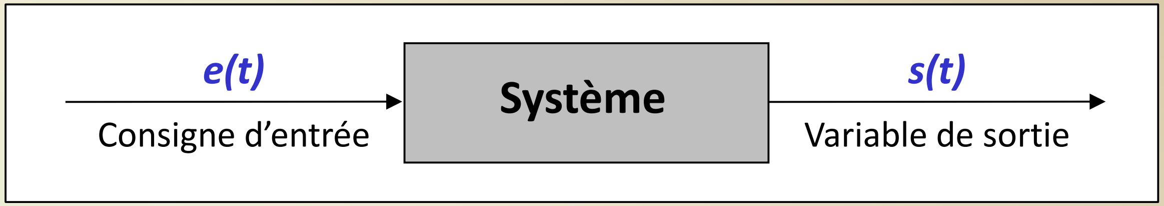
FONCTION

DE

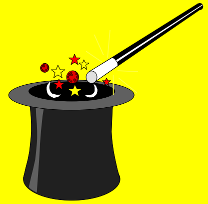
TRANSFERT

1) Définition



Un système dynamique, continu, linéaire, invariant, monovariable est décrit par une équation différentielle linéaire, à coefficients constants de la forme suivante :

$$a_n \times \frac{d^n s(t)}{dt^n} + \ldots\ldots + a_2 \times \frac{d^2 s(t)}{dt^2} + a_1 \times \frac{ds(t)}{dt} + a_0 \times s(t) =$$



$$b_m \times \frac{d^m e(t)}{dt^m} + \ldots\ldots + b_2 \times \frac{d^2 e(t)}{dt^2} + b_1 \times \frac{de(t)}{dt} + b_0 \times e(t)$$

Objectif : *exprimer la sortie en fonction de l'entrée sans résoudre l'équation différentielle ➡ passons dans le domaine de Laplace.*

Plaçons nous dans les conditions de Heaviside et utilisons le théorème de dérivation :

$$a_n\, p^n\, S(p) + \ldots\ldots + a_1\, p\, S(p) + a_0\, S(p) = b_m\, p^m\, E(p) + \ldots\ldots + b_1\, p\, E(p) + b_0\, E(p)$$

$$\Rightarrow \quad S(p) \times \left(a_n\, p^n + \ldots\ldots + a_1\, p + a_0\right) = E(p) \times \left(b_m\, p^m + \ldots\ldots + b_1\, p + b_0\right)$$

$$S(p)\times\left(a_n\,p^n+\ldots\ldots+a_1\,p+a_0\right)=E(p)\times\left(b_m\,p^m+\ldots\ldots+b_1\,p+b_0\right)$$

$$\boxed{\frac{S(p)}{E(p)}=\frac{b_m\,p^m+\ldots\ldots+b_1\,p+b_0}{a_n\,p^n+\ldots\ldots+a_1\,p+a_0}=FT(p)}$$

FT(p) est appelée <u>fonction de transfert</u> ou <u>transmittance</u> du système.

Ainsi, la représentation du système dans le domaine de Laplace est la suivante :

$$\xrightarrow{E(p)}\boxed{FT(p)}\xrightarrow{S(p)}$$

Et nous avons donc : $\boxed{S(p) = FT(p) \times E(p)}$

<u>Nota :</u> il est logique de prendre les conditions initiales nulles (conditions d'Heaviside)

On met en place une fonction de transfert qui traduit l'évolution du système depuis une position d'équilibre donc les conditions initiales sont nulles.

2) Forme canonique : *toute fonction de transfert peut se mettre sous la forme*

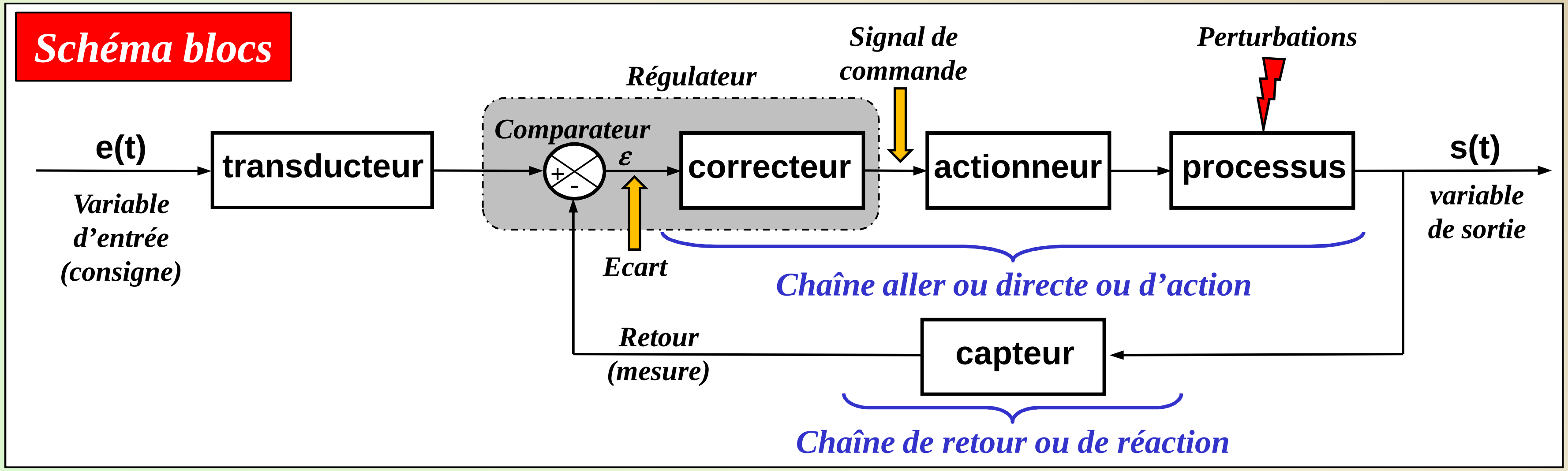
$$FT(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K \times \left(1 + c_1\, p + \ldots + c_m\, p^m\right)}{p^\alpha \times \left(1 + d_1\, p + \ldots + d_q\, p^q\right)}$$

- ***classe du système*** : α
- ***ordre du système*** : $\alpha + q$
- ***gain du système*** : K

Si $\alpha = 0$ K est alors appelé gain statique du système.

- ***Zéros** de la fonction de transfert : valeurs de p annulant le numérateur (racines du numérateur)*
- ***Pôles** de la fonction de transfert : valeurs de p annulant le dénominateur (racines du dénominateur)*

3) Schéma blocs : *le schéma blocs conventionnel d'un système asservi est le suivant :*



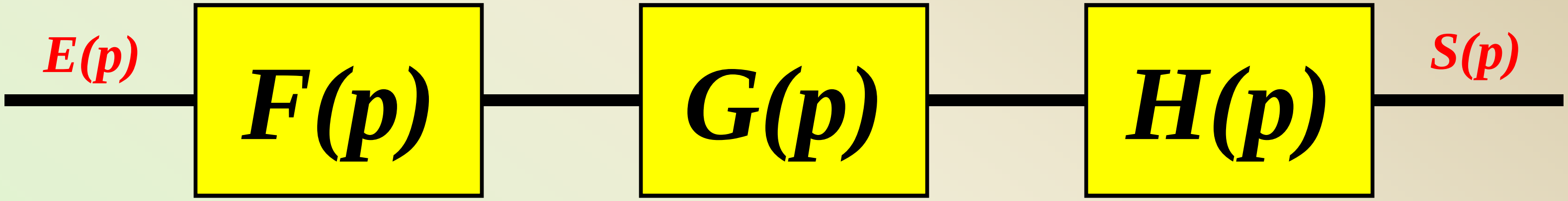
Transducteur : *élabore un signal image de la consigne.*

Comparateur : *compare la valeur mesurée à celle souhaitée, il génère l'écart (si l'écart est nul l'actionneur s'arrête et le système n'évolue plus).*

Correcteur : *ajuste les caractéristiques du système asservi (stabilité, précision, rapidité…) et amplifie souvent l'écart pour pouvoir piloter l'actionneur.*

Capteur : *mesure la variable de sortie pour la renvoyer à la partie commande.*

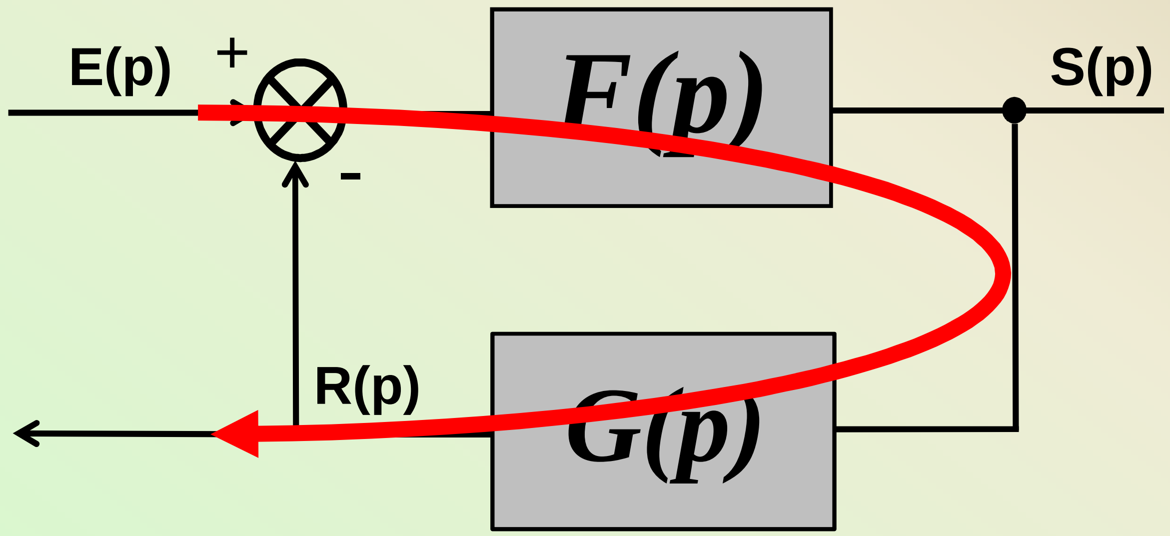
4) Fonction de transfert d'un schéma blocs linéaire



Lorsque les blocs sont en ligne (en cascade) on a :

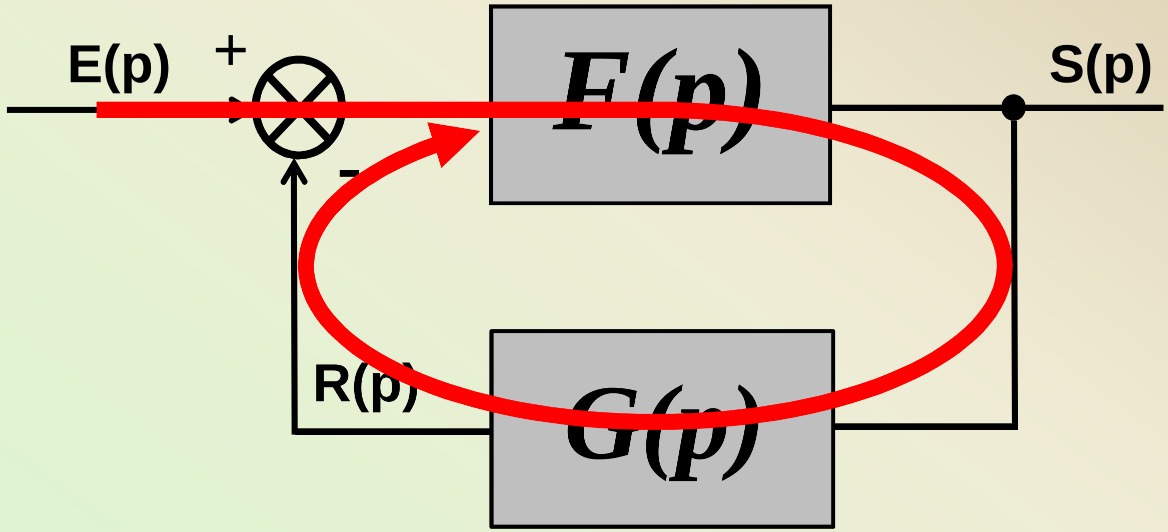
$$FT(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = F(p).G(p).H(p)$$

5) Fonction de transfert en boucle ouverte : FTBO



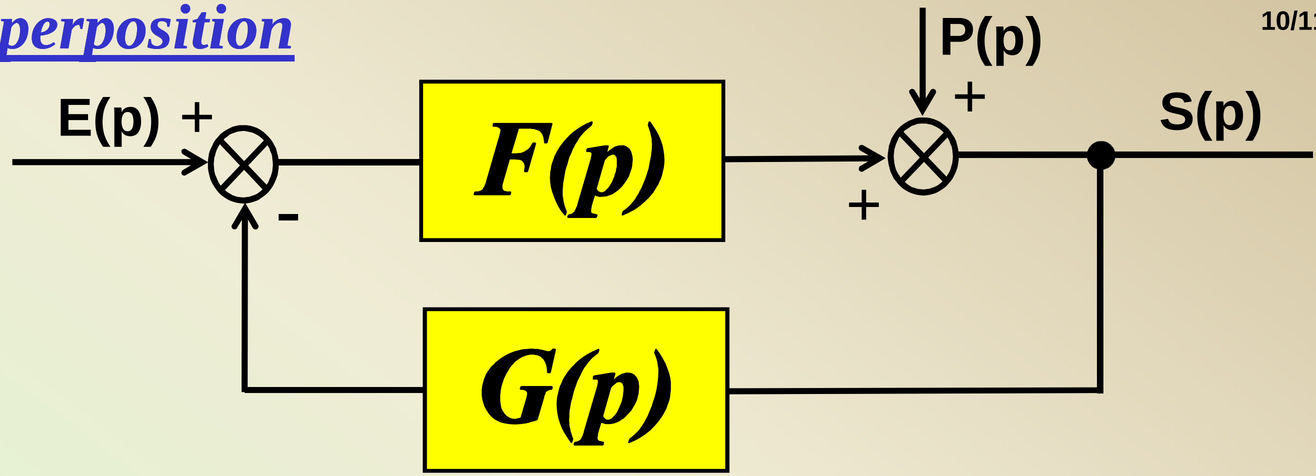
$$FTBO(p) = \frac{R(p)}{E(p)} = F(p) \times G(p)$$

6) Fonction de transfert en boucle fermée : FTBF



$$FTBF(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{F(p)}{1 + F(p) \times G(p)}$$

7) Théorème de superposition



1) $P(p) = 0$ ➡

$$S_1(p) = \frac{F(p)}{1+F(p).G(p)}.E(p)$$

Problème posé:

S(p) en fonction de E(p) et de P(p) ?

2) $E(p) = 0$ ➡

$$S_2(p) = \frac{1}{1+F(p).G(p)}.P(p)$$

entrée principale *perturbation*

3)

$$\boxed{S(p) = S_1(p)+S_2(p)}$$

FIN