

**COUPLAGE DE DEUX OSCILLATEURS**

Pour ce type de problème, on établit un système d'équations différentielles linéaires couplées du modèle ci-dessous:  $m\ddot{\xi}_1 = -K\xi_1 - K'(\xi_1 - \xi_2)$        $m\ddot{\xi}_2 = -K\xi_2 - K'(\xi_2 - \xi_1)$

**MODES PROPRES –PULSATIONS PROPRES**

On appelle **modes propres** les mouvements pour lesquels les oscillateurs oscillent tous à la même pulsation. Il existe autant de modes propres que de degrés de liberté du système. Les pulsations des modes propres s'appellent **pulsations propres**.

**MOUVEMENT GENERAL DES OSCILLATEURS EN REGIME LIBRE**

Les mouvements **libres** d'un système dont l'évolution est décrite par un système d'équations différentielles linéaires résultent **d'une superposition de mouvements correspondants aux modes propres du système**. Si un système est excité (par un choix convenable des C.I) dans un de ses modes propres, il y reste.

**COUPLAGE DE N OSCILLATEURS**

L'équation de l'oscillateur n prend souvent la forme :  $m\ddot{\xi}_n = K\xi_{n-1} - 2K\xi_n + K\xi_{n+1}$   
 Dans la chaîne, le mouvement d'un atome est couplé à ces deux voisins. **Le mouvement de l'un peut se propager à toute la chaîne.**

**EQUATION DE D'ALEMBERT** Dans l'approximation d'un milieu continu, la chaîne

d'oscillateurs vérifie l'équation de D'Alembert  $\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$  c est la **célérité du milieu**.

**MODES PROPRES DU MODELE DISCONTINU**

Les modes propres sont les solutions particulières pour lesquelles **les oscillateurs vibrent à la même pulsation**. On s'attend à ce qu'il existe n modes propres et donc n pulsations propres.

**CORDES VIBRANTES** Elles vérifient l'équation de D'Alembert avec la célérité  $c = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$ .

**Ondes planes stationnaires (OPS)**

Une onde est stationnaire si **les variables d'espace et de temps sont découplées**. Elle a donc la forme  $y(x,t) = F(x) G(t)$ . Les solutions stationnaires de l'équation de D'Alembert sont de la forme :  $y(x,t) = a \sin(k.x + \varphi_1) \sin(\omega.t + \varphi_2)$

Les lieux d'amplitude maximale s'appellent **des ventres de vibration**. Les lieux d'amplitude minimale **des nœuds** de vibration.

**Les nœuds sont distants de  $\lambda/2$  comme le sont les ventres. Un nœud et un ventre successif sont séparés de  $\lambda/4$ .**

**OSCILLATIONS LIBRES D'UNE CORDE FIXEE AUX DEUX EXTREMITES**

On appelle **mode propre** d'oscillations de la corde les ondes stationnaires sinusoïdales qui satisfont à ses conditions limites.

Longueurs d'onde et pulsations propres sont quantifiées  $\lambda_n = \frac{2L}{n}$  et  $\omega_n = n \frac{\pi C}{L}$ .

### OSCILLATIONS FORCEES D'UNE CORDE FIXEE A UNE EXTREMITÉ: RESONANCE

Un vibreur lui impose des **oscillations forcées** de pulsation  $\omega$  (**Oscillations forcées à distinguer des oscillations libres**).

Après un transitoire, la corde effectue des oscillations qui forment **des fuseaux d'ondes stationnaires** (présence de noeuds et de ventres), où on distingue deux cas :

- pour des fréquences particulières correspondant aux fréquences propres les fuseaux sont amples, bien supérieurs à l'amplitude imposée par le vibreur. Le vibreur apparaît alors pratiquement comme un nœud de vibration. On dit qu'il y a **résonance**.
- pour les autres fréquences, l'oscillation forcée se fait sans résonance.

### NOTION D'ONDE PROGRESSIVE

#### Généralités

Un phénomène physique associé à la grandeur écrite  $s(\mathbf{x} - c\mathbf{t}), s(\mathbf{x} + c\mathbf{t}), s(\mathbf{t} - \frac{\mathbf{x}}{c})$  ou  $s(\mathbf{t} + \frac{\mathbf{x}}{c})$  est une **onde progressive se propageant dans la direction Ox**.

La présence d'un terme de retard dans  $s(M, t)$  caractérise l'onde progressive.

Une surface d'onde est la surface continue formée des points dans le même état physique en même temps.

Si la source émet un signal périodique de **période temporelle T**, on définit une **période spatiale  $\lambda$** . La **longueur d'onde  $\lambda$  est la distance parcourue par l'onde en une période spatiale**. Elle vérifie  $\lambda = cT$  si  $c$  est la célérité de l'onde.

#### Onde progressive plane (OPP)

Ses surfaces d'onde sont **des plans parallèles**. La **direction orthogonale aux plans d'onde est la direction de propagation**. Elle est orientée par le vecteur unitaire  $\vec{u}$ .

L'onde plane progressive peut alors être décrite par:  $s(t, M) = s(t - \frac{\vec{OM} \cdot \vec{u}}{c})$

**Rem:** L'onde plane est un modèle qui décrit, loin de la source, à une onde sphérique.

#### Onde progressive plane sinusoïdale ou monochromatique (OPPM)

$s$  est alors sinusoïdale de période  $T$  et de fréquence  $f$ . On a:

$$s(t, M) = A \cos \omega \left( t - \frac{\vec{OM} \cdot \vec{u}}{c} \right) = A \cos (\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM})$$

$\vec{k}$  est le vecteur d'onde et  $\lambda$  la longueur d'onde vérifiant:  $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{u} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u}$  et  $\lambda = cT$

**Rem:** la représentation complexe de l'OPPM est:  $\underline{s}(M, t) = A e^{j\omega t} e^{-j\vec{k} \cdot \vec{OM}}$