Bras manipulateur - correction

Q1

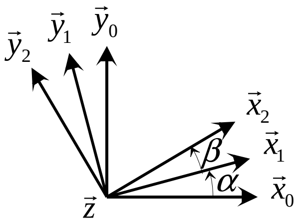
$\vec{V}(P,4/2)$ par dérivation du vecteur position

$\vec{V}(P,4/2)=\left(\dfrac{d\overrightarrow{CP}}{dt}\right)_{R_2}$ avec $\overrightarrow{CP}=h(t)\vec{z}_0$ et $\left(\dfrac{d\ h(t)\vec{z}_0}{dt}\right)_{R_2}=\dot{h}(t)\vec{z}_0$ car $\vec{z}_0$ est fixe dans R_2.

$$\boxed{\vec{V}(P,4/2)=\dot{h}(t).\vec{z}_0}$$

$\vec{V}(P,4/1)$ par dérivation du vecteur position

$\vec{V}(P,4/1)=\left(\dfrac{d\overrightarrow{BP}}{dt}\right)_{R_1}$ or $\overrightarrow{BP}=r\vec{x}_2+h(t)\vec{z}_0$



$$\left(\frac{d\vec{x}_2}{dt}\right)_{R_1}=\cancel{\left(\frac{d\vec{x}_2}{dt}\right)_{R_2}}+\vec{\Omega}(R_2/R_1)\wedge\vec{x}_2=\dot{\beta}\vec{z}_0\wedge\vec{x}_2=\dot{\beta}\vec{y}_2$$

$\left(\dfrac{d\ h(t)\vec{z}_0}{dt}\right)_{R_1}=\dot{h}(t)\vec{z}_0$ donc : $\boxed{\vec{V}(P,4/1)=\dot{h}(t).\vec{z}_0+r.\dot{\beta}.\vec{y}_2}$

$\vec{V}(P,4/0)$ par dérivation du vecteur position

$\vec{V}(P,4/0)=\left(\dfrac{d\overrightarrow{OP}}{dt}\right)_{R_0}$ or $\overrightarrow{OP}=a\vec{z}_0+r\vec{x}_1+r\vec{x}_2+h(t)\vec{z}_0$

$$\left(\frac{d\vec{x}_1}{dt}\right)_{R_0}=\cancel{\left(\frac{d\vec{x}_1}{dt}\right)_{R_1}}+\vec{\Omega}(R_1/R_0)\wedge\vec{x}_1=\dot{\alpha}\vec{z}_0\wedge\vec{x}_1=\dot{\alpha}\vec{y}_1$$

$$\left(\frac{d\vec{x}_2}{dt}\right)_{R_0}=\cancel{\left(\frac{d\vec{x}_2}{dt}\right)_{R_2}}+\vec{\Omega}(R_2/R_0)\wedge\vec{x}_2=\left(\dot{\alpha}+\dot{\beta}\right)\vec{z}_0\wedge\vec{x}_2=\left(\dot{\alpha}+\dot{\beta}\right)\vec{y}_2$$

$\left(\dfrac{d\ h(t)\vec{z}_0}{dt}\right)_{R_0}=\dot{h}(t)\vec{z}_0$ donc : $\boxed{\vec{V}(P,4/0)=\dot{h}(t).\vec{z}_0+r.\dot{\alpha}.\vec{y}_1+r.\left(\dot{\alpha}+\dot{\beta}\right).\vec{y}_2}$

$\vec{V}(C,2/0)$ par dérivation du vecteur position

$\vec{V}(C,2/0)=\left(\dfrac{d\overrightarrow{OC}}{dt}\right)_{R_0}$ or $\overrightarrow{OC}=a\vec{z}_0+r\vec{x}_1+r\vec{x}_2$

$$\left(\frac{d\vec{x}_1}{dt}\right)_{R_0}=\cancel{\left(\frac{d\vec{x}_1}{dt}\right)_{R_1}}+\vec{\Omega}(R_1/R_0)\wedge\vec{x}_1=\dot{\alpha}\vec{z}_0\wedge\vec{x}_1=\dot{\alpha}\vec{y}_1$$

$$\left(\frac{d\vec{x}_2}{dt}\right)_{R_0}=\cancel{\left(\frac{d\vec{x}_2}{dt}\right)_{R_2}}+\vec{\Omega}(R_2/R_0)\wedge\vec{x}_2=\left(\dot{\alpha}+\dot{\beta}\right)\vec{z}_0\wedge\vec{x}_2=\left(\dot{\alpha}+\dot{\beta}\right)\vec{y}_2$$

donc : $\boxed{\vec{V}(C,2/0)=r.\dot{\alpha}.\vec{y}_1+r.\left(\dot{\alpha}+\dot{\beta}\right).\vec{y}_2}$

$\vec{V}(C,2/0)$ par composition des vitesses et changement de point

$\vec{V}(C,2/0)=\vec{V}(B,2/0)+\overrightarrow{CB}\wedge\vec{\Omega}(2/0)$ et $\overrightarrow{CB}\wedge\vec{\Omega}(2/0)=-r\vec{x}_2\wedge(\dot{\alpha}+\dot{\beta})\vec{z}_0=r(\dot{\alpha}+\dot{\beta})\vec{y}_2$

$$\vec{V}(B,2/0)=\cancel{\vec{V}(B,2/1)}+\vec{V}(B,1/0)$$

$\vec{V}(B,1/0)=\cancel{\vec{V}(A,1/0)}+\overrightarrow{BA}\wedge\vec{\Omega}(1/0)$ et $\overrightarrow{BA}\wedge\vec{\Omega}(1/0)=-r\vec{x}_1\wedge\dot{\alpha}\vec{z}_0=r\dot{\alpha}\vec{y}_1$

donc : $\boxed{\vec{V}(C,2/0)=r.\dot{\alpha}.\vec{y}_1+r.\left(\dot{\alpha}+\dot{\beta}\right).\vec{y}_2}$

Q2

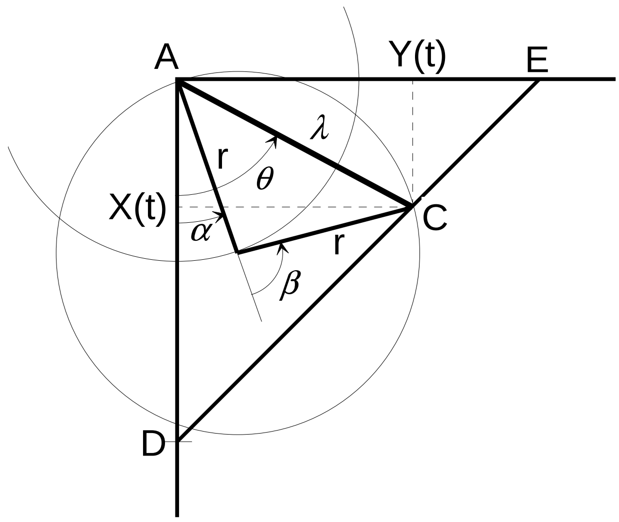
$$\boxed{\vec{\Gamma}(P,4/2)=\left(\frac{d(\vec{V}(P,4/2))}{dt}\right)_{R_2}=\left(\frac{d(\dot{h}.\vec{z}_0)}{dt}\right)_{R_2}=\ddot{h}.\vec{z}_0}$$ car $\vec{z}_0$ est fixe dans R_2.

$$\boxed{\vec{\Gamma}(P,4/1)=\left(\frac{d(\vec{V}(P,4/1))}{dt}\right)_{R_1}}$$ avec $\boxed{\vec{V}(P,4/1)=\dot{h}(t).\vec{z}_0+r.\dot{\beta}.\vec{y}_2}$

et donc : $\boxed{\vec{\Gamma}(P,4/1)=\ddot{h}.\vec{z}_0+r.\ddot{\beta}.\vec{y}_2-r.\dot{\beta}^2.\vec{x}_2}$

Q3

$$\boxed{\begin{array}{l} X=\lambda.\cos\theta \\ Y=\lambda.\sin\theta \\ \theta=\alpha+\beta/2 \\ X+Y=2.r \\ \lambda=2.r.\cos(\theta-\alpha) \end{array}}$$



Q4 $\boxed{\alpha=\theta-\mathrm{Arc}\cos\left[\frac{1}{\cos\theta+\sin\theta}\right]}$; $\boxed{\beta=2\mathrm{Arc}\cos\left[\frac{1}{\cos\theta+\sin\theta}\right]}$

Q5

θ (rad)	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
α (rad)	0	-0.22	0	0.29	1.57
α (deg)	0	-13°	0°	17°	90°
β (rad)	0	1.5	1.57	1.5	0
β (deg)	0°	86°	90°	86°	0°