INITIATION STATIQUE

1) Introduction

STATIQUE

Partie de la mécanique où on effectue l'étude des solides en équilibre

→ ***pas d'accélération***

- ***But :*** ***connaître les efforts que subit une pièce pour pouvoir la dimensionner correctement.***

- ***Hypothèses :*** ***les solides sont supposés géométriquement parfaits et indéformables.***

2) Les actions mécaniques

Définition :

On appelle action mécanique toute cause susceptible de provoquer l'équilibre, le mouvement ou la déformation d'un système matériel.

Classification :

Les actions mécaniques peuvent être classées en deux catégories :

- *<u>les actions mécaniques à distance :</u> elles s'exercent au niveau du volume du solide.*

- *<u>les actions mécaniques de contact :</u> elles s'appliquent directement sur la surface du solide par le biais de liaisons avec un autre solide.*

3) Notion de force (glisseur)

▶ Définition :

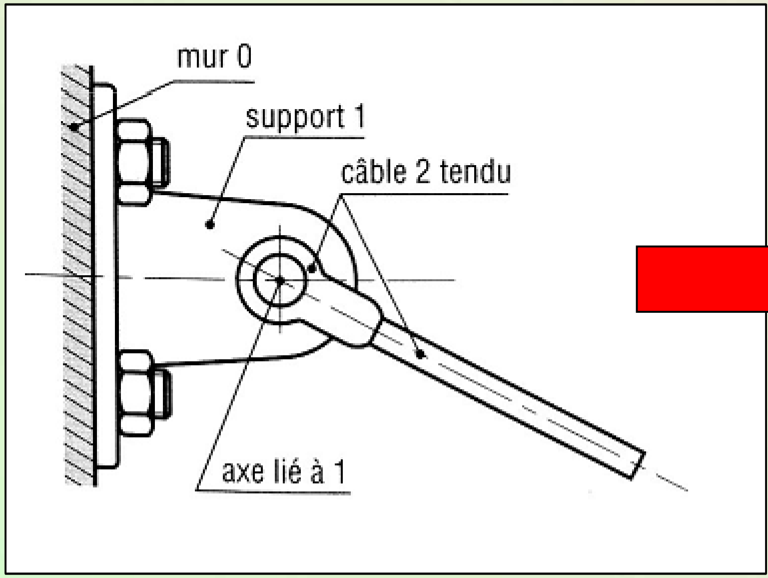
Une force est une action mécanique représentée par un vecteur lié (M , $\vec{F}$) défini par :

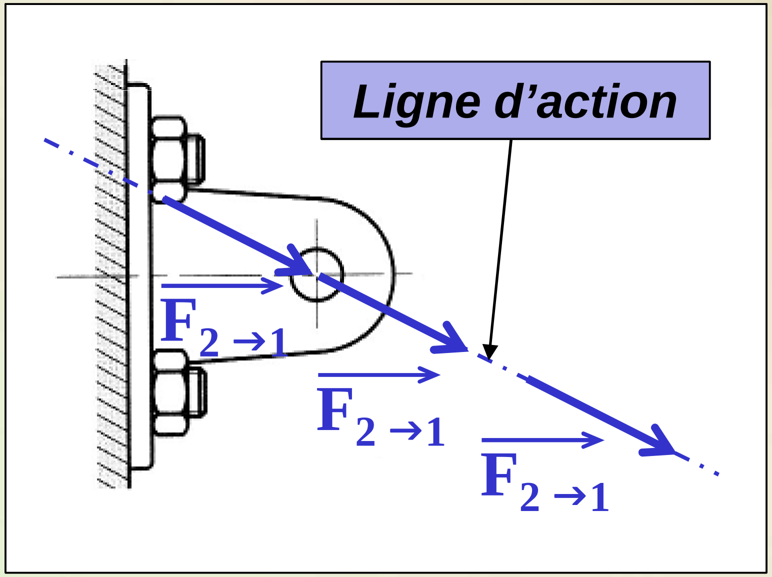
- *son point d'application M*
- *sa direction/sens*
- *sa norme*

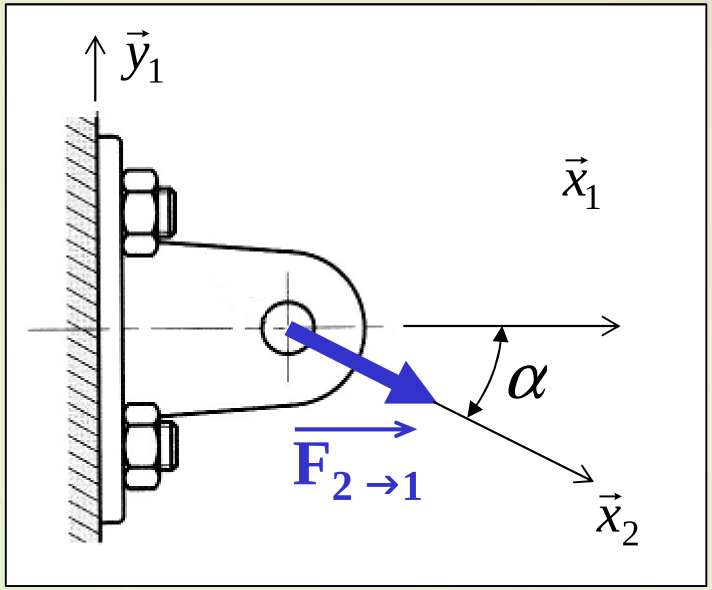
Unité : le Newton (N)

▶ *Exemple :*

Action du câble 2 sur le support 1







$$\overrightarrow{F_{2\to 1}} = \left\| \overrightarrow{F_{2\to 1}} \right\| \vec{x}_2$$

$$\overrightarrow{F_{2\to 1}} = \begin{pmatrix} F_{21} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{B_2} = \begin{pmatrix} X_{21} = +F_{21} \times \cos\alpha \\ Y_{21} = -F_{21} \times \sin\alpha \\ 0 \end{pmatrix}_{B_1}$$

$$\left\| \overrightarrow{F_{2\to 1}} \right\| = F_{2\to 1} = \sqrt{X_{21}{}^2 + Y_{21}{}^2}$$

<u>Cas de l'action de la pesanteur :</u> ***la pesanteur ou attraction terrestre agit sur tous les solides sous la forme d'une force résultante, dont les caractéristiques sont les suivantes :***

- ***<u>Point d'application :</u>*** ***le centre de gravité (noté G)***
- ***<u>Direction / sens :</u>*** ***verticale et vers le bas***
- ***<u>Intensité :</u>*** $\left\|\overrightarrow{P}\right\| = M \times g$ ***avec*** $g = 9{,}81\ m/s^2$

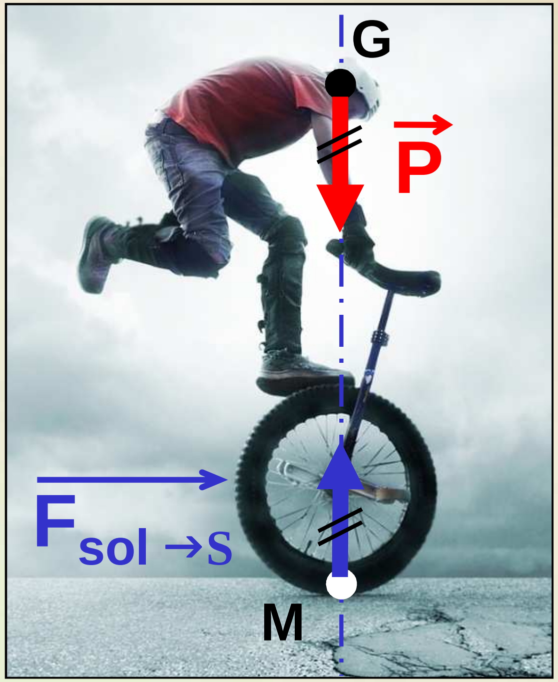
4) Principe des actions mutuelles ou réciproques
(ou principe de l'action et de la réaction)

▶ **Enoncé :**

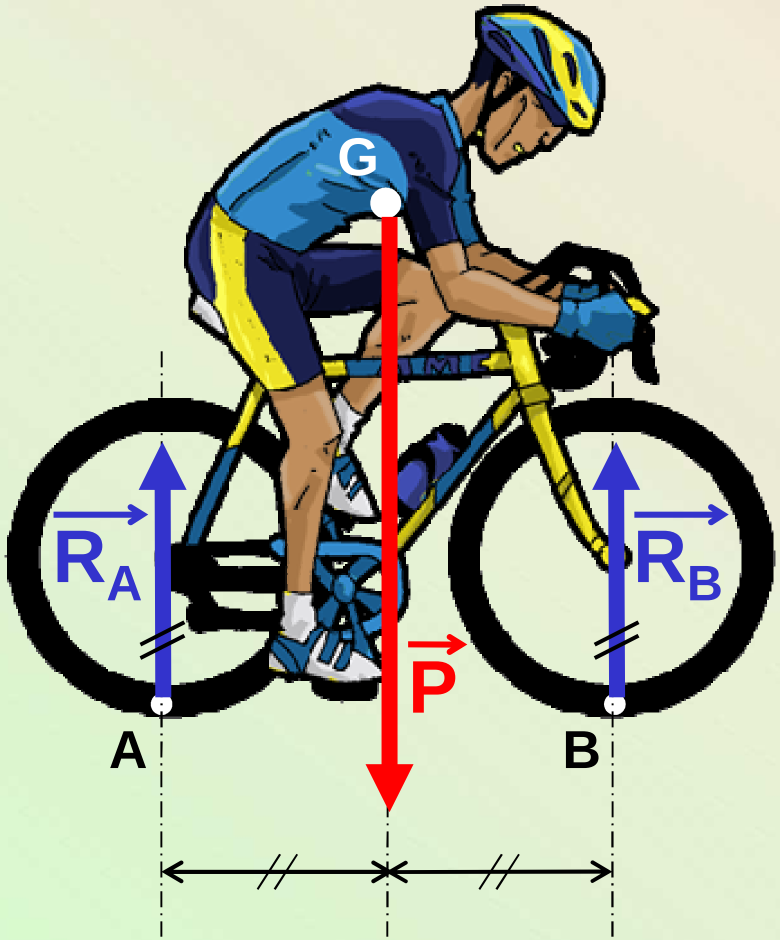
L'action exercée par un solide sur un autre est égale à l'opposée de celle exercée par « l'autre sur l'un »

$$\overrightarrow{F_{1\to 2}} = -\overrightarrow{F_{2\to 1}}$$

$$\left\| \vec{P} \right\| = \left\| \overrightarrow{F_{sol\to S}} \right\|$$



Exemple : ***soit un cycliste de masse M (vélo + cycliste) et de centre de gravité G (vélo + cycliste).***



$$\left\| \vec{P} \right\| = M \times g$$

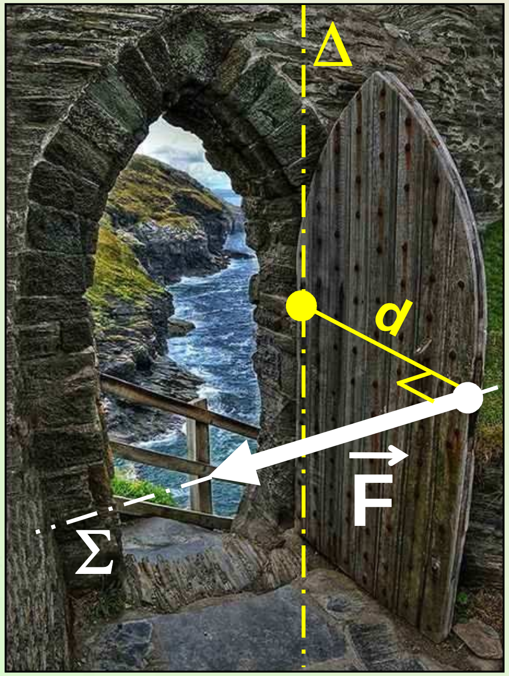
par symétrie on a :

$$\left\| \overrightarrow{R_A} \right\| = \left\| \overrightarrow{R_B} \right\| = \frac{1}{2} M\, g$$

5) Notion de moment d'une force (glisseur)

▶ **Moment d'une force (glisseur) autour d'un axe :**

Le moment d'une force (ou glisseur) par rapport à un axe Δ est un outil qui permet de mesurer la capacité de cette force à créer un mouvement de rotation autour de cet axe.



axe Δ ⊥ axe Σ

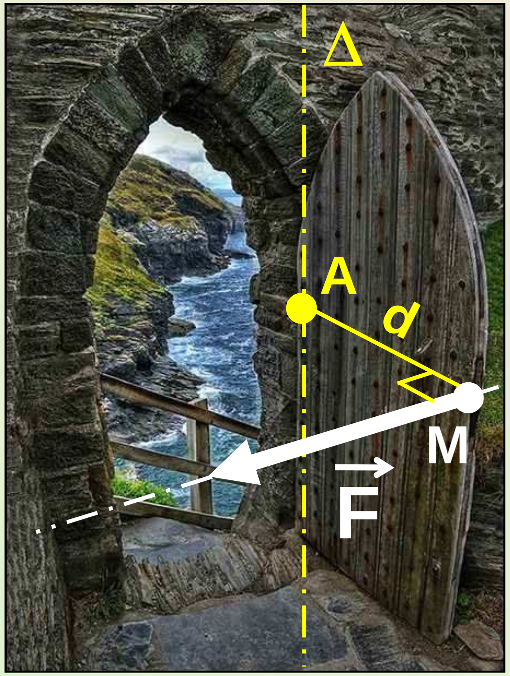
$$M_{\Delta}(F) = \left\| \vec{F} \right\| \times d$$

Bras de levier

distance perpendiculaire entre l'axe Δ et l'axe central du glisseur (force) Σ

Unité : le Newton mètre (N.m)

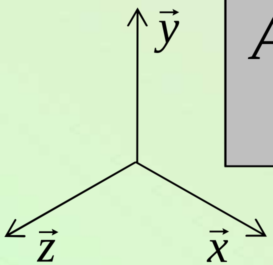
Moment d'une force (glisseur) autour d'un point :



On appelle moment en A d'une force (glisseur) $\vec{F}$ appliquée en M le vecteur $\overrightarrow{M_A(F)}$ défini par :

$$\overrightarrow{M_A(F)} = \overrightarrow{AM} \wedge \vec{F}$$

Unité : le Newton mètre (N.m)



$$\overrightarrow{AM} = d\,\vec{x}$$
$$\vec{F} = F\,\vec{z}$$

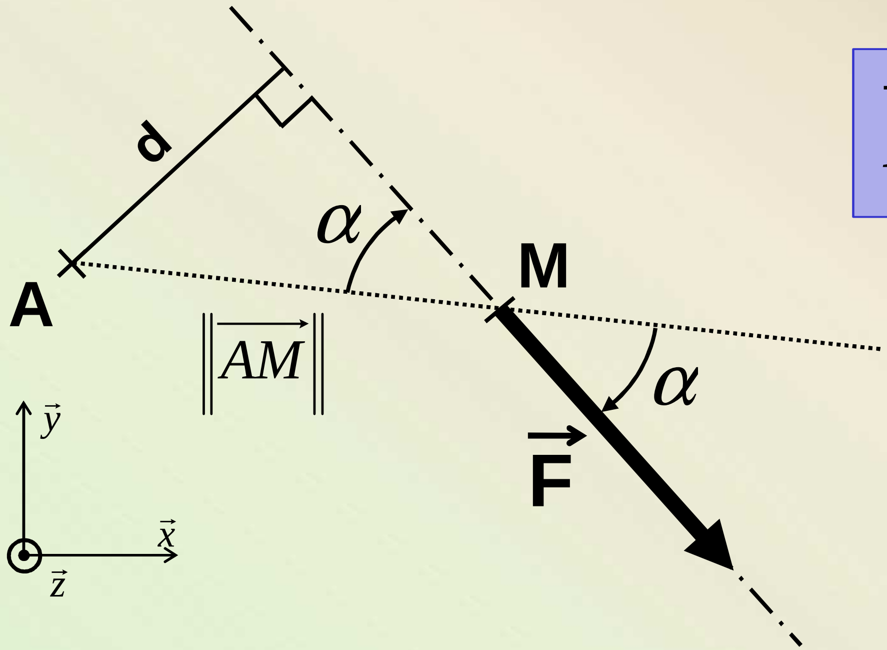
$$\overrightarrow{M_A(F)} = \overrightarrow{AM} \wedge \vec{F} = d\,\vec{x} \wedge F\,\vec{z} = -d \times F\,\vec{y}$$

$$\overrightarrow{M_A(F)} = \begin{pmatrix} 0 \\ -d\,F \\ 0 \end{pmatrix}_{(\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z})}$$

Moment autour de $A\vec{x}$

Moment autour de $A\vec{y}$

Moment autour de $A\vec{z}$



$$\overrightarrow{M_A(F)} = \overrightarrow{AM} \wedge \vec{F}$$

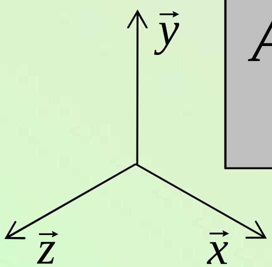
$$\overrightarrow{M_A(F)} = \underbrace{\left\|\overrightarrow{AM}\right\| \times \left\|\vec{F}\right\| \times \sin\underbrace{\left(\overrightarrow{AM}\ \vec{F}\right)}_{\alpha}}_{d} \times (-\vec{z})$$

$$\overrightarrow{M_A(F)} = -d\,F\,\vec{z}$$

$$\overrightarrow{M_A(F)} = \begin{pmatrix} 0 \\ -d\,F \\ 0 \end{pmatrix}_{(\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z})}$$

Calculons le moment au point B

$$\overrightarrow{M_B(F)} = \overrightarrow{BM} \wedge \vec{F} = \begin{pmatrix} d \\ e \\ 0 \end{pmatrix}_{(\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z})} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ F \end{pmatrix}_{(\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z})}$$



$$\overrightarrow{AM} = d\,\vec{x}$$
$$\vec{F} = F\,\vec{z}$$

$$\overrightarrow{BM} = d\,\vec{x} + e\,\vec{y}$$

$$\overrightarrow{M_B(F)} = \begin{pmatrix} +e\,F \\ -d\,F \\ 0 \end{pmatrix}_{(\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z})}$$

Moment autour de $B\,\vec{x}$

Moment autour de $B\,\vec{y}$

Moment autour de $B\,\vec{z}$

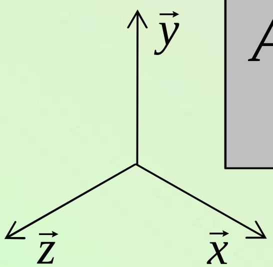
$$\overrightarrow{M_A(F)} = \begin{pmatrix} 0 \\ -d\,F \\ 0 \end{pmatrix}_{(\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z})} \qquad \overrightarrow{M_B(F)} = \begin{pmatrix} +e\,F \\ -d\,F \\ 0 \end{pmatrix}_{(\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z})}$$

On retrouve la formule de changement de point :

$$\overrightarrow{M_B(F)} = \overrightarrow{M_A(F)} + \overrightarrow{BA} \wedge \vec{F}$$

$$= -d\,F\,\vec{y} + e\,\vec{y} \wedge F\,\vec{z}$$

$$= \begin{pmatrix} +e\,F \\ -d\,F \\ 0 \end{pmatrix}_{(\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z})}$$

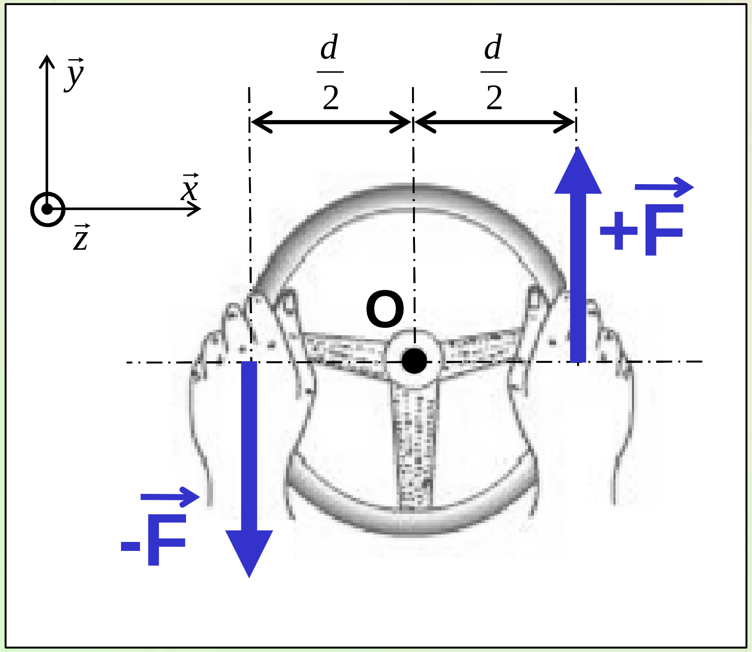


$$\overrightarrow{AM} = d\,\vec{x}$$
$$\vec{F} = F\,\vec{z}$$

$$\overrightarrow{BM} = d\,\vec{x} + e\,\vec{y}$$

Notion de couple :

Un couple est constitué de deux forces égales (en norme) et opposées



$$\overrightarrow{M_0} = \overrightarrow{M_O(+\vec{F})} + \overrightarrow{M_O(-\vec{F})}$$

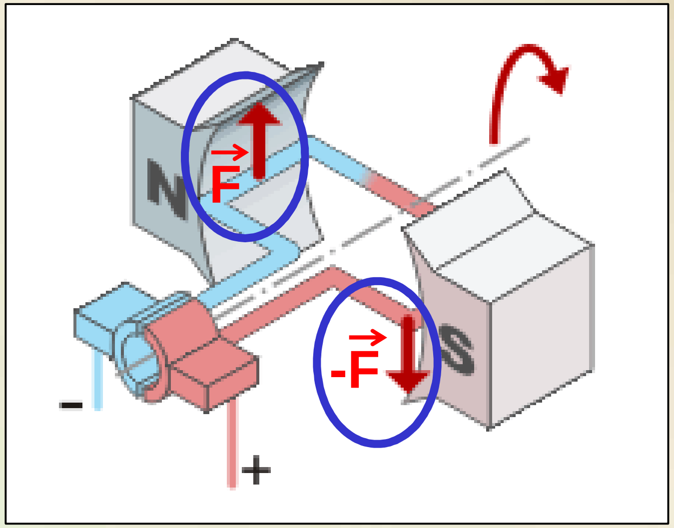
$$= +\left\|+\vec{F}\right\| \times \frac{d}{2}\,\vec{z} + \left\|-\vec{F}\right\| \times \frac{d}{2}\,\vec{z}$$

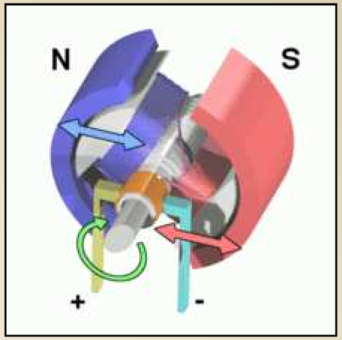
$$= +F \times \frac{d}{2}\vec{z} + F \times \frac{d}{2}\vec{z}$$

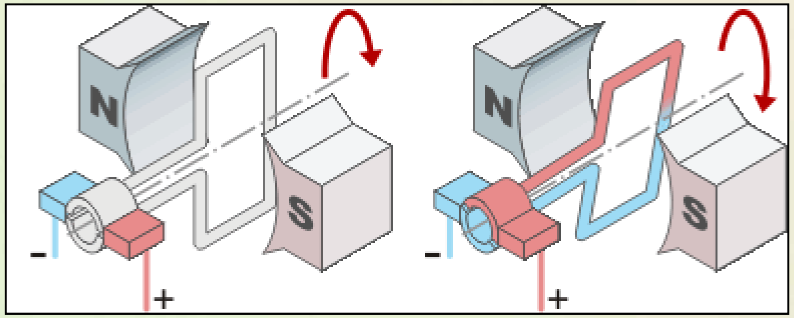
$$= F \times d\ \vec{z}$$

$$\boxed{C = F \times d}$$

Cas du moteur électrique :







Un moteur délivre généralement un couple pur

6) Principe fondamental de la statique (PFS)

théorèmes généraux

Soit un solide S soumis à un ensemble d'actions mécaniques *extérieures*.

Ce solide est dit en équilibre (absence d'accélération) si et seulement si :

Théorème de la résultante statique (TRS) :

$$\boxed{\sum \overrightarrow{F_{ext \to S}} = \vec{0}}$$

Théorème du moment statique (TMS) :

$$\boxed{\sum \overrightarrow{M_A(ext \to S)} = \vec{0}}$$

7) Solide en équilibre soumis à deux forces (glisseurs)

Ces deux glisseurs sont :

égaux en norme

et

directement opposés

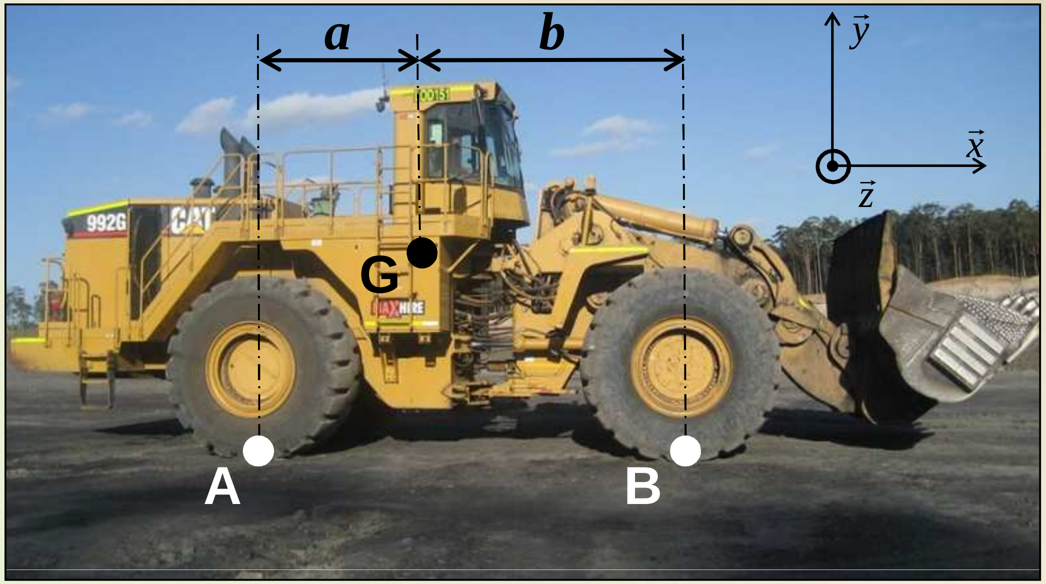
8) Méthodologie

➡ *à utiliser systématiquement !!!*

une ou plusieurs pièces

1) **Isoler**
2) **Bilan des actions mécaniques extérieures (BAME)**
3) **Appliquer le PFS**
4) **Calculs**
5) **Résultats**

▶ Exemple : soit le chargeur sur pneus ci-dessous



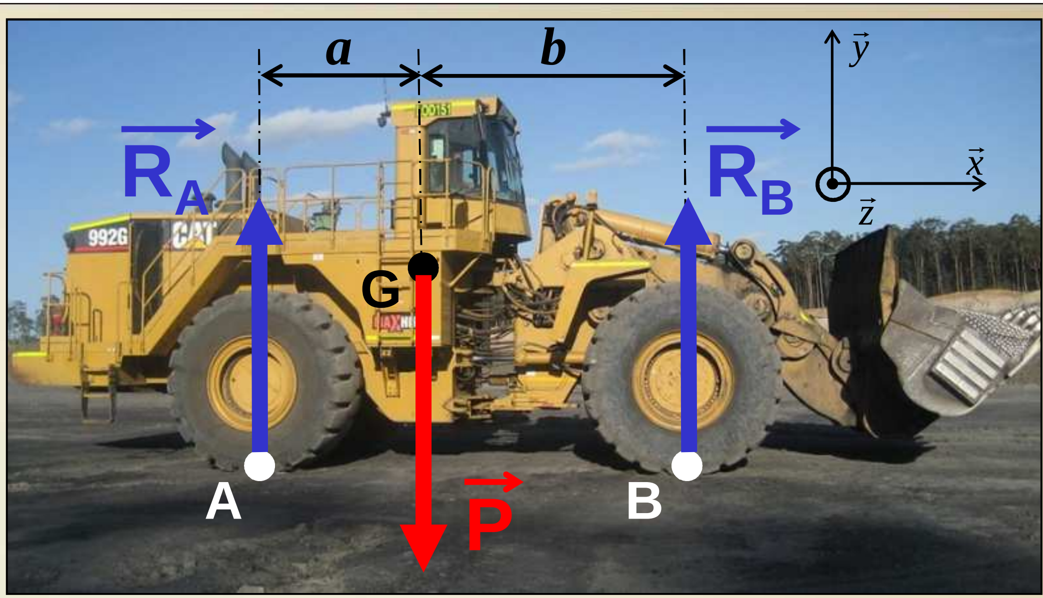
Problème posé : *calculer les actions au niveau des deux essieux en A et B en les supposant verticales.*

Hypothèses :

- *la position du centre de gravité G est connue*
- *on suppose le problème plan : plan* $(G\,\vec{x}\,\vec{y})$
- *la masse du véhicule est notée M*

1) Isoler

➡ *le chargeur*



2) BAME

➡ *poids*

➡ *action en A*

➡ *action en B*

3) PFS

➡ ***Résultantes :*** *en projection sur* $\vec{y}$

➡ ***Moments :*** *au point A et en projection sur* $\vec{z}$

FIN