

TD N°16 - ELECTRONIQUE DE PUISSANCE

EXERCICE 1 : Moteur de maquette d'avion E3a PI 2008 – extrait

La majorité des moteurs utilisés en modélisme et en robotique amateur sont des moteurs à courant continu à aimant permanent qui transforment l'énergie électrique fournie par les accumulateurs en énergie mécanique. Nous nous intéresserons, dans le problème qui suit, à la mise en mouvement de l'hélice d'un modèle réduit d'avion et au contrôle de sa vitesse de rotation.

Tous les composants électroniques sont supposés parfaits. Les amplificateurs opérationnels (AO) utilisés sont idéaux. Si un amplificateur opérationnel fonctionne en régime de saturation, sa tension de sortie sera égale à $+U_{SAT}$ ou $-U_{SAT}$ avec $U_{SAT} = 12\text{ V}$. Lorsqu'un composant est utilisé en commutation (diode, transistor ou AO), le passage d'un état à l'autre s'effectue de façon instantanée. La résistance des fils de conduction électrique est nulle.

A / LE MOTEUR ÉLECTRIQUE A COURANT CONTINU

L'hélice est entraînée par un moteur à courant continu à aimant permanent (noté M.C.C.) possédant, au point nominal de fonctionnement, les caractéristiques suivantes :

- tension nominale d'induit : $U_{nom} = 12\text{ V}$,
- intensité du courant dans l'induit : $I_{nom} = 2,50\text{ A}$,
- fréquence de rotation : $N_{nom} = 3000\text{ tr.min}^{-1}$.

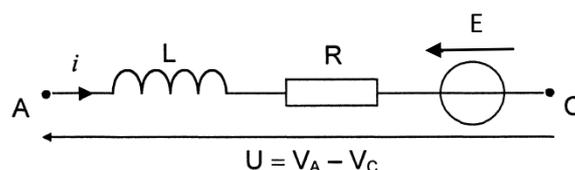
Le **rotor** ou **induit** du M.C.C. (figure p1) est constitué de n spires rectangulaires enroulées sur un cylindre de rayon a et de longueur b . L'ensemble tourne à la vitesse angulaire Ω autour de son axe zz' (figure p2) en restant dans l'entrefer d'un aimant permanent (**stator** ou **inducteur**) – réalisé à partir d'un alliage cobalt-samarium – qui crée un champ magnétique radial $\vec{B} = B_r \vec{e}_r$ dont la composante B_r est représentée sur la figure p3. Les spires sont connectées à l'extérieur par le système balai-collecteur en restant dans la configuration de la figure p2.

Le rotor est équilibré pour minimiser les vibrations. Le moment d'inertie de l'ensemble ramené sur l'axe du moteur est $J = 10^{-5}\text{ kg.m}^2$; les pertes fer (dans le circuit magnétique) et mécaniques (frottements solides) sont négligées. Lors de sa rotation, le cylindre est soumis à une force de frottement fluide, de couple : $\vec{C}_f = -\beta \vec{\Omega} = -C_f \vec{e}_z$ (avec $C_f > 0$ et $\beta = 10^{-5}\text{ kg.m}^2.\text{s}^{-1}$).

L'induit possède une résistance $R = 0,24\ \Omega$ et une inductance L supposées constantes. Un générateur de tension constante $V_A - V_C = U$ (avec $U > 0$) alimente le moteur. A l'instant t , la branche MN est située dans l'intervalle $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ et la branche PQ dans l'intervalle $\pi/2 < \theta < 3\pi/2$.

- A1.** Rappeler les expressions de la f.c.é.m., E , et du couple électromagnétique, C_{em} , pour une MCC ; on fera intervenir une grandeur homogène à un flux dont on indiquera qualitativement les dépendances et que l'on notera Φ_0 . Quelle relation lie E et C_{em} ?

Le schéma électrique équivalent de l'induit en régime dynamique est proposé ci-dessous :



- A2.** En déduire l'équation électrique reliant les grandeurs E , U , R , L et i .

- A3.** Ecrire l'équation scalaire mécanique reliant J , la vitesse de rotation, le couple utile $-C_u$ imposé au moteur lorsqu'il entraîne la charge mécanique (avec $C_u > 0$ et supposé constant), le couple de frottement et le couple électromagnétique C_{em} .
- A4.** Expliquer qualitativement comment freiner le moteur. Quel est le comportement du moteur lorsqu'il tourne en roue libre, c'est-à-dire non alimenté ?
- Fonctionnement en régime nominal**
- A5.** Calculer la valeur de la force électromotrice du moteur E ; en déduire la constante Φ_0 et préciser son unité.
- A6.** En négligeant la chute de tension aux bornes de la bobine, déduire des équations mécanique et électrique couplées, l'équation différentielle vérifiée par la vitesse angulaire Ω en utilisant Φ_0 , β , C_u , J , R et U . Déterminer le temps τ caractéristique de la "mise en vitesse" du moteur. Exprimer la vitesse angulaire limite Ω_{lim} . Combien de temps est-il nécessaire pour atteindre cette vitesse à 1 % près ?
- A7.** Calculer le moment du couple utile C_u en régime nominal et Ω_{lim} (en tr.min^{-1}). Quel est le courant i_d dans l'induit au démarrage, si la tension d'induit est égale à la tension nominale ? Commenter.
Quelle est, au démarrage, la tension minimale U_{dmin} nécessaire pour entraîner le moteur ?

B / COMMANDE DU M.C.C. PAR UN HACHEUR

Le moteur est alimenté par un hacheur, la tension et le courant d'induit ne sont plus continus ; $u(t) = v_A(t) - v_C(t)$ et $i(t)$ sont des fonctions périodiques du temps. Leurs valeurs moyennes respectives sont notées $\langle u(t) \rangle$ et $\langle i(t) \rangle$.

L'hélice tourne à vitesse constante. L'induit du M.C.C. représenté *figure p4* est alimenté par l'intermédiaire d'un hacheur série connecté à une source de tension idéale de valeur $U_0 = 12 \text{ V}$.

L'interrupteur électronique H_1 est commandé de manière périodique à la période T_{H1} par un signal rectangulaire ou créneau de rapport cyclique α et de fréquence de hachage $N_{H1} = 2 \text{ kHz}$ généré par un circuit non représenté :

- l'interrupteur H_1 est fermé entre les instants 0 et αT_{H1} ,
- l'interrupteur H_1 est ouvert entre les instants αT_{H1} et T_{H1} ,
- à l'état passant, la diode D_1 est assimilée à un interrupteur fermé,
- à l'état bloqué, elle est assimilée à un interrupteur ouvert.

Le rapport cyclique est réglé à $\alpha = 0,6$.

- B1.** Montrer qu'un interrupteur idéal ne consomme pas de puissance et que les interrupteurs H_1 et D_1 ne peuvent être ni fermés, ni ouverts simultanément.
- B2.** Quel est le rôle de la diode D_1 dite "de roue libre" ?
- B3.** Représenter sur deux périodes le chronogramme de la tension $u(t)$, c'est-à-dire son évolution au cours du temps. Préciser sur le graphe l'amplitude de $u(t)$ et les instants αT_{H1} et T_{H1} .
- B4.** La différence de potentiel aux bornes de la résistance de l'induit est négligée. Calculer la valeur moyenne $\langle u(t) \rangle$ de la tension $u(t)$. En déduire la force électromotrice E et la vitesse

de rotation Ω de l'induit en tr.min^{-1} . Montrer que la vitesse de rotation Ω du moteur est proportionnelle au rapport cyclique α . Calculer la valeur de Ω pour $\alpha = 0,6$.

- B5.** Justifier l'évolution au cours du temps de l'intensité du courant $i(t)$ représentée sur le graphe figure p5. Etablir l'expression de l'ondulation du courant $\Delta I = I_{\max} - I_{\min}$ en fonction de U_0 , L , α et T_{H1} . Pourquoi est-il intéressant de diminuer l'ondulation du courant ? Préciser le rôle d'une bobine supplémentaire de lissage qui peut être placée en série avec le moteur. A partir du graphe, calculer l'inductance L de l'induit.
- B6.** Déterminer la valeur moyenne $\langle i(t) \rangle$ de l'intensité du courant. Vérifier que la chute de tension aux bornes de R est négligeable.

C / RÉALISATION DES SIGNAUX DE COMMANDE DU HACHEUR

Un générateur de tension est représenté sur la figure p6. Il comporte un condensateur de capacité C_1 et un interrupteur électronique H_2 commandé par de brèves impulsions périodiques de période T_{H2} :

- à $t = 0$, l'interrupteur idéal H_2 se ferme pendant un bref instant sur une première impulsion,
- il est ensuite ouvert pendant la durée T_{H2} jusqu'à l'impulsion suivante.

$$U_{SAT} = 12 \text{ V} ; \quad R_1 = 1 \text{ k}\Omega ; \quad C_1 = 1 \mu\text{F} ; \quad T_{H2} = 0,5 \text{ ms.}$$

- C1.** Exprimer l'intensité du courant I . Quelle est la fonction de l'AO₁ dans le circuit électronique ? Préciser le rôle de l'AO₂ et de l'AO₃.
- C2.** Déterminer la tension $u_{C1}(t)$ dans l'intervalle de temps $[0, T_{H2}]$ en fonction de U_{SAT} , R_1 , C_1 et t . Représenter le chronogramme $u_{C1}(t)$ sur deux périodes. Préciser la valeur maximale U_{CMAX} et la période de $u_{C1}(t)$.
- C3.** Quelle est la fonction de l'AO₄ ? En déduire la tension $u_0(t)$ appliquée à l'entrée inverseuse de l'amplificateur opérationnel AO₅.
- C4.** Expliquer le rôle de l'AO₅ et tracer le chronogramme $u_1(t)$ sur deux périodes pour une tension de consigne V_{CONS} réglable entre 0 et U_{CMAX} .

Conclusion :

- C5.** Exprimer le rapport cyclique α du signal obtenu en fonction de V_{CONS} , U_{SAT} , T_{H2} , R_1 et C_1 . Montrer que V_{CONS} permet le contrôle de la vitesse de rotation Ω du moteur. Pour quelle valeur de V_{CONS} obtient-on un rapport cyclique de 0,6 pour le signal $u_1(t)$? A quelle vitesse de rotation du moteur (exprimée en $\text{tr} \cdot \text{min}^{-1}$) cette valeur correspond-elle ?

ANNEXE

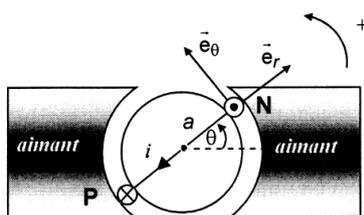


Figure p1

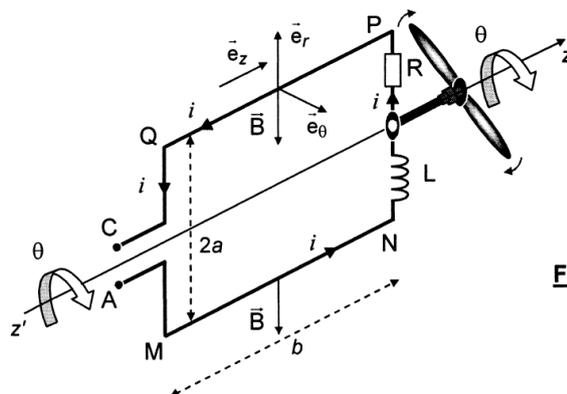


Figure p2

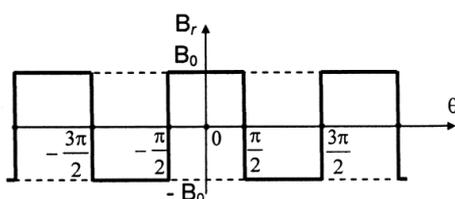


Figure p3

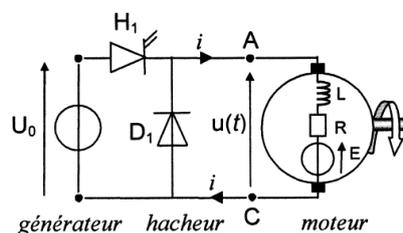


Figure p4

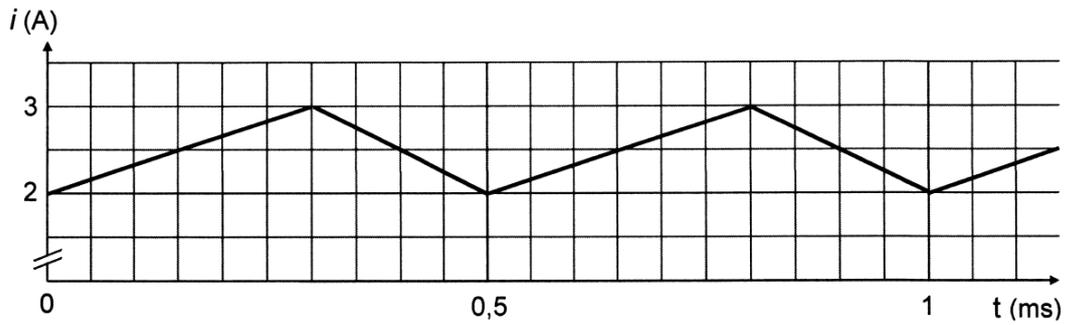


Figure p5

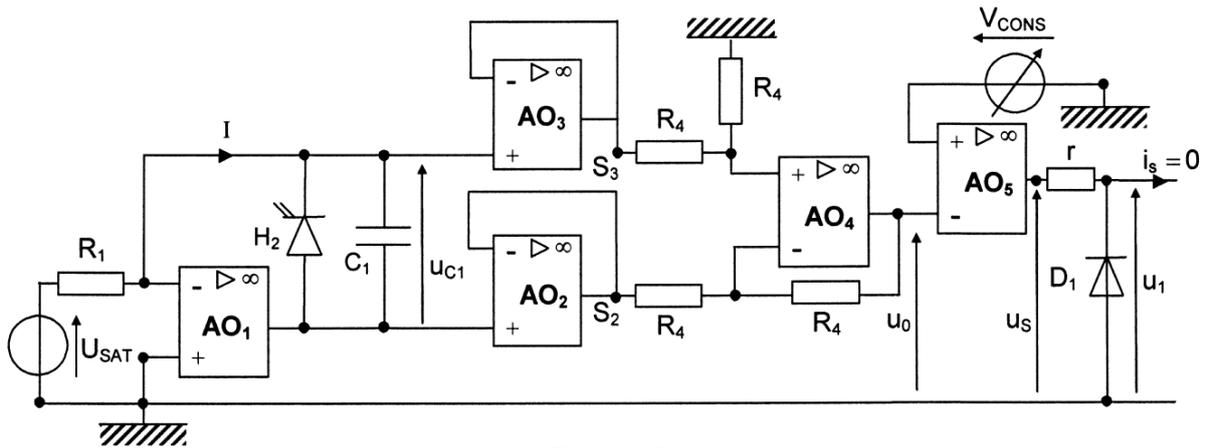
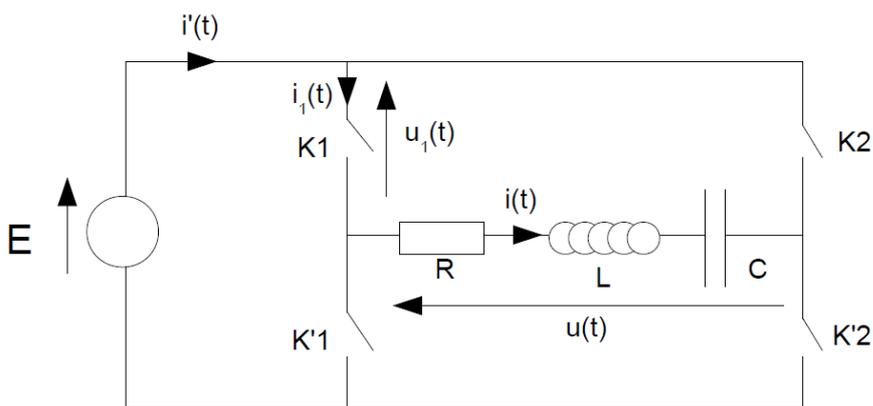


Figure p6

Exercice 2 : Onduleur (X-ENS 2015 – extrait)

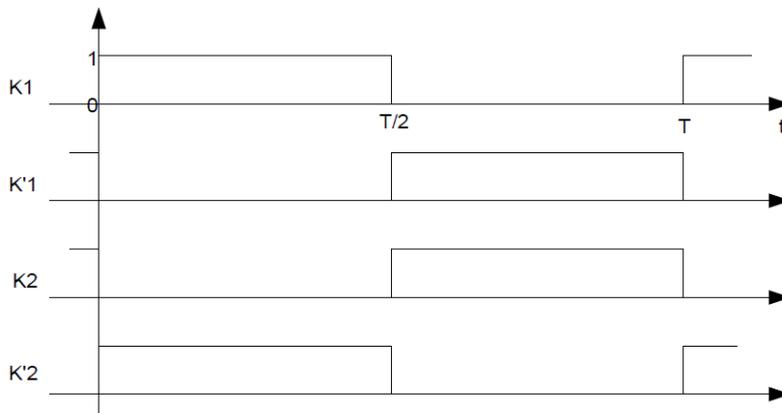
D).1. On étudie un convertisseur à quatre interrupteurs $K1$, $K'1$, $K2$ et $K'2$, représenté ci-dessous. Les interrupteurs sont considérés idéaux et commandables à l'ouverture et à la fermeture, la source est une source idéale de tension continue de valeur E . La charge est un circuit comportant en série une résistance R , une inductance L et une capacité C .



D).1.1. La nature de la charge est-elle une source de courant ou de tension ? Justifier votre réponse. Déduire, de la nature de la source ainsi que de la charge, les conditions à respecter pour la commande des interrupteurs.

D).1.2. On commande les interrupteurs de manière périodique à la fréquence $f = 1/T$ selon la séquence suivante (1 : interrupteur fermé, 0 : interrupteur ouvert) et on suppose que le courant dans la charge est purement sinusoïdal d'expression :

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{avec } \omega = 2\pi f \text{ et } -\pi/2 < \varphi < 0$$

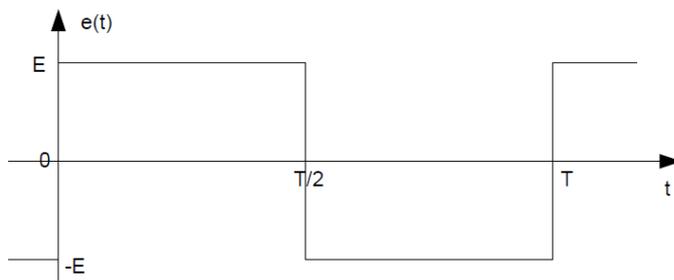


Tracer sur le document-réponse l'allure temporelle des tensions $u(t)$ aux bornes de la charge, $u_1(t)$ aux bornes de l'interrupteur K1, du courant $i(t)$ dans la charge et du courant $i'(t)$ dans la source d'alimentation.

D).1.3. Calculer la valeur efficace U de $u(t)$. La définition de la valeur efficace d'un signal périodique de période T étant :
$$X_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x(t)^2 dt} .$$

D).1.4. On donne la décomposition en série de Fourier d'un signal rectangulaire de valeur moyenne nulle, d'amplitude E et de période T telle que $\omega T = 2\pi$ et de rapport cyclique $1/2$:

$$e(t) = \frac{4E}{\pi} \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\sin((2k+1)\omega t)}{2k+1}$$



En déduire la valeur efficace U_1 du fondamental de $u(t)$.

D).1.5. On définit le taux de distorsion harmonique d'un signal périodique $x(t)$ (en pourcentage) comme :
$$\tau_H(x) = 100 \frac{\sqrt{X^2 - X_1^2}}{X_1}$$

X étant la valeur efficace de $x(t)$ et X_1 la valeur efficace du fondamental de $x(t)$.

D).1.5.a. Calculer $\tau_H(u)$. Donner sa valeur numérique **approchée** en prenant $\pi^2 = 10$

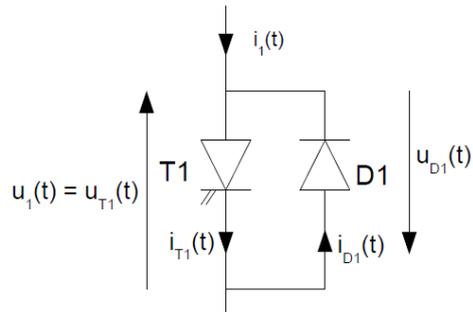
D).1.5.b. Que vaut le taux de distorsion du courant $\tau_H(i)$? À quoi est due la différence entre $\tau_H(i)$ et $\tau_H(u)$?

D).1.6. Calculer la valeur moyenne I' de $i'(t)$ le courant délivré par la source d'alimentation.

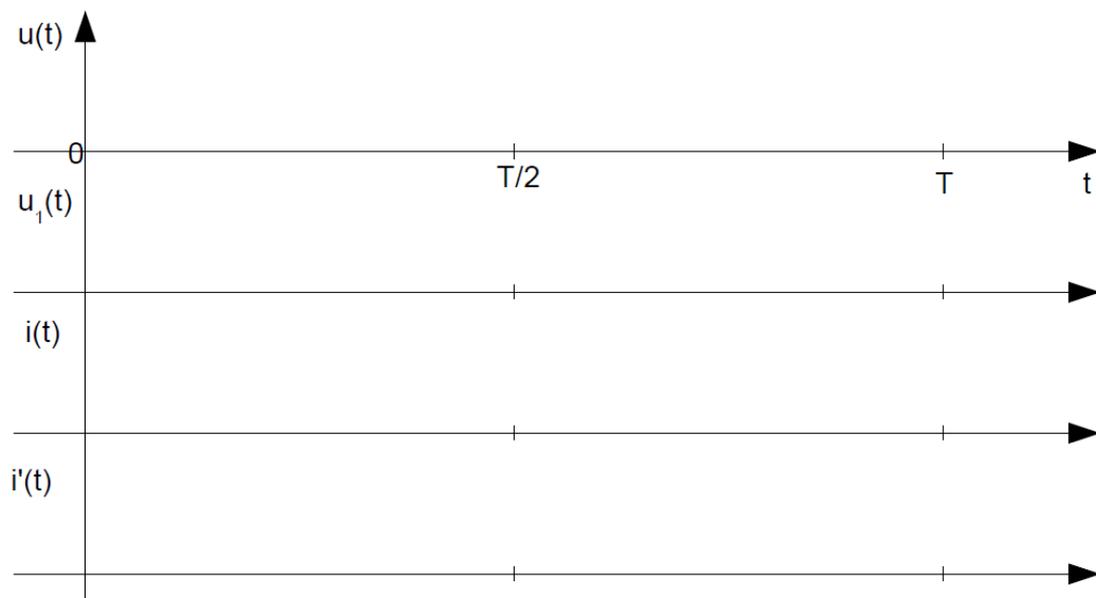
D).1.7. Calculer la puissance moyenne P absorbée par la charge (R, L, C).

D).1.8. Calculer la puissance moyenne P' fournie par la source d'alimentation. Commenter.

D).1.9. Les interrupteurs K_i (ou $K'i$) sont tous constitués de l'association en anti-parallèle d'un interrupteur commandé T_i unidirectionnel en courant et d'une diode D_i (courant dans le sens de la flèche des interrupteurs). En considérant toujours $-\pi/2 < \varphi < 0$, représenter dans le tableau du document-réponse les intervalles temporels et angulaires où les différents interrupteurs T_i et D_i conduisent, sur une période de fonctionnement du convertisseur (la relation entre le temps t et l'angle θ étant $\theta = \omega t$).



D).1.2.



D).1.9.

Intervalle de $\theta = \omega t$	0 à $-\varphi$	$-\varphi$ à π	π à $\pi - \varphi$	$\pi - \varphi$ à 2π
Interrupteurs qui conduisent				