

## Mathématiques - Programme de colles 18

DU 4 AU 8 MARS

### Algèbre linéaire

#### a) Espaces vectoriels

Définition d'un espace vectoriel sur  $\mathbb{K}$ , d'un sous-espace vectoriel.

Intersection de sous-espaces vectoriels. Sous-espace engendré par une partie.

Espace vectoriel  $\mathcal{F}(X, F)$  des applications d'un ensemble  $X$  dans un espace vectoriel  $F$ .

#### b) Applications linéaires

Définition d'une application linéaire, d'une forme linéaire, d'un endomorphisme.

Réciproque d'une application linéaire bijective. Définition d'un isomorphisme, d'un automorphisme.

Noyau et image d'une application.

Si  $F$  et  $G$  sont supplémentaires dans  $E$ , projection sur  $F$  parallèlement à  $G$  et symétrie par rapport à  $F$  parallèlement à  $G$ . linéaire.

#### c) Systèmes de vecteurs

Définition des combinaisons linéaires de  $p$  vecteurs  $x_1, x_2, \dots, x_p$  d'un espace vectoriel ; image par une application linéaire d'une combinaison linéaire. Sous-espace engendré par un système fini de vecteurs.

Définition d'un système générateur. Indépendance linéaire : définition d'un système libre, lié. Définition d'une base ; coordonnées (ou composantes) d'un vecteur dans une base.

Base canonique de  $\mathbb{K}^n$ .

Image par une application linéaire d'un système libre, générateur, d'une base.

#### d) Écriture matricielle (début)

Équation vectorielle associée à un système de vecteurs : existence, unicité des solutions, écriture à l'aide d'un produit matriciel. Interprétation d'une matrice échelonnée (par la méthode du pivot) sur le système de vecteurs associé.

Étant donné un espace vectoriel  $E$  muni d'une base  $(e_j)_j$  et un espace vectoriel  $F$  muni d'une base  $(\varepsilon_i)_i$ , une application linéaire  $f$  de  $E$  dans  $F$  et un vecteur  $x$  de  $E$ , expression des coordonnées de  $y = f(x)$  dans  $(\varepsilon_i)_i$  en fonction des coordonnées de  $x$  dans  $(e_j)_j$ .

### Questions de cours (énoncés et démonstrations) :

- Définition d'un système libre, d'un système lié.
- Propriétés des systèmes libres, générateurs. Image d'un système par une application linéaire.

### Savoir-faire :

- Systèmes de vecteurs : étudier la dépendance linéaire
- **Tout exercice sur les formules de TAYLOR.**