Chariot en translation
Correction

I.1 En exprimant le roulement sans glissement en A et B entre la bille 2 et le bâti 1, déterminer :

- la composante suivant $\vec{k}_1$ de $\vec{\Omega}(2/1)$: r.
- une relation entre p et q.

On peut écrire que $\overrightarrow{V(A,2/1)}=\vec{0}$ et $\overrightarrow{V(B,2/1)}=\vec{0}$; or $\cancel{\overrightarrow{V(A,2/1)}}=\cancel{\overrightarrow{V(B,2/1)}}+\overrightarrow{AB}\wedge\vec{\Omega}(2/1)$

On en déduit que $\overrightarrow{\Omega 21}=k\overrightarrow{AB}$ donc $\boxed{r=0 \text{ et } p=q}$

Exprimer alors $\vec{\Omega}(2/1)$ en fonction de p uniquement.

$$\boxed{\vec{\Omega}(2/1)=p\vec{i}_1+p\vec{j}_1}$$

I.2 En exprimant le roulement sans glissement en C entre le chariot 3 et la bille 2, déterminer p en fonction de V et de R.

$\overrightarrow{V(C,3/2)}=\vec{0}$

$\overrightarrow{V(C,3/1)}-\overrightarrow{V(C,2/1)}=\vec{0}$ or : $\overrightarrow{V(C,3/1)}=V\,\vec{k}_1$ et $\overrightarrow{V(C,2/1)}=\cancel{\overrightarrow{V(B,2/1)}}+\overrightarrow{CB}\wedge\vec{\Omega}(2/1)$

Donc : $\begin{bmatrix}0\\0\\V\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{R}{\sqrt{2}}\\-R(\dfrac{1}{\sqrt{2}}+1)\\0\end{bmatrix}\wedge\begin{bmatrix}p\\p\\0\end{bmatrix}$ d'où : $V=pR(1+\sqrt{2})$ et donc $p=\dfrac{V}{R(1+\sqrt{2})}$

Exprimer alors $\vec{\Omega}(2/1)$ en fonction de V et R uniquement.

$$\boxed{\vec{\Omega}(2/1)=\frac{V}{R(1+\sqrt{2})}\left[\vec{i}_1+\vec{j}_1\right]}$$

I.3 Déterminer enfin la vitesse du centre de la bille par rapport au bâti : $\overrightarrow{V(O_2,2/1)}$ en fonction de V uniquement.

La distribution des vitesses permet d'écrire $\overrightarrow{V(O_2,2/1)}=\overrightarrow{V(A,2/1)}+\overrightarrow{O_2A}\wedge\vec{\Omega}(2/1)$

$$\boxed{\overrightarrow{V(O_2,2/1)}=\frac{V}{1+\sqrt{2}}\vec{k}}$$

I.4 Déterminer les composantes des vecteurs pivotement, roulement et glissement en K.

En K : contact entre 3 et 2 le glissement n'est pas nul et la normale est suivant $\overrightarrow{KO_2}$ (// $\vec{i}_1$).

$$\vec{\Omega}(3/2)=\vec{\Omega}(3/1)-\vec{\Omega}(2/1)=\frac{-V}{R(1+\sqrt{2})}\left[\vec{i}_1+\vec{j}_1\right]\Rightarrow\boxed{\begin{array}{l}\overrightarrow{\Omega p32}=\dfrac{-V}{R(1+\sqrt{2})}\overrightarrow{i1}\\ \overrightarrow{\Omega r32}=\dfrac{-V}{R(1+\sqrt{2})}\overrightarrow{j1}\end{array}}$$

La vitesse de glissement est telle que $\overrightarrow{V(K,3/2)}=\cancel{\overrightarrow{V(C,3/2)}}+\overrightarrow{KC}\wedge\vec{\Omega}(3/2)=\overrightarrow{KC}\wedge\vec{\Omega}(1/2)$

$$\boxed{\overrightarrow{V(K,3/2)}=V\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\overrightarrow{k1}}$$

Partie 2

II.1 Déterminer les nouvelles composantes p, q et r du vecteur rotation de la bille par rapport au bâti.

Le raisonnement est identique au précédent mais en utilisant K au lieu de C.

On trouve $\boxed{\vec{\Omega}(2/1) = \frac{V}{2R}\left[\vec{i}_1 + \vec{j}_1\right]}$

II.2 Déterminer la vitesse de glissement en C entre le chariot 3 et la bille 2.

On peut écrire $\overrightarrow{V(C,3/2)} = \cancel{\overrightarrow{V(K,3/2)}} + \overrightarrow{CK} \wedge \vec{\Omega}(3/2) = \overrightarrow{\Omega 21} \wedge \overrightarrow{CK}$ $\boxed{\overrightarrow{V(C,3/2)} = V\frac{1-\sqrt{2}}{2}\vec{k}_1}$

II.3 Chercher l'équation du lieu des points C qui satisfont à la relation de roulement sans glissement précédente.
Existe t'il des points pouvant appartenir à la fois à ce lieu et à la surface de la bille ?
Comment modifier la forme du chariot (3) pour que le glissement en C soit nul ? Faire un dessin.

On souhaite modifier la forme du chariot de sorte que le glissement soit nul en C.

On peut toujours écrire $\overrightarrow{V(C,3/2)} = \overrightarrow{\Omega 32} \wedge \overrightarrow{KC} = \overrightarrow{\Omega 21} \wedge \overrightarrow{CK}$

De plus $\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{CO_2} + \overrightarrow{O_2K} = -(X+R)\vec{i}_1 - Y\vec{j}_1$

On doit alors avoir $\frac{V}{R\sqrt{2}}(\vec{i}_1 + \vec{j}_1) \wedge \left[(X+R)\vec{i}_1 + Y\vec{j}_1\right] = \vec{0}$

D'où $\boxed{Y = X + R}$ et comme l'équation du cercle est $X^2+Y^2 = R^2$, le point d'intersection est l'opposé de B par rapport à O2.

<u>Autre solution plus élégante</u> : $\overrightarrow{V(C,3/2)} = \vec{0}$ et $\overrightarrow{V(K,3/2)} = \vec{0}$, on en déduit que $\overrightarrow{\Omega 32}$ // $\overrightarrow{KC}$

Et comme $\overrightarrow{\Omega 32} = \overrightarrow{\Omega 12}$ donc $\overrightarrow{KC}$ // $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ d'où le point.