

Mathématiques - Programme de colles 21

DU 26 AU 30 MARS

Compléments sur les suites

Suites récurrentes linéaires doubles.

Structure de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ et de $\mathcal{L}_{\mathbb{K}}(E, F)$

a) Matrices et applications linéaires

Matrice $M(u, \mathcal{B}, \mathcal{C})$ associée à une application linéaire u d'un espace vectoriel E muni d'une base \mathcal{B} dans un espace vectoriel F muni d'une base \mathcal{C} . L'application $u \mapsto M(u, \mathcal{B}, \mathcal{C})$ est un isomorphisme de $\mathcal{L}(E, F)$ sur $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$; dimension de $\mathcal{L}(E, F)$.

Matrice $M(u, \mathcal{B})$ associée à un endomorphisme u d'un espace vectoriel E muni d'une base \mathcal{B} .

b) Opérations sur les matrices

Espace vectoriel $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ des matrices à n lignes et p colonnes sur \mathbb{K} . Base canonique $(E_{i,j})_{i,j}$ de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$; dimension de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$. Isomorphisme de $\mathcal{L}(E, F)$ sur $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$. Définition du produit matriciel. Représentation des vecteurs de \mathbb{K}^n par des matrices colonnes et des formes linéaires sur \mathbb{K}^p par des matrices lignes. Anneau $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ des matrices carrées à n lignes. Isomorphisme de l'anneau $\mathcal{L}(E)$ sur l'anneau $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Matrices carrées inversibles; définition du groupe linéaire $GL_n(\mathbb{K})$. Matrices diagonales, matrices triangulaires supérieures (ou inférieures).

Question de cours (énoncés et démonstrations) :

- Définition du produit matriciel.
- Interprétation des opérations (somme, produit, inverse) sur les matrices en termes d'application linéaire.
- Dimension de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ et base canonique de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.
- Caractérisation des automorphismes parmi les endomorphismes.

Savoir-faire :

Exercices faisant intervenir une suite récurrente linéaire double.

Tout exercice d'algèbre linéaire **portant sur ce programme de colle et les précédents**.