de branches infinies d'une courbe (droite/arc asymptote).

Questions de cours (énoncés et démonstrations) :

- définition d'un développement asymptotique en 0 à l'ordre n , unicité des coefficients d'un DA.
- deux fonctions ayant même DA à l'ordre n ne sont pas forcément égales.
- DA d'une fonction paire/impair.
- Formule de TAYLOR-YOUNG (énoncé), application aux DL usuels.
- Primitives de développements limités (énoncé) et DL de tangente.

Savoir-faire :

- Calculs d'un DL à l'aide des DL usuels.
- Applications des DL (détermination de limites, étude locale, étude de branches infinies).