

Mathématiques - Programme de colles 20

DU 19 AU 23 MARS

Fractions rationnelles

a) Corps $\mathbb{K}(X)$ des fractions rationnelles, degré d'une fraction rationnelle. Forme irréductible d'une fraction rationnelle. Fonction rationnelle associée à une fraction rationnelle. Zéros et pôles d'une fraction rationnelle ; ordre de multiplicité.

b) Étude locale d'une fraction rationnelle

Théorème de décomposition en éléments simples de $F = P/Q$ lorsque $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ et Q est scindé. Lorsque a est un pôle simple de F , expressions de la partie polaire relative à ce pôle. Énoncé du théorème de décomposition dans \mathbb{R} .

Exemples de décompositions en éléments simples dans \mathbb{C} et dans \mathbb{R} .

Compléments sur les suites

Suites arithmético-géométriques. Étude de suites récurrentes : $u_{n+1} = f(u_n)$.

Questions de cours (énoncés et démonstrations) :

- Toute fraction rationnelle non nulle peut se mettre de manière unique sous forme irréductible.
- Degré d'une fraction rationnelle : définition et propriétés.
- Théorème de décomposition en éléments simples sur \mathbb{C} et sur \mathbb{R} (énoncés seulement).
- Propriétés des suites récurrentes : monotonie éventuelle ; limite et point fixe.

Savoir-faire :

Exercices sur les fractions rationnelles.

Étude de suites.