BARRAGE POIDS
(statique, modèle local, modèle global)

Q1) On a : $\boxed{dS = L \times dz}$

Q2) **<u>Modèle local :</u>**

On sait que : « $p = \dfrac{F}{S}$ » $\Longrightarrow$ $d\overrightarrow{F_{e\to b}} = p \times dS$

Avec : $dS = L \times dz$ et $p(z) = \rho\, g\,(h-z)$ d'où : $\boxed{d\overrightarrow{F_{e\to b}} = \rho\, g\,(h-z) \times L\, dz\ \vec{y}}$

Q3) **<u>Modèle global :</u>**

- *<u>Résultante :</u>* $\overrightarrow{R_{e\to b}} = \int_0^h d\overrightarrow{F_{e\to b}} = \int_0^h \rho\, g\,(h-z) \times L\, dz\ \vec{y} = \rho\, g\, L \times \int_0^h (h-z)\,dz\ \vec{y}$

$$= \rho\, g\, L \times \left[h\,z - \frac{z^2}{2} \right]_0^h \vec{y} = \rho\, g\, L \times \left(h^2 - \frac{h^2}{2} - 0 \right) \vec{y}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\overrightarrow{R_{e\to b}} = \frac{1}{2} \rho\, g\, L\, h^2\ \vec{y}}$$

- *<u>Moment en **A** :</u>*

$$\overrightarrow{M(A, e\to b)} = \int_0^h \overrightarrow{AP} \wedge d\overrightarrow{F_{e\to b}} = \int_0^h z\,\vec{z} \wedge \rho\, g\,(h-z) \times L\, dz\ \vec{y} = \rho\, g\, L \times \int_0^h z \times (h-z)\,dz \times (\vec{z} \wedge \vec{y})$$

$$= \rho\, g\, L \times \left[h\frac{z^2}{2} - \frac{z^3}{3} \right]_0^h \times (-\vec{x}) = -\rho\, g\, L \times \left(\frac{h^3}{2} - \frac{h^3}{3} - 0 \right) \vec{x}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\overrightarrow{M(A, e\to b)} = -\frac{1}{6} \rho\, g\, L \times h^3\ \vec{x}}$$

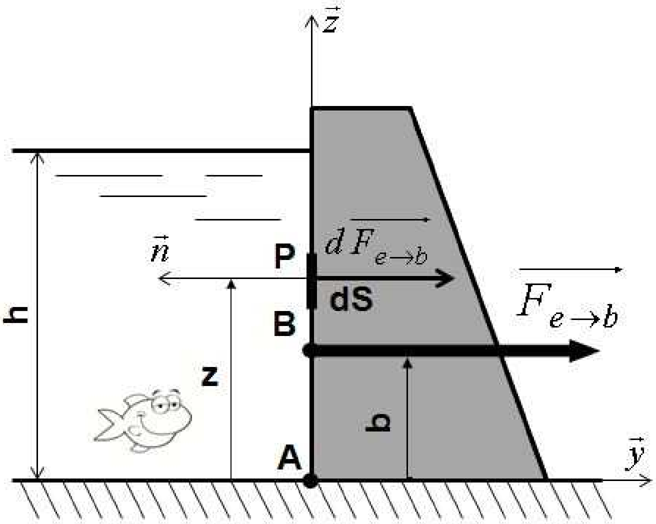
- *<u>Ecriture du torseur :</u>*

$$\boxed{\left\{ \overrightarrow{F_{e\to b}} \right\}_A = \left\{ \overrightarrow{R_{e\to b}}\ ;\ \overrightarrow{M(A, e\to b)} \right\} = \left\{ \frac{1}{2} \rho\, g\, L\, h^2\ \vec{y}\ ;\ -\frac{1}{6} \rho\, g\, L \times h^3\ \vec{x} \right\}}$$

Q4) Au point ***B*** le moment du glisseur représentatif de l'action mécanique modélisant la poussée de l'eau sur le barrage est nul :

$$\overrightarrow{M(B,e\rightarrow b)}=\vec{0}$$

Or : $\overrightarrow{M(B,e\rightarrow b)}=\int\left\{\cancel{\overrightarrow{M(P,dF_{e\rightarrow b})}}+\overrightarrow{BP}\wedge \overrightarrow{dF_{e\rightarrow b}}\right.$



$$\Rightarrow \overrightarrow{M(B,e\rightarrow b)}=\int_0^h (z-b)\vec{z}\wedge p\,dS\,\vec{y}$$

$$=\int_0^h (z-b)\vec{z}\wedge \rho\,g\,(h-z)\times L\,dz\;\vec{y}$$

$$=\rho\,g\,L\int_0^h (z-b).(h-z)\;\vec{z}\wedge\vec{y}\;dz$$

$$=\rho\,g\,L\int_0^h (z-b).(h-z)dz\;(\vec{z}\wedge\vec{y})=-\rho\,g\,L\int_0^h (z-b).(h-z)\;dz\;\vec{x}$$

$$\overrightarrow{M(B,e\rightarrow b)}=\vec{0}\;\Rightarrow\;-\cancel{\rho g L}\int_0^h (z-b).(h-z)\;dz\;\vec{x}=\vec{0}\;\Rightarrow\;\int_0^h\left\{-b\,h+z(h+b)-z^2\right\}dz=0$$

$$\Rightarrow\left[-b\,h\,z+\frac{z^2}{2}(h+b)-\frac{z^3}{3}\right]_0^h=0\;\Rightarrow\;-b\,h^2+\frac{h^2}{2}(h+b)-\frac{h^3}{3}-0=0$$

$$\Rightarrow\;b\,h^2\left(-1+\frac{1}{2}\right)+h^3\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=0\;\Rightarrow\;-\frac{b}{2}+\frac{h}{6}=0$$

$$\Rightarrow\;\boxed{b=\frac{2h}{6}=\frac{h}{3}}$$

Q5) Il faut déterminer la hauteur du point ***G***.
Or dans le triangle rectangle ***AHN*** on a :

$$sin\,\alpha=\frac{h/2}{HN}=\frac{b'}{2/3\;HN}$$

$$\Rightarrow\;\boxed{b'=\frac{2}{3}\times\frac{h}{2}=\frac{h}{3}=b}$$