

Mathématiques - Programme de colles 5

DU 6 AU 10 NOVEMBRE

Fonctions usuelles

Fonctions sinus, cosinus, tangente.

Fonctions circulaires réciproques. Notations arcsin, arccos, arctan.

Équations différentielles linéaires

Notion d'équation différentielle linéaire du premier ordre :

$$\forall x \in I, a(x)y'(x) + b(x)y(x) = c(x)$$

où a, b, c sont des fonctions continues définies sur un intervalle I de \mathbb{R} à valeurs réelles ou complexes.
Équation homogène associée.

Forme des solutions : somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène.

Principe de superposition.

Méthode de la variation de la constante.

Existence et unicité de la solution d'un problème de CAUCHY.

Notion d'équation différentielle linéaire du second ordre, homogène et à coefficients constants :

$$\forall x \in \mathbb{R}, ay''(x) + by'(x) + cy(x) = 0$$

où a, b, c sont des scalaires réels ou complexes. Solutions réelles, solutions complexes.

Question de cours (énoncés et démonstrations) :

- Théorème des croissances comparées (quatre limites dans l'énoncé).
- Toute définition, relation, propriété des fonctions circulaires réciproques
- Résolution de l'équation différentielle : $\forall x \in I, y'(x) + \alpha(x)y(x) = 0$.
- Résolution de l'équation différentielle : $\forall x \in J, a(x)y'(x) + b(x)y(x) = c(x)$ où J est un intervalle sur lequel a ne s'annule pas.
- Problème de CAUCHY pour les équations différentielles linéaires du premier ordre.
- Équation fonctionnelle : $\forall (t, s) \in \mathbb{R}^2, f(t + s) = f(t)f(s)$ où f est définie sur \mathbb{R} , à valeurs dans \mathbb{R} ou \mathbb{C} et dérivable sur \mathbb{R} .

Savoir-faire :

- Utilisation des fonctions circulaires réciproques et de leurs propriétés.
- Utilisation de toute fonction usuelle.
- Résolutions d'équations différentielles linéaires **1er et 2è ordre** (avec second membre pour le 1er ordre, homogènes et à coefficients constants pour le 2è ordre).