COMBINATOIRE

1) Introduction

Définition :

Un système combinatoire est un <u>système à évènements discrets</u> dans lequel chaque variable de sortie ne dépend que d'une certaine combinaison des variables d'entrées.

Autrement dit :

À un état donné des variables d'entrée correspond un état <u>unique</u> des variables de sortie.

→ ***pas de mémoire***

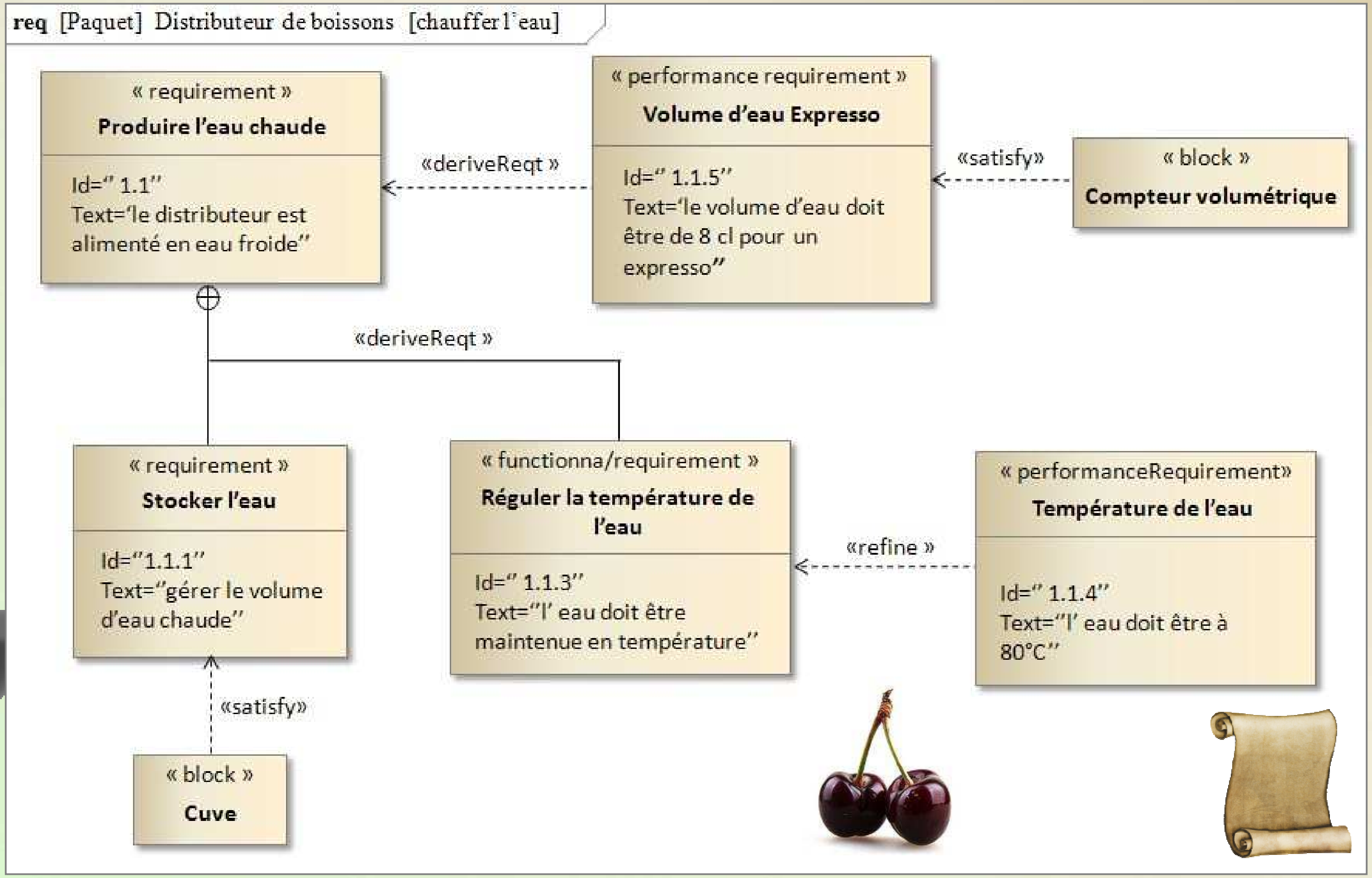
Circulation des informations :

Dans un système les informations circulent sous la forme de courants électriques.

Ces informations sont binaires (deux états : 0 ou 1).
Le «0» correspond à un niveau de tensions bas et le «1» correspond à un niveau de tension haut.

► *Exemple :* ➡ *distributeur de boissons chaudes*

Etude de la fonction « Produire l’eau chaude »



Cahier des charges :

L'ordre PB de préparation d'une boisson est donné lorsque la température de l'eau (t) est supérieure à 80°C, un gobelet présent (g) et une demande (d) effectuée.
Un voyant rouge (V) s'allume si :

- **un gobelet est présent sans demande de boisson.**
- **la température est insuffisante et/ou absence de gobelet alors qu'il y a une demande de boisson.**

CHAINE D'INFORMATION

ACQUERIR $\xrightarrow{d,\ t,\ g}$ TRAITER $\xrightarrow{PB,\ V}$ COMMUNIQUER

(3 entrées)

(2 sorties)

3 capteurs TOR → ACQUERIR

Carte commande → TRAITER

2) Table de vérité

▶ ***Définition :*** ***récapitulation sous forme d'un tableau de l'état des variables de sortie (0 ou 1) pour toutes les combinaisons possibles des variables d'entrée.***

Nombre de combinaisons possibles

↓

$$C = 2^n$$

(avec n le nombre de variables d'entrée)

Codes utilisés :

Binaire naturel				Binaire réfléchi			
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1	0	1

Effet « miroir »

Une seule variable change d'état entre deux lignes successives

▶ *Exemple du distributeur de boissons :*

3 entrées ➡ $2^3 = 8$ *possibilités*

d	t	g	PB	V
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

L'ordre PB de préparation d'une boisson est donné lorsque la température de l'eau (t) est supérieure à 80°C, un gobelet présent (g) et une demande (d) effectuée.

Un voyant rouge (V) s'allume si :

- **un gobelet est présent sans demande de boisson.**
- **la température est insuffisante et/ou absence de gobelet alors qu'il y a une demande de boisson.**

Equations logiques

$$PB = d.t.g$$

$$V = \bar{d}.\bar{t}.g + \bar{d}.t.g + d.\bar{t}.\bar{g} + d.\bar{t}.g + d.t.\bar{g}$$

d	t	g	PB	V
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

Chronogramme

3) Simplification des équations logiques

➡ *utilisation des propriétés mathématiques de l'algèbre de Boole*

▶ Propriétés de l'algèbre de Boole :

Commutativité

$$\boxed{a + b = b + a} \qquad \boxed{a \,.\, b = b \,.\, a}$$

Associativité

$$\boxed{a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c}$$

$$\boxed{a \,.\, (b \,.\, c) = (a \,.\, b) \,.\, c = a \,.\, b \,.\, c}$$

Distributivité

$$a\,(b + c) = a\,b + a\,c \qquad a + (b\,.\,c) = a + b\,c = (a + b)\,(a + c)$$

$$= a\,a + a\,c + b\,a + b\,c$$

a	b	c	bc	a + bc	ac	ba	a + ac + ba + bc
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Idempotence

$$a + a = a \qquad a \,.\, a = a$$

Autres propriétés

$$a + \overline{a} = 1 \qquad a + 1 = 1 \qquad a + 0 = a$$

$$a \,.\, \overline{a} = 0 \qquad a \,.\, 1 = a \qquad a \,.\, 0 = 0$$

$$a + \overline{a}\, b = a + b$$

En effet : $a + \overline{a}\, b = \underbrace{(a + \overline{a})\,(a + b)}_{} = 1.(a + b) = a + b$

car $a + b\,c = (a + b)\,(a + c)$

Dans le même esprit :

$$\overline{a} + a\, b = \overline{a} + b$$

$$a + \overline{a}\, \overline{b} = a + \overline{b}$$

$$\overline{a} + a\, \overline{b} = \overline{a} + \overline{b}$$

Théorèmes de De Morgan

$$\overline{a + b} = \overline{a} \cdot \overline{b}$$

$$\overline{a \cdot b} = \overline{a} + \overline{b}$$

Exemple du distributeur de boissons :

d	t	g	PB	V
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

$$PB = d.t.g$$

$$V = \overline{d}.\overline{t}.g + \overline{d}.t.g + d.\overline{t}.\overline{g} + d.\overline{t}.g + d.t.\overline{g}$$

$$V = \overline{d}.g.\underbrace{(\overline{t} + t)}_{1} + d.\overline{g}.\underbrace{(\overline{t} + t)}_{1} + d.\overline{t}.g$$

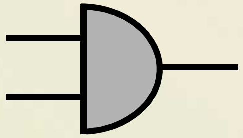
$$= \overline{d}.g + d.\overline{g} + d.\overline{t}.g$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V = d \oplus g + d.\overline{t}.g \\ V = \overline{d}.g + d.(\overline{g} + g.\overline{t}) = \overline{d}.g + d.(\overline{g} + \overline{t}) \\ V = d.\overline{g} + g.(\overline{d} + d.\overline{t}) = d.\overline{g} + g.(\overline{d} + \overline{t}) \end{array} \right.$$

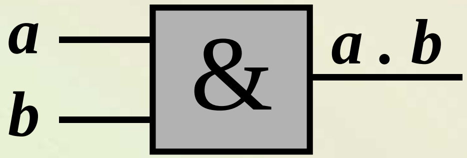
4) Représentation des fonctions logiques

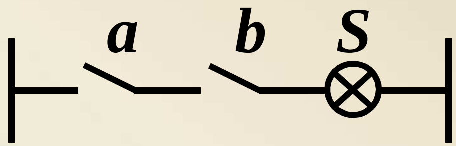
Les circuits logiques (logigrammes) sont composés de blocs élémentaires utilisant des fonctions logiques (opérateurs) pour traiter les informations.

ET

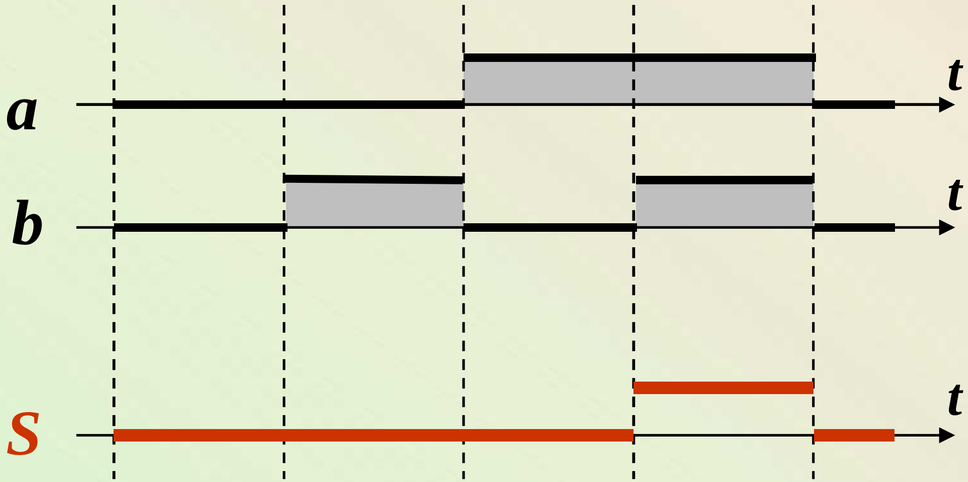


$S = a \cdot b$

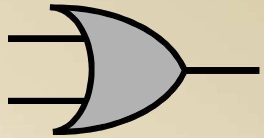




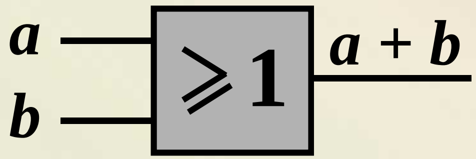
a	b	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

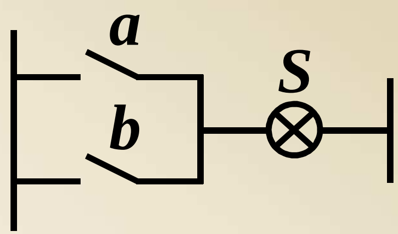


OU



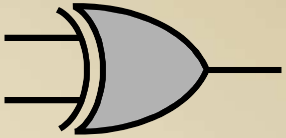
$$S = a + b$$





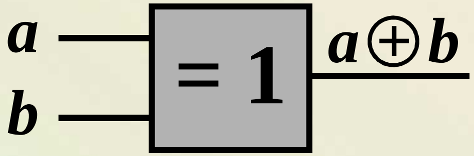
a	b	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

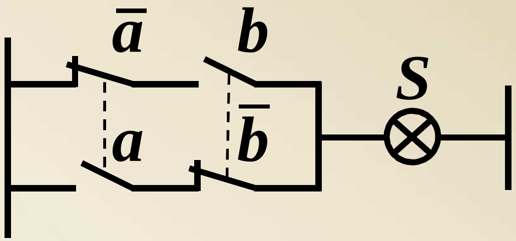
OU exclusif



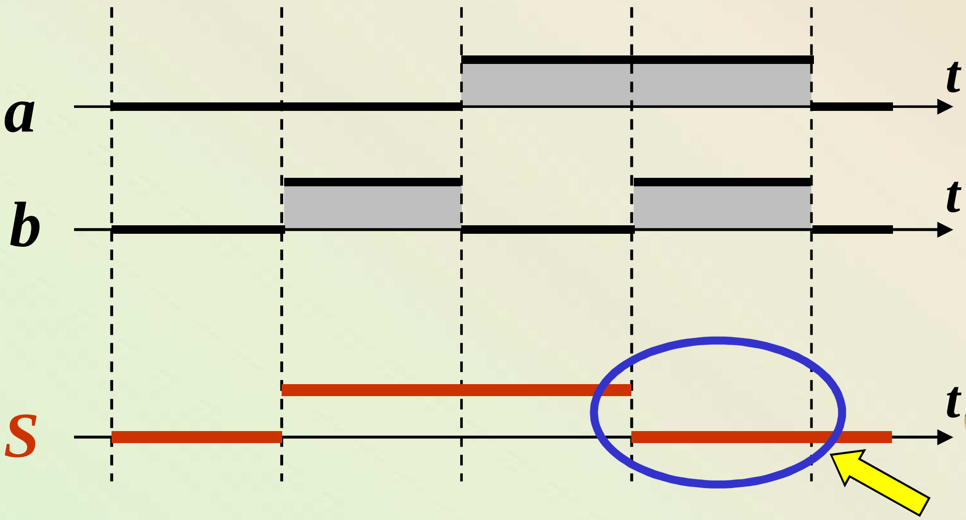
On exclut le cas où a et b sont à 1

$$S = a \oplus b = \bar{a}\,b + a\,\bar{b}$$

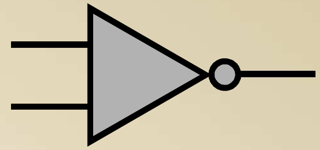




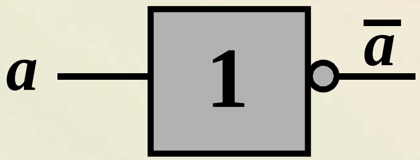
a	*b*	*S*
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

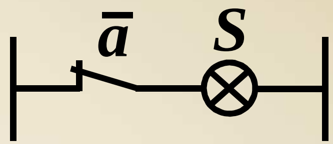


NON



$S = \bar{a}$





a	S
0	1
1	0

Exemple du distributeur de boissons chaudes :

$$\boxed{PB = d.t.g}$$

$$\begin{cases} V = d \oplus g + d.\overline{t}.g \\ V = \overline{d}.g + d.(\overline{g} + g.\overline{t}) = \overline{d}.g + d.(\overline{g} + \overline{t}) \\ V = d.\overline{g} + g.(\overline{d} + d.\overline{t}) = d.\overline{g} + g.(\overline{d} + \overline{t}) \end{cases}$$

Logigramme

Schéma électrique (à contacts)


FIN