

Colles de mathématique ψ^*

Programme 6 : 6 au 17 décembre

Suites de fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R} ou \mathbb{C}

- définition de la convergence simple, fonction limite simple ;
- définition de la convergence uniforme, elle implique la convergence simple ;
- définition de la convergence uniforme sur tout segment (CVUTS) ;
- intégrale d'une limite uniforme sur un segment ;
- théorème d'interversion de $\lim_{x \rightarrow a}$ et $\lim_{n \rightarrow \infty}$ dans le cas où il y a convergence uniforme sur un voisinage de a (*admis*) ;
- continuité de la limite simple quand il y a CVUTS ;
- dérivation de la limite simple quand il y a CVUTS des dérivées ;
- classe de la limite simple.

Séries de fonctions

- fonction somme, fonctions restes ;
- CNS de convergence uniforme : $\|R_n\|_\infty \rightarrow 0$ (utilisé surtout quand $\sum f_n(x)$ est alternée) ;
- CS de convergence uniforme : convergence normale (utilisé dans la plupart des cas) ;
- adaptation en termes de séries des 4 théorèmes d'interversion.

Preuves exigibles :

- théorème de dérivation de la limite simple d'une suite de fonctions \mathcal{C}^1 ;
- la convergence normale implique la convergence uniforme ;
- traité en exemple en cours : classe de la fonction $\zeta : x \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} n^{-x}$.