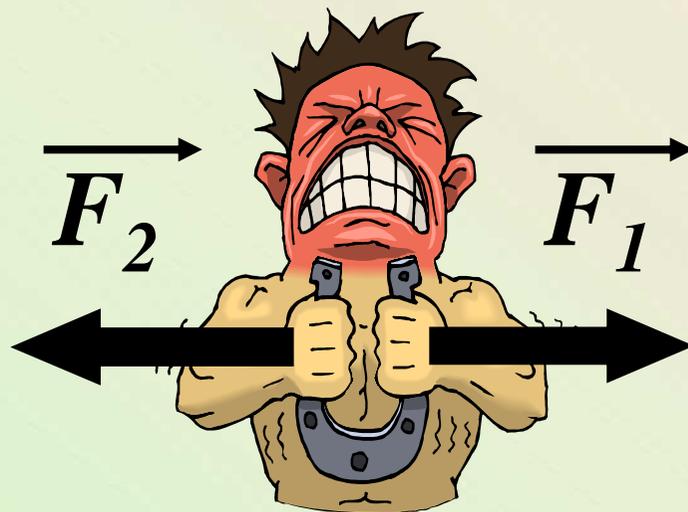


# *LE TORSEUR*

## *STATIQUE*



1) Définition

2) Notation

3) Deux cas particuliers

4) Principe fondamental de la statique

5) Surfaces élémentaires et hypothèses

6) Torseur statique liaisons simples

7) Torseur statique liaisons composées

8) Dualité torseur statique / torseur cinématique

# 1) Définition

*Toute action mécanique (à distance ou de contact) est entièrement caractérisée, d'un point de vue mécanique, par un*  
***torseur***

**Rappel** : un torseur est un ensemble ordonné de deux champs vectoriels tels que :

- ▶ le 1<sup>er</sup> champ, appelé résultante du torseur et noté  $\vec{R}$ , est un champ constant.
- ▶ le 2<sup>ème</sup> champ, appelé moment du torseur et noté  $\vec{M}$ , est un champ variable vérifiant la formule de changement de point :

$$\vec{M}_A(F) = \vec{M}_B(F) + \vec{AB} \wedge \vec{R}$$



## 2) Notation

*Toute action mécanique d'un ensemble matériel E sur un système mécanique S est caractérisée par un torseur d'action mécanique (ou statique) noté :*

$$\{ \mathbf{F}_{E \rightarrow S} \}_A = \left\{ \overrightarrow{R}_{E \rightarrow S} \quad \overrightarrow{M}_{A, E \rightarrow S} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R}_{E \rightarrow S} \\ \overrightarrow{M}_{A, E \rightarrow S} \end{array} \right\}_A$$

**Résultante**  
indépendante  
du point d'écriture

**Moment**  
qui dépend  
du point d'écriture



*Notation propre à la statique :*

$$\left\{ \mathbf{F}_{2 \rightarrow 1} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{l} \left[ \begin{array}{l} X_{21} \\ Y_{21} \\ Z_{21} \end{array} \right] \quad \left[ \begin{array}{l} L_{21} \\ M_{21} \\ N_{21} \end{array} \right] \end{array} \right\}_A$$

### 3) Deux cas particuliers



le glisseur :

$$\left\{ \overrightarrow{R}_{E \rightarrow S} ; \vec{0} \right\}_A$$

Même expression en tout point de la droite portant la résultante



le torseur couple :

$$\left\{ \vec{0} ; M_{E \rightarrow S}^A \right\}_A$$

Même expression en tout point de l'espace



## 4) Principe fondamental de la statique

7/20

*Pour tout solide  $S$  au repos (ou se déplaçant à vitesse constante) :*

$$\Sigma \{ \mathbf{F}_{\text{ext} \rightarrow S} \}_A = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A$$

### Attention :

-  *bien prendre toutes les actions extérieures au système isolé.*
-  *écrire tous les torseurs au même point et dans la même base.*

Nota : *dans les cas simples on peut ne pas utiliser l'outil torseur !...*



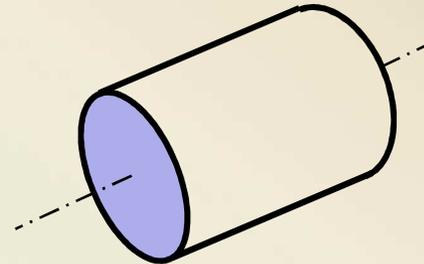
## 5) Surfaces élémentaires et hypothèses

8/20

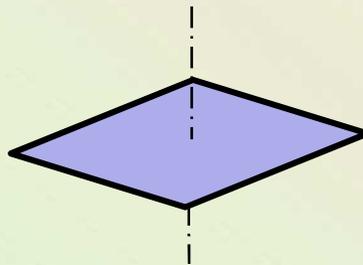
### Surfaces élémentaires :

Les liaisons simples sont réalisées à partir de surfaces élémentaires :

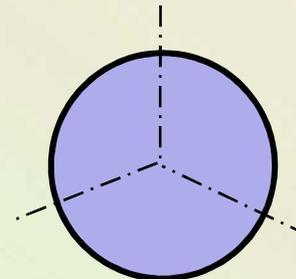
▶ *Le cylindre de révolution :*



▶ *Le plan :*



▶ *La sphère :*

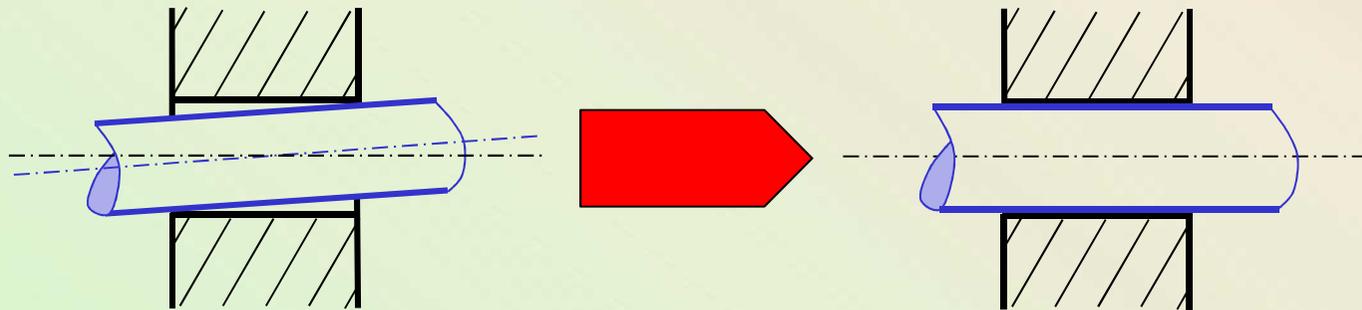


## Hypothèses :

*Les surfaces sont supposées parfaites géométriquement.*

*Les solides sont supposés indéformables.*

*Les liaisons sont supposées sans jeu.*



# 6) Torseur statique des liaisons normalisées simples

→ association de surfaces élémentaires

Degrés de liberté	Nom	Symbole	Caractéristiques géométriques	Torseur statique	Zone validité
-------------------	-----	---------	-------------------------------	------------------	---------------

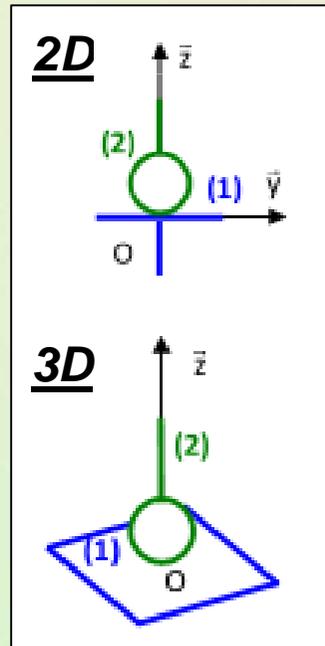
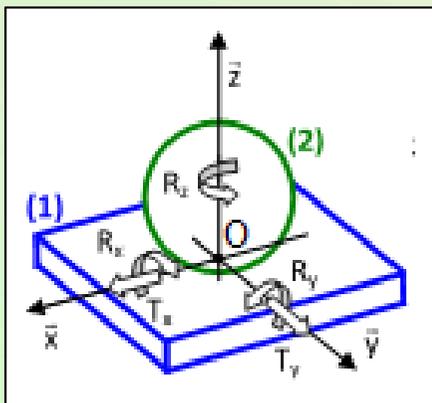
## 5 Sphère plan

(ponctuelle)

Point  $O$   
Normale  $O\vec{z}$

$$\forall P \in O\vec{z}$$

2 translations  
3 rotations



$$\left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{21} & 0 \end{array} \right\}_{O, \mathcal{B}}$$



→ association de surfaces élémentaires

Degrés de liberté	Nom	Symbole	Caractéristiques géométriques	Torseur statique	Zone validité
-------------------	-----	---------	-------------------------------	------------------	---------------

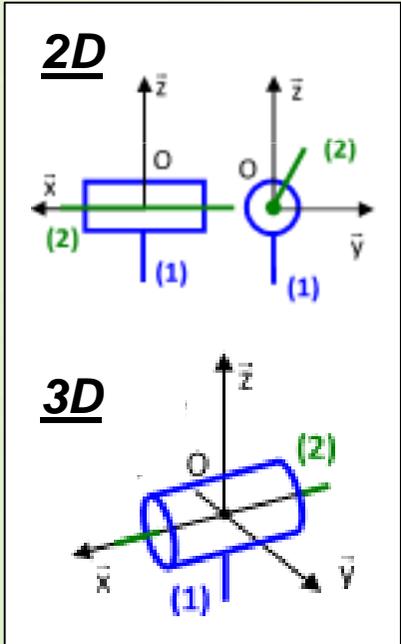
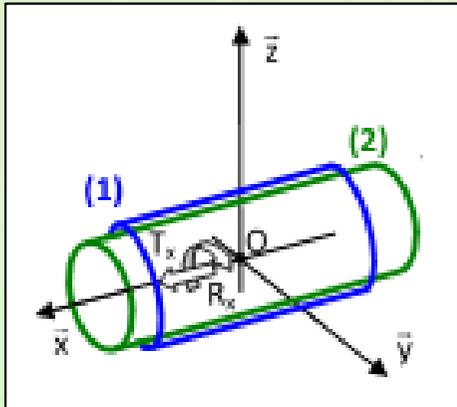
**2**

**Pivot glissant**

Axe  $O\vec{x}$

$\forall P \in O\vec{x}$

**1 translation  
1 rotation**



$$\left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ Y_{21} & M_{21} \\ Z_{21} & N_{21} \end{array} \right\}_{O, \mathcal{B}}$$



→ association de surfaces élémentaires

Degrés de liberté	Nom	Symbole	Caractéristiques géométriques	Torseur statique	Zone validité
-------------------	-----	---------	-------------------------------	------------------	---------------

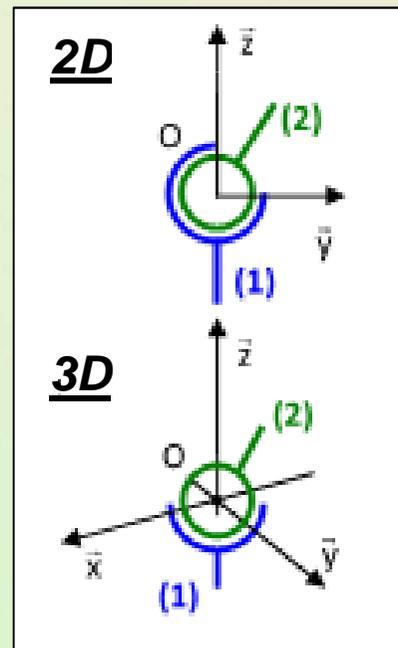
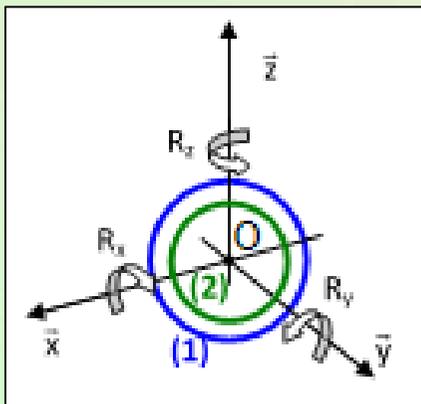
## 3 Sphérique

Centre  $O$

en  $O$

(rotule)

3 rotations



$$\left\{ \begin{array}{l|l} X_{21} & 0 \\ Y_{21} & 0 \\ Z_{21} & 0 \end{array} \right\}_{O, \mathcal{B}}$$



→ association de surfaces élémentaires

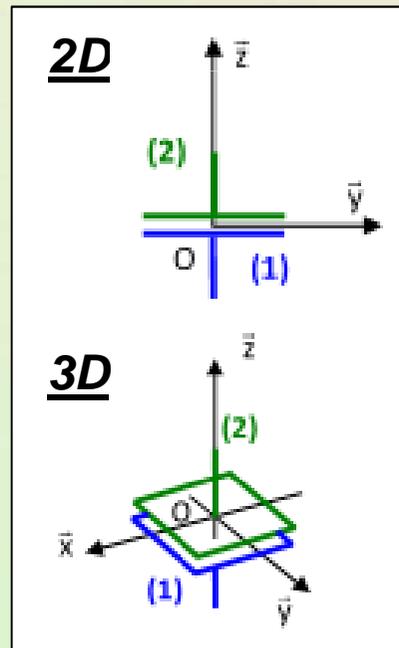
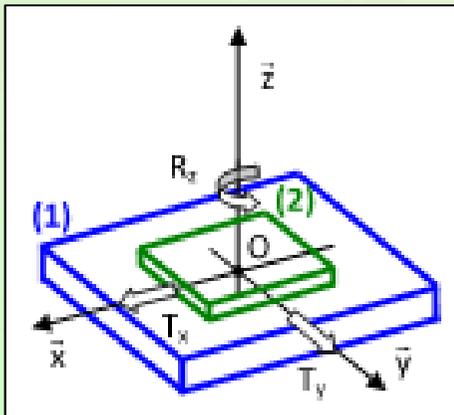
Degrés de liberté	Nom	Symbole	Caractéristiques géométriques	Torseur statique	Zone validité
-------------------	-----	---------	-------------------------------	------------------	---------------

## 3 Appui plan

Normale  $O\vec{z}$

$\forall P$

2 translations  
1 rotation



$$\left\{ \begin{array}{c|c} 0 & L_{21} \\ 0 & M_{21} \\ Z_{21} & 0 \end{array} \right\}_{O, \mathcal{B}}$$



→ association de surfaces élémentaires

Degrés de liberté	Nom	Symbole	Caractéristiques géométriques	Torseur statique	Zone validité
-------------------	-----	---------	-------------------------------	------------------	---------------

**4**

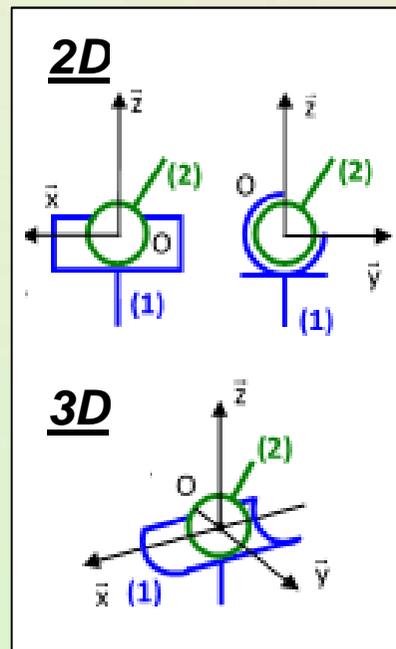
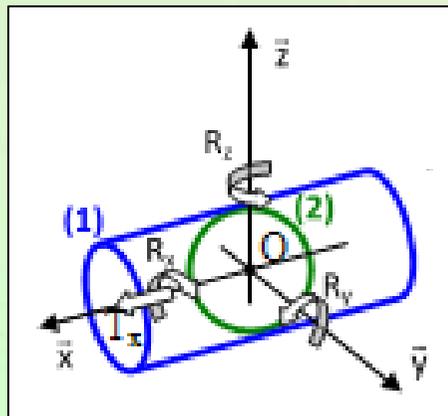
## Sphère-cylindre

Axe  $O\vec{x}$

en  $O$

(linéaire annulaire)

**1 translation**  
**3 rotations**



$$\left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ Y_{21} & 0 \\ Z_{21} & 0 \end{array} \right\}_{O, \mathcal{B}}$$



→ association de surfaces élémentaires

Degrés de liberté	Nom	Symbole	Caractéristiques géométriques	Torseur statique	Zone validité
-------------------	-----	---------	-------------------------------	------------------	---------------

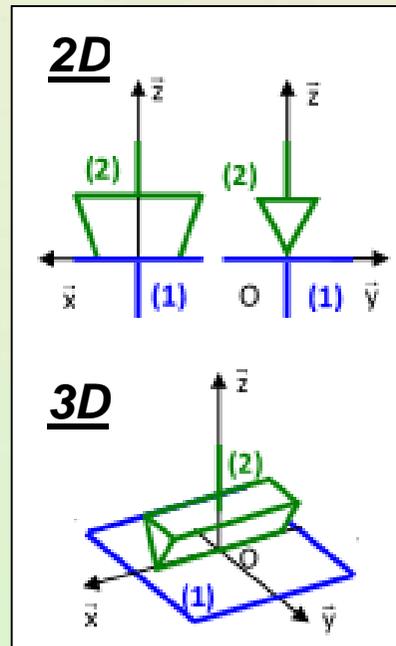
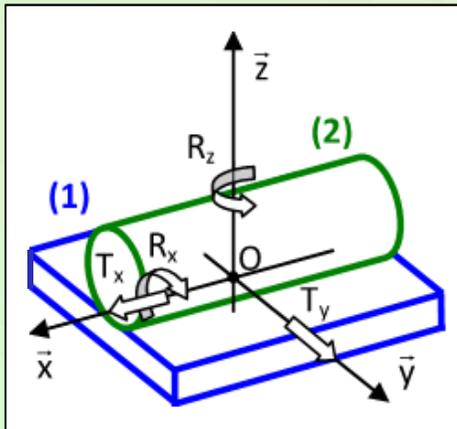
## 4 Cylindre-plan

(linéaire rectiligne)

*Droite  $O\vec{x}$*

$$\forall P \in (O \vec{x} \vec{z})$$

**2 translations**  
**2 rotations**



$$\left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & M_{21} \\ Z_{21} & 0 \end{array} \right\}_{O, \mathcal{B}}$$



# 7) Torseur statique des liaisons normalisées composées

→ association de liaisons simples

Degrés de liberté	Nom	Symbole	Caractéristiques géométriques	Torseur statique	Zone validité
-------------------	-----	---------	-------------------------------	------------------	---------------

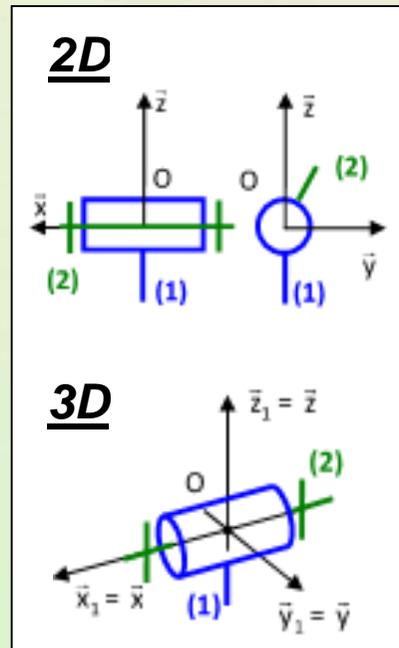
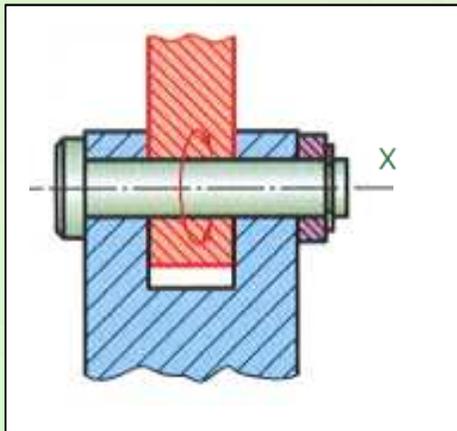
**1**

**Pivot**

Axe  $O\vec{x}$

$\forall P \in O\vec{x}$

**1 rotation**



$$\left\{ \begin{array}{c|c} X_{21} & 0 \\ Y_{21} & M_{21} \\ Z_{21} & N_{21} \end{array} \right\}_{O, \mathcal{B}}$$



# Liaisons composées

→ association de liaisons simples

Degrés de liberté	Nom	Symbole	Caractéristiques géométriques	Torseur statique	Zone validité
-------------------	-----	---------	-------------------------------	------------------	---------------

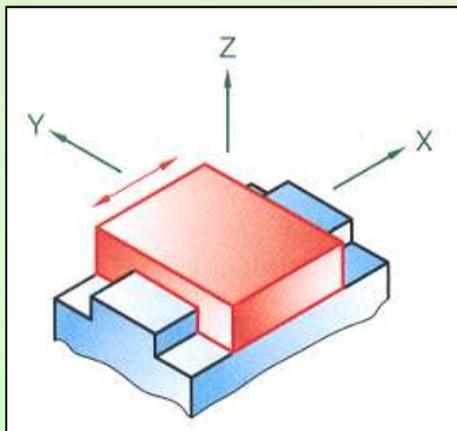
**1**

**Glissière**

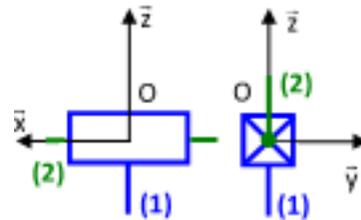
Axe  $O\vec{x}$

$\forall P$

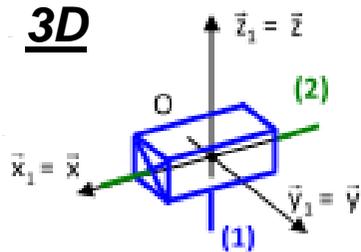
**1 translation**



**2D**



**3D**



$$\left\{ \begin{array}{l|l} \mathbf{0} & \mathbf{L}_{21} \\ \mathbf{Y}_{21} & \mathbf{M}_{21} \\ \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{N}_{21} \end{array} \right\}_{O, \mathcal{B}}$$



# Liaisons composées

→ association de liaisons simples

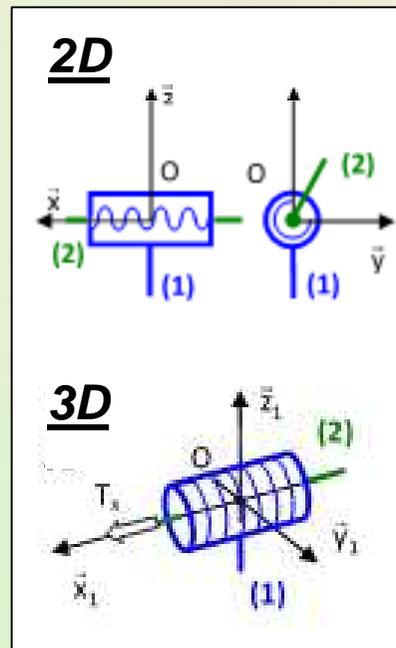
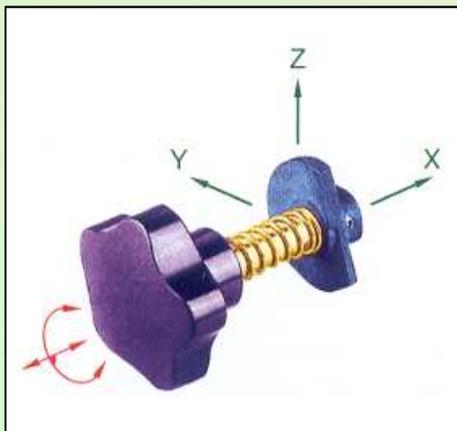
Degrés de liberté	Nom	Symbole	Caractéristiques géométriques	Torseur statique	Zone validité
-------------------	-----	---------	-------------------------------	------------------	---------------

## **1** Hélicoïdale

Axe  $O\vec{x}$

$$\forall P \in O\vec{x}$$

**1 rotation associée à 1 translation**



$$\left\{ \begin{array}{l|l} X_{21} & L_{21} \\ Y_{21} & M_{21} \\ Z_{21} & N_{21} \end{array} \right\}_{O, \mathcal{B}}$$

avec :

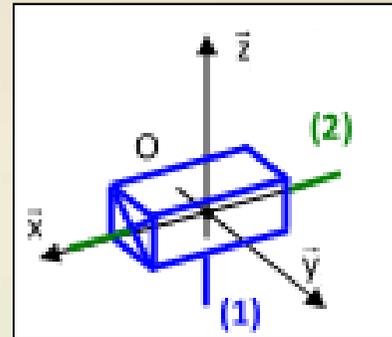
$$L_{21} = \pm \frac{p}{2\pi} \times X_{21}$$



## 8) Dualité torseur statique / torseur cinématique

*Il y a une complémentarité entre la forme du torseur cinématique et la forme du torseur d'action mécanique transmissible.*

Exemple : liaison glissière



👉 *Torseur statique :*

$$\left\{ \mathbf{F}_{2 \rightarrow 1} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{c|c} \mathbf{0} & \mathbf{L}_{21} \\ \mathbf{Y}_{21} & \mathbf{M}_{21} \\ \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{N}_{21} \end{array} \right\}_{O, \mathcal{B}}$$

👉 *Torseur cinématique :*

$$\left\{ \mathbf{V}_{2/1} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{c|c} \mathbf{0} & \mathbf{V}_x \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array} \right\}_{O, \mathcal{B}}$$

*FIN*