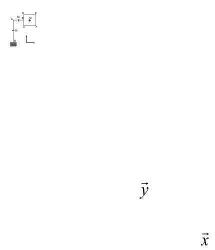
Panneau indicateur

Un panneau indicateur (figure ci dessous) est soumis à son propre poids et à l'action du vent sur sa partie rectangulaire.

- Le **poids linéique** des montants *OA* et *AB* est $\vec{q} = -q\vec{y}$
- Le **poids surfacique** du panneau *CDEF* est $\vec{P}(x) = -P(x)\,\vec{y}$ avec $P(x) = -50(x^2 - 16) \quad (N.m^{-2})$ dans le repère $(G_3;\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ (on a donc par exemple : $P(G_3) = P(0) = 800\ N.m^{-2}$).
- **L'action du vent** sur *CDEF* est représentée par une densité surfacique d'efforts $\vec{p} = -p\vec{z}$ (p constant).

On donne les valeurs numériques suivantes :

$OA = a = 7.5\,m$	$AB = b = 3\,m$	$DC = h = 3\,m$
$DE = L = 4\,m$	$q = 750 N.m^{-1}$	$p = 500 N.m^{-2}$



Questions :

1/ Calculer le torseur d'action mécanique en O de l'ensemble des efforts appliqués sur le panneau indicateur en fonction de $a, b, h, L, q\ et\ p.$

Nota : On fera le calcul pour chaque élément avant de faire la somme. (Tronçon OA puis tronçon AB puis panneau CDEF). Voir et remplir le tableau suivant.

2/ Faire les applications numériques.

3/ Dans quelles conditions le torseur trouvé est il un glisseur ? Justifier.

4/ En déduire le torseur de l'action mécanique de la liaison encastrement du sol sur le panneau indicateur.

Feuille récapitulative à rendre avec votre copie

Tronçon **OA** (poids linéique)
$\vec{R} =$
$\vec{M}_O(pes \to OA) =$
Application numérique :
$\vec{R} =$
$\vec{M}_O(pes \to OA) =$

Tronçon **AB** (poids linéique)
$\vec{R} =$
$\vec{M}_O(pes \to AB) =$
Application numérique :
$\vec{R} =$
$\vec{M}_O(pes \to AB) =$

Panneau **CDEF** **Poids surfacique**
$\vec{R} =$
$\vec{M}_{G_3}(pes \to CDEF) =$ (facultatif mais conseillé)
$\vec{M}_O(pes \to CDEF) =$
Application numérique :
$\vec{M}_{G_3}(pes \to CDEF) =$ (facultatif mais conseillé)
$\vec{M}_O(pes \to CDEF) =$

Panneau **CDEF** **Action du vent**
$\vec{R} =$
$\vec{M}_{G_3}(vent \to CDEF) =$ (facultatif mais conseillé)
$\vec{M}_O(vent \to CDEF) =$
Application numérique :
$\vec{M}_{G_3}(vent \to CDEF) =$ (facultatif mais conseillé)
$\vec{M}_O(vent \to CDEF) =$

BILAN (Application numérique):
$\vec{R} =$
$\vec{M}_O =$

Panneau indicateur (corrigé)

Tronçon (OA)

- $\vec{R} = \int_0^a -q\,dy\,\vec{y} = -a\,q\,\vec{y} = -5625\,\vec{y}\ (N)$
- $\vec{M}_O = \vec{0}$

Tronçon (AB)

- $\vec{R} = \int_0^b -q\,dx\,\vec{y} = -b\,q\,\vec{y} = -2250\,\vec{y}\ (N)$
- $\vec{M}_O = \int \overrightarrow{OM} \wedge d\vec{F} = \int_0^b (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM}) \wedge -q\,dx\,\vec{y} = \int_0^b (a\vec{y} + x\vec{x}) \wedge -q\,dx\,\vec{y} = \int_0^b -q\,x\,dx\,\vec{z} = -\frac{b^2}{2}\,q\vec{z}$

  $= -3375\,\vec{z}\ \ (N.m)$

poids du panneau

On travaille dans le repère $(G_3; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

- $\vec{R} = \int d\vec{F} = \int -P(x)dS\,\vec{y} = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} 50(x^2 - 16)\,dx\,dy\,\vec{y} = 50\,h(\frac{L^3}{12} - 16\,L)\,\vec{y} = -8800\,\vec{y}\ (N)$
- $\vec{M}_{G_3} = \vec{0}$
- $\vec{M}_O = \vec{M}_{G_3} + \overrightarrow{OG_3} \wedge \vec{R} = \left[(b + \frac{L}{2})\vec{x} + a\vec{y}\right] \wedge 50h(\frac{L^3}{12} - 16L)\vec{y} = 50h(b + \frac{L}{2})(\frac{L^3}{12} - 16L)\vec{z}$

  $\vec{M}_O = -44000\,\vec{z}\ \ (N.m)$

action du vent

répartition équivalente (solide indéformable) à un glisseur $\vec{R} = -Lhp\,\vec{z}$ appliqué au point G_3.

- $\vec{R} = -Lhp\vec{z} = -6000\,\vec{z}\ (N.m)$
- $\vec{M}_O = \overrightarrow{OG_3} \wedge \vec{R} = (a\vec{y} + \left(b + \frac{L}{2}\right)\vec{x}) \wedge (-Lhp\vec{z}) = -aLhp\vec{x} + \left(b + \frac{L}{2}\right) Lhp\vec{y}$

  $\vec{M}_O = -45000\vec{x} + 30000\vec{y}$

<u>BILAN</u>

- $\vec{R} = -16675\,\vec{y} - 6000\,\vec{z}$
- $\vec{M}_O = -45000\,\vec{x} + 30000\,\vec{y} - 47375\,\vec{z}$

Feuille récapitulative à rendre avec votre copie

Tronçon **OA** (poids linéique)
$\vec{R} = -a\,q\,\vec{y}$
$\vec{M}_O(pes \to OA) = \vec{0}$
Application numérique :
$\vec{R} = -5625\,\vec{y}\ (N)$
$\vec{M}_O(pes \to OA) = \vec{0}$

Tronçon **AB** (poids linéique)
$\vec{R} = -bq\,\vec{y}$
$\vec{M}_O(pes \to AB) = -\frac{b^2}{2}\,q\,\vec{z}$
Application numérique :
$\vec{R} = -2250\,\vec{y}\ (N)$
$\vec{M}_O = -3375\,\vec{z}\ \ (N.m)$

Panneau **CDEF** **Poids surfacique**
$\vec{R} = 50h(\frac{L^3}{12} - 16L)\vec{y}$
$\vec{M}_{G_3}(pes \to CDEF) = \vec{0}$ (facultatif mais conseillé)
$\vec{M}_O(pes \to CDEF) = 50\,h(b + \frac{L}{2})(\frac{L^3}{12} - 16\,L)\vec{z}$
Application numérique :
$\vec{R} = -8800\,\vec{y}\ \ (N)$
$\vec{M}_{G_3}(pes \to CDEF) = \vec{0}$ (facultatif mais conseillé)
$\vec{M}_O(pes \to CDEF) = -44000\,\vec{z}\ \ (N.m)$

Panneau **CDEF** **Action du vent**
$\vec{R} = -Lhp\vec{z}$
$\vec{M}_{G_3}(vent \to CDEF) = \vec{0}$ (facultatif mais conseillé)
$\vec{M}_O(vent \to CDEF) = -aLhp\vec{x} + \left(b + \frac{L}{2}\right)Lhp\vec{y}$
Application numérique :
$\vec{R} = -6000\,\vec{z}\ (N)$
$\vec{M}_{G_3}(vent \to CDEF) = \vec{0}$ (facultatif mais conseillé)
$\vec{M}_O(vent \to CDEF) = -45000\vec{x} + 30000\vec{y}$

BILAN (Application numérique):
$\vec{R} = -16675\,\vec{y} - 6000\,\vec{z}$
$\vec{M}_O = -45000\,\vec{x} + 30000\,\vec{y} - 47375\,\vec{z}$