

## Mathématiques - Programme de colles 23

DU 23 AU 27 AVRIL

### Développements asymptotiques

Relations de comparaison pour les fonctions : Étant donné un point  $a$  (appartenant à  $I$  ou extrémité de  $I$ ) et une fonction  $\varphi$  à valeurs réelles définie sur  $I$ , définition d'une fonction  $f$  à valeurs réelles, dominée par  $\varphi$  (négligeable devant  $\varphi$ ) au voisinage de  $a$ .

Définition de l'équivalence au voisinage de  $a$  de deux fonctions  $f$  et  $g$  à valeurs réelles. Équivalent d'un produit, d'un quotient. Application à la comparaison des fonctions usuelles.

Développement limité à l'ordre  $n$  d'une fonction au voisinage d'un point ; opérations algébriques sur les développements limités : somme, produit ; développement limité de  $u \mapsto 1/(1-u)$ , application au quotient.

Développement limité des fonctions usuelles  $\exp, \ln, \sin, \cos, x \mapsto (1+x)^\alpha$ . Existence d'un développement limité à l'ordre  $n$  : formule de TAYLOR-YOUNG. Développement limité d'une primitive.

Application à l'étude locale d'une courbe, à l'étude de branches infinies d'une courbe (droite/arc asymptote).

### Questions de cours (énoncés et démonstrations) :

- définition d'un développement asymptotique en 0 à l'ordre  $n$ , unicité des coefficients d'un DA.
- deux fonctions ayant même DA à l'ordre  $n$  ne sont pas forcément égales.
- DA d'une fonction paire/impair.
- Formule de TAYLOR-YOUNG (énoncé), application aux DL usuels.
- Primitives de développements limités (énoncé) et DL de tangente.
- liens entre DL0 et continuité, entre DL1 et dérivabilité.

### Savoir-faire :

- Calculs d'un DL à l'aide des DL usuels.
- Applications des DL (détermination de limites, étude locale, étude de branches infinies).